

Aufgabe 1 (Jacobiverfahren – 17 Punkte):

(a) $a_{23} = 1 \quad \wedge \quad a_{33} > 3/8, \quad b_1 \text{ beliebig}$

(b) $|a_{23}| < 2 \quad \wedge \quad |a_{33}| > 1, \quad b_1 \text{ beliebig}$

(c) $\mathbf{x}^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.5 \\ 5 \end{pmatrix}$

(d) $\|\mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{x}^*\|_\infty \leq 6$

(e) Die Ungleichung erhält man aus der *à priori* Abschätzung der Vorlesung, wenn man mit $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ startet.

Aufgabe 2 (Reihen – 10 Punkte):

(a) $\sin(x^2) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!} x^{4k-2}$ (b) $I = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(4k-1)(2k-1)!}$ (d) $I \approx \frac{13}{42}$

Aufgabe 3 (Differentialgleichungen – 11 Punkte):

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} - e^{-3t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4 (Anfangswertprobleme / Reihen – 11 Punkte):

(a) $w_1 = 1 + \frac{h}{6} \left(5 + 4h + \frac{1 + 3h + 4h^2 + 4h^3}{1 + h} \right)$

(b) $p_4(t) = 1 + t + t^2 + \frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{3}$

Aufgabe 5 (Anfangswertprobleme – 9 Punkte):

(a) $w_1 = 1 + h(w_1^4 - 2w_1^2)$

(b) $w_1^{(1)} = 1 - h, \quad w_1^{(2)} = 1 - h + 4h^3 - 4h^4 + h^5$