

Fortgeschr. Themen – WS 2019/20 – Kurzlösungen

Aufgabe 1 (Anfangswertprobleme – 4 Punkte):

$$t_1 = h, \quad y_1 = 1 + \frac{h}{2} \frac{h+4}{2h+1}$$

Aufgabe 2 (Reihen – 6 Punkte):

(a₁) Reihe ist absolut konvergent, konvergente Majorante ist die geom. Reihe zu $q = 1/2$.

(a₁) Reihe ist divergent, da die zugrunde liegende Zahlenfolge keine Nullfolge ist.

(b) Reihe ist alternierend, die Folge $(1/4^k)$ ist eine monotone Nullfolge. $s_3 = -13/64$.

Aufgabe 3 (Reihen – 7 Punkte):

$$(a) \quad p_2(x) = 1 + \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 \qquad (b) \quad I \approx \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi^3}{24}$$

Aufgabe 4 (Fourierreihen – 8 Punkte):

(b) $a_k = 0$ für alle k , man erwartet $b_k \sim 1/k$

$$(c) \quad b_k = \frac{2}{\pi k} \begin{cases} 0, & k = 4, 8, 12, \dots \\ 1, & k \text{ ungerade} \\ 2, & k = 2, 6, 10, \dots \end{cases}$$

$$(d) \quad S_5(x) = \frac{2}{\pi} \left(\sin(x) + \sin(2x) + \frac{1}{3} \sin(3x) + \frac{1}{5} \sin(5x) \right)$$