

HOCHSCHULE ESSLINGEN

Wintersemester 2019/20	Blatt 1 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Fortgeschrittene Themen	Fachnummern: 8922, 8000029, 8000044
Hilfsmittel: Literatur, Manuskript; keine Taschenrechner und sonstige elektronische Hilfsmittel	Zeit: 45 min
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Maximale Punktzahl: 25

Aufgabe 1 (Anfangswertprobleme – 4 Punkte):

Gegeben ist das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{t+2}{2y-1}, \quad y(0) = 1.$$

Führen Sie einen Schritt mit der Mittelpunktsregel und Schrittweite h aus, um einen Näherungswert für $y(h)$ zu erhalten.

Aufgabe 2 (Reihen – 6 Punkte):

(a) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen:

$$(a_1) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k + k} \qquad (a_2) \quad \sum_{k=1}^{\infty} (1 + 10^{-k})$$

(b) Begründen Sie, warum Sie zur Untersuchung der folgenden Reihe das Leibniz-Kriterium verwenden können. Berechnen Sie dann für die Reihensumme einen Näherungswert, der um nicht mehr als 10^{-2} vom exakten Wert abweicht:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(k\pi)}{4^k}$$

Aufgabe 3 (Reihen – 7 Punkte):

(a) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades mit Entwicklungspunkt $x_0 = \pi/2$ für

$$f(x) := e^{-\cos(x)}.$$

(b) Berechnen Sie mit Hilfe von Aufgabenteil (a) einen Näherungswert für

$$I := \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-\cos(x)} dx.$$

Wintersemester 2019/20	Blatt 2 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Fortgeschrittene Themen	Fachnummern: 8922, 8000029, 8000044
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Aufgabe 4 (Fourierreihen – 8 Punkte):

Die Funktion

$$f_0(x) := \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, -\frac{\pi}{2}), \\ -1, & x \in [-\frac{\pi}{2}, 0), \\ +1, & x \in [0, +\frac{\pi}{2}), \\ 0, & x \in [+ \frac{\pi}{2}, +\pi) \end{cases}$$

wird zu einer 2π -periodischen Funktion f fortgesetzt.

- Skizzieren Sie das Schaubild von f im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$.
- Welche Eigenschaften der Fourierkoeffizienten können Sie ohne Rechnung angeben (jeweils kurze Begründung)?
- Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten a_k, b_k . Verlangt sind eine allgemeine Formel sowie explizit die Werte der Koeffizienten bis $k = 5$ einschließlich.
- Schreiben Sie das Fourierpolynom 5. Grades von f auf.