

HOCHSCHULE ESSLINGEN

Wintersemester 2017/18	Blatt 1 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Mathematische Methoden	Fachnummern: 8882, 8000029
Hilfsmittel: Literatur, Manuskript; keine Taschenrechner und sonstige elektronische Hilfsmittel	Zeit: 45 min
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Maximale Punktzahl: 24

Aufgabe 1 (Reihen – 5 Punkte):

Gegeben ist die Reihe

$$s = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{17} + \frac{1}{26} - \frac{1}{37} + \frac{1}{50} \mp \dots$$

- (a) Weisen Sie nach, daß diese Reihe konvergent ist. *Hinweis:* Quadratzahlen...
- (b) Wie viele Terme der Reihe muß man höchstens summieren, um einen Näherungswert zu erhalten, der um nicht mehr als 10^{-6} von der Reihensumme abweicht? *Hinweis:* Der Näherungswert braucht *nicht* ausgerechnet zu werden!

Aufgabe 2 (Reihen – 8 Punkte):

- (a) Verwenden Sie die Taylorreihen der Exponentialfunktion und der Cosinusfunktion, um das Taylorpolynom **6. Grades** für die Funktion

$$f(x) := e^{-x^2} \cos(x)$$

mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ zu berechnen.

- (b) Berechnen Sie mit dem Taylorpolynom **4. Grades** aus Aufgabenteil (a) einen Näherungswert für

$$\int_0^1 e^{-x^2} \cos(x) dx.$$

- (c) Berechnen Sie mit Hilfe von Aufgabenteil (b) eine Fehlerabschätzung für den exakten Wert des Integrals.

Hinweise:

- Sie dürfen voraussetzen, daß die relevante Reihe die Bedingungen des Leibnizkriteriums erfüllt.
- Verwenden Sie $331/720 < 7/15$.

Wintersemester 2017/18	Blatt 2 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Mathematische Methoden	Fachnummern: 8882, 8000029
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Aufgabe 3 (Fourierreihen – 6 Punkte):

Gegeben ist die Fourierreihe

$$S_f(x) = \frac{p+1}{3} + (p+1) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k - 1}{k^2} \cdot \cos(kx) + (p-1) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \cdot \sin(kx)$$

einer periodischen Funktion f ; dabei ist p ein reeller Parameter.

- (a) Wie lauten die Fourierkoeffizienten a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 in Abhängigkeit von p ?
- (b) Welche Periode und welchen Mittelwert hat f ?
- (c) Wie muß man den Parameter p wählen, damit f stetig ist? Welche Symmetrieeigenschaft besitzt f dann?

Aufgabe 4 (Flächenintegral – 5 Punkte):

Die Grundfläche A eines Körpers liegt in der $x-y$ -Ebene, sie wird berandet durch die x -Achse und die Kurve $y = \cos(x)$ im Intervall $x \in [-\pi/2, \pi/2]$. Die Höhe des Körpers an der Stelle (x, y) beträgt

$$f(x, y) = \cos(x) - y.$$

Das Volumen des Körpers lautet

$$V = \iint_A f(x, y) dA.$$

- (a) Schreiben Sie das Integral für V als Doppelintegral.
- (b) Berechnen Sie V .

Hinweis: $\int \cos^2(x) dx = \frac{1}{2}(x + \sin(x) \cos(x)) + C$