

Math. Methoden – WS 15/16 – Kurzlösungen

Aufgabe 1 (Fourierreihen – 12 Punkte):

(a) $c_k = \frac{1}{\alpha T + 2\pi j k} \left(1 - e^{-\alpha T}\right)$

(b) $\bar{f} = c_0 = \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha T}$

(c) $a_k = \frac{2}{1 + (2\pi k)^2} \left(1 - \frac{1}{e}\right) \quad (k \in \mathbb{N}_0), \quad b_k = \frac{2\pi k}{1 + (2\pi k)^2} \left(1 - \frac{1}{e}\right) \quad (k \in \mathbb{N})$

$$\begin{aligned} S_2(t) = & \left(1 - \frac{1}{e}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{1 + 4\pi^2} \cos(2t) + \frac{2\pi}{1 + 4\pi^2} \sin(2t) + \right. \\ & \left. + \frac{2}{1 + 16\pi^2} \cos(4t) + \frac{4\pi}{1 + 16\pi^2} \sin(4t)\right) \end{aligned}$$

Aufgabe 2 (Laplacetransformation – 9+3 Punkte):

(a) $y(t) = 1 - (1 + t - v_0 t)e^{-t}, \quad t \geq 0$

(b) $y(t) = 1 - \left(1 - \frac{t}{2}\right)e^{-t}, \quad t \geq 0$

Aufgabe 3 (Reihen – 8+2 Punkte):

(a)
$$\begin{aligned} p(x) = & \ln(x_0) + \frac{1}{x_0} (x - x_0) - \frac{1}{2x_0^2} (x - x_0)^2 + \frac{1}{3x_0^3} (x - x_0)^3 \\ & + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{nx_0^n} (x - x_0)^n + \dots \end{aligned}$$

(b) $r = x_0$

(c) $x = 3$ bzw. $x = 4$ usw. liegen nicht im Konvergenzintervall $I \subseteq [0, 2]$ der Reihe.

(d) $x = 1, x_0 = m \in \{3, 4, 5, \dots\}; \quad \ln(m) = \left(\frac{m-1}{m}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{m-1}{m}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{m-1}{m}\right)^3 + \dots$

Alternative: $x_0 = 1$ und $x = 1/m$ (liegt im Konvergenzintervall!). Dann erhält man zunächst $\ln(1/m) = \dots$, und mit $\ln(1/m) = -\ln(m)$ wieder die gesuchte Darstellung.