HOCHSCHULE ESSLINGEN

Wintersemester 2015/16	Blatt 1 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Mathematische Methoden	Fachnummern: 8881, 8882
Hilfsmittel: Literatur, Manuskript; keine Taschenrechner und sonstige elektronische Hilfsmittel	Zeit: 45 min
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Maximale Punktzahl: 29+5

Aufgabe 1 (Fourierreihen – 12 Punkte):

Die Funktion

$$f_0(t) := e^{-\alpha t}, \quad 0 \leq t < T; \quad \alpha > 0, T > 0$$

wird zu einer T -periodischen Funktion f fortgesetzt.

(a) Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten c_k , $k \in \mathbb{Z}$ der Fourierreihe von f .

Hinweis: In der Formel für die c_k sollen nur die Parameter k , α und T auftreten. Vereinfachen Sie die Formel so weit wie möglich.

(b) Welchen Mittelwert hat f ?

Ab jetzt sei $T = \pi$ und $\alpha = 1/\pi$.

(c) Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten a_k , $k \in \mathbb{N}_0$ und b_k , $k \in \mathbb{N}$ und schreiben Sie das reelle Fourierpolynom S_2 vom Grad 2 auf.

Hinweis: Aufgabenteil (a) verwenden!

Aufgabe 2 (Laplace-Transformation – 9+3 Punkte):

(a) Lösen Sie mittels Laplace-Transformation das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} \ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = \sigma(t), \\ y(0) = 0, \\ \dot{y}(0) = v_0, \quad v_0 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Verwenden Sie darin nur die Korrespondenzen

$$\frac{1}{p} \bullet \circ \sigma(t), \quad \frac{1}{p+a} \bullet \circ e^{-at} \sigma(t), \quad \frac{1}{(p+a)^2} \bullet \circ te^{-at} \sigma(t).$$

(b) *Bonusaufgabe:* Lösen Sie mittels Laplace-Transformation das Randwertproblem

$$\begin{cases} \ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = \sigma(t), \\ y(0) = 0, \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

Wintersemester 2015/16	Blatt 2 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Mathematische Methoden	Fachnummern: 8881, 8882
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Aufgabe 3 (Reihen – 8+2 Punkte):

- (a) Berechnen Sie die Taylorreihe für $f(x) := \ln(x)$ mit Entwicklungspunkt $x_0 > 0$. Schreiben Sie die ersten 4 Glieder der Taylorreihe und das allgemeine Glied explizit auf.
- (b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Taylorreihe.
- (c) Warum kann man die Taylorreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ *nicht* verwenden, um Näherungswerte für $\ln(3)$, $\ln(4)$, $\ln(5) \dots$ zu berechnen?
- (d) *Bonusaufgabe:* Wie kann man mit der Reihe dennoch Näherungswerte für $\ln(m)$, $m = 3, 4, 5 \dots$ ermitteln, bei denen man nur mit Brüchen rechnen muß? *Hinweis:* Für alle natürlichen Zahlen $k \geq 2$ ist $\ln(k)$ irrational, darf also in der Reihe *nicht* auftreten!