

HOCHSCHULE ESSLINGEN

Wintersemester 2012/13	Blatt 1 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Mathematische Methoden	Fachnummern: 8881, 8882
Hilfsmittel: Literatur, Manuskript; keine Taschenrechner und sonstige elektronische Hilfsmittel	Zeit: 45 min
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Maximale Punktzahl: 25

Aufgabe 1 (Taylorreihen und Differentialgleichungen – 13 Punkte):

Das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{1}{y^2}, \quad y(0) = 1$$

besitzt die exakte Lösung

$$y(x) = \sqrt[3]{1 + 3x}.$$

- (a) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades $p_3(x)$ mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ für y .
(b) Führen Sie einen Schritt mit der Mittelpunktsregel mit Schrittweite h aus, um einen Näherungswert y_1 für $y(h)$ zu berechnen.

Zwischenergebnis:
$$y_1 = 1 + \frac{h}{(1 + h/2)^2}$$

- (c) Der Näherungswert y_1 hängt von h ab. Wie lautet das Taylorpolynom 3. Grades $\tilde{p}_3(h)$ mit Entwicklungspunkt $h = 0$ für $y_1(h)$?

Hinweis: Ableitung von Potenzreihen oder Cauchyprodukt,

$$\frac{1}{1+z} = 1 - z + z^2 - z^3 \pm \dots$$

Aufgabe 2 (Fourierreihen – 5 Punkte):

Gegeben ist die Fourierreihe

$$S_f(x) = \frac{2}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p+1}{k^2+1} \cdot \cos(kx) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p-1}{k} \cdot \sin(kx)$$

einer periodischen Funktion f ; dabei ist p ein reeller Parameter.

- (a) Wie lauten die Fourierkoeffizienten a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 in Abhängigkeit von p ?
(b) Welche Periode und welchen Mittelwert hat f ?
(c) Wie muß man den Parameter p wählen, damit f gerade ist?

Wintersemester 2012/13	Blatt 2 von 2
Studiengänge: alle	Sem. 3 und höhere
Prüfungsfach: Mathematische Methoden	Fachnummern: 8881, 8882
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!	

Aufgabe 3 (Flächenintegral – 7 Punkte):

Ein waagrechtes, dreieckförmiges Dach besitzt die Eckpunkte $O(0|0)$, $P(a|0)$ und $Q(0|a)$; darin ist $a > 0$. Auf das Dach ist Schnee gefallen, die Schneehöhe ist

$$f(x, y) = \frac{h}{a} \cdot (a - x - y), \quad h > 0.$$

Die Schneelast auf dem Dach beträgt

$$F = \rho g \iint_A f(x, y) dA,$$

wobei ρ die Dichte des Schnees, g die Erdbeschleunigung und A die Dachfläche ist.

- (a) Schreiben Sie das Integral als Doppelintegral. (Eine Skizze der Dachfläche hilft beim Bestimmen der Integrationsgrenzen.)
- (b) Berechnen Sie F .