HOCHSCHULE ESSLINGEN

Semester:	Sommersemester 2014	Blatt:	1 von 2
Studiengänge:	alle	Semester:	3 und höhere
Prüfungsfach:	Mathematische Methoden	Fachnummern:	8881, 8882
Hilfsmittel:	Literatur, Skript; keine Taschenrechner und sonstige elektronische Hilfsmittel	Zeit:	45 min

Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!

Aufgabe 1 (8 Punkte)

a) Untersuchen Sie die Konvergenz der folgenden Reihen und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{k-1}}{k!}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^2}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} e^{-k}.$$

b) Geben Sie eine unendliche Reihe an, die den Grenzwert 10 hat.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Untersuchen Sie den Konvergenzbereich der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} e^{-k} x^k.$$

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Die Masse m eines Elektrons hängt nach Einsteins Relativitätstheorie von der Geschwindigkeit v des Elektrons ab. Es gilt:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Dabei ist m_0 die Ruhemasse des Elektrons ($m_0 = m(0)$) und c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Die kinetische Energie wird dann nach folgender Formel berechnet:

$$E_{kin} = (m - m_0)c^2.$$

Zeigen Sie mit Hilfe einer Taylorentwicklung, dass dieser Ausdruck für kleine Elektronengeschwindigkeiten in die bekannte Formel

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

übergeht. Hinweis: Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

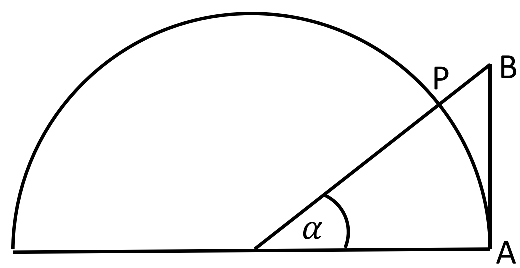
HOCHSCHULE ESSLINGEN

Semester:	Sommersemester 2014	Blatt	2 von 2
Studiengänge:	alle	Semester:	3 und höhere
Prüfungsfach:	Mathematische Methoden	Fachnummern:	8881, 8882

Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Wir betrachten den abgebildeten Halbkreis mit Radius $r = 1$.



a) Berechnen Sie die Differenz d zwischen der Länge der Strecke AB und der Länge des Kreisbogens von A nach P, wenn der Winkel α (im Bogenmaß) gegeben ist.

b) Geben Sie für d eine Näherungsformel an, die für kleine Werte von α verwendbar ist.