

Aufgaben zu den Tests und den Vertrauensbereichen/Konfidenzintervallen:

Aufgabe 1: Bei der Fertigung eines bestimmten Typs von Wellen ist die Länge einer Welle (in mm) normalverteilt mit Varianz $\sigma^2 = 0,02$. Die Längenmessung bei 20 Wellen ergab folgende Werte:

1-mal 239,65 1-mal 239,85 3-mal 239,90 6-mal 240,00
3-mal 240,10 2-mal 240,15 1-mal 240,20 1-mal 240,25
2-mal 240,30

Lässt sich bei Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ eine Abweichung vom Sollwert 240mm nachweisen?

Aufgabe 2: Ein Drehautomat fertigt Bolzen. Es ist bekannt, dass der Durchmesser der von dem Automaten gefertigten Bolzen (gemessen in mm) normalverteilt ist mit Varianz $\sigma^2 = 0,26$. Eine Stichprobe von 500 Bolzen ergab einen mittleren Durchmesser von $\bar{x} = 54,03$ mm.

Testen Sie mit diesen Daten die Nullhypothese $H_0: \mu = 55$ auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 1\%$.

Aufgabe 3: (Klausuraufgabe WS 2000/2001, etwas umformuliert)

Der Benzinverbrauch eines neuen Kraftfahrzeugs soll getestet werden. Für 8 untersuchte Fahrzeuge ergeben sich folgende Messwerte in Liter pro 100 km:

3,8 3,4 3,5 4,1 3,7 4,0 3,5 3,7

- Kann aufgrund dieser Untersuchung bei einem Signifikanzniveau von 5% behauptet werden, der Verbrauch liege unter 4,2 Liter pro 100 km?
- Unter welcher zusätzlichen Annahme haben Sie den Test durchgeführt?

Aufgabe 4: (Klausuraufgabe WS 2001/02, etwas umformuliert)

Bei der Analyse zweier Produktvarianten ergaben sich über 8 Wochen hinweg die folgenden Verkaufszahlen:

Variante A: 917 750 845 908 799 878 885 876
Variante B: 820 834 900 780 848 813 852 792

Wenn die Verkaufszahlen als normalverteilt angenommen werden: Kann hieraus (auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$) abgeleitet werden, dass die Variante A höhere wöchentliche Verkaufszahlen aufweist, oder liegen die Unterschiede in dem vom Zufall bedingten Rahmen?

Aufgabe 5: In einer Gemeinde hatte eine Partei in der Vergangenheit einen Stimmanteil von 30%. Bei der letzten Umfrage haben sich allerdings nur 32 von 120 befragten Personen für diese Partei ausgesprochen. Spricht das (bei Signifikanzniveau $\alpha = 0,01$) für eine Änderung des Stimmenanteils?

Aufgabe 6: Ein Drehautomat fertigt Bolzen. Es ist bekannt, dass der Durchmesser der von dem Automaten gefertigten Bolzen (gemessen in mm) normalverteilt ist mit Varianz $\sigma^2 = 0,26$. Eine Stichprobe von 100 Bolzen ergab einen mittleren Durchmesser von $\bar{x} = 54,55$ mm.

- Berechnen Sie das zweiseitige 99%-Konfidenzintervall für den unbekanntem Erwartungswert μ der Bolzendurchmesser.
- Berechnen Sie die beiden einseitigen 99%-Konfidenzintervalle für den unbekanntem Erwartungswert μ der Bolzendurchmesser.

Aufgabe 7: Eine Maschine füllt Zucker in Packungen. Beim Nachwiegen von 20 Packungen ergaben sich folgende Werte (in g):

2-mal 996,5	1-mal 997	2-mal 997,5	1-mal 998
2-mal 998,5	4-mal 999	1-mal 1000	3-mal 1000,5
1-mal 1001	1-mal 1002,5	1-mal 1003	1-mal 1004

Die Füllmengen können als normalverteilt angesehen werden. Bestimmen Sie den zweiseitigen Vertrauensbereich für die mittlere Füllmenge der Maschine zum Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$.

Aufgabe 8: Eine Maschine füllt Zucker in Packungen. Eine Stichprobe von 100 Packungen ergab beim Nachwiegen $\bar{x} = 1000,4$ [g] und $s^2 = 13,6$ [g²]. Die Füllmengen können als normalverteilt angesehen werden. Bestimmen Sie den einseitigen Vertrauensbereich zum Vertrauensniveau 0,999, der angibt, wie groß die mittlere Füllmenge der Maschine mindestens ist.

Aufgabe 9: Bei einem in der Entwicklung befindlichen neuen Motortyp wurde ein wichtiges Konstruktionsmerkmal geändert. Es liegen die folgenden Messwerte für den Benzinverbrauch (in Liter pro 100km) vor.

Vor der Änderung: 4,9 4,6 4,8 4,8 4,6 4,4 4,9 4,5 4,5 4,7

Nach der Änderung: 4,1 4,2 4,4 4,5 4,5 4,3 4,4 4,4

- Berechnen Sie ein zweiseitiges 99%-Vertrauensintervall für die Benzinersparnis, die die Konstruktionsänderung bewirkt hat.
- Welche Annahmen liegen Ihrer Rechnung aus Teilaufgabe a) zugrunde?

Aufgabe 10: Aus einer laufenden Produktion eines bestimmten Produkts werde eine Stichprobe vom Umfang n entnommen, in der das Durchschnittsgewicht $\bar{x} = 150$ g beträgt. Die Gesamtproduktion darf als normalverteilt angenommen werden.

- Die Standardabweichung der Produktion ist als praktisch konstanter Wert $\sigma = 28$ g bekannt.
 - Wie groß ist n , wenn man für das Durchschnittsgewicht ein 90%-Konfidenzintervall mit den Grenzen 143,486g und 156,514g erhält?
 - Wie groß wäre n , wenn man für das Durchschnittsgewicht ein 90%-Konfidenzintervall der Länge 6,514 g erhalten würde?
- Der Stichprobenumfang sei $n = 50$.
Wie groß dürfte die Standardabweichung σ höchstens sein, um mit der statistischen Sicherheit von $\gamma = 0,95$ für das Durchschnittsgewicht ein Konfidenzintervall der Länge ≤ 4 g erhalten zu können?