

Aufgaben zur Wellenlehre

Maschinenbau EKB3, EPB3
Modul Technische Mechanik 2

W-1: Geben Sie die Gleichung einer harmonischen Welle mit der Amplitude $\hat{y} = 5 \text{ cm}$ und der Wellenlänge $\lambda = 1 \text{ m}$ an, die sich in positive x -Richtung mit der Geschwindigkeit $c = 30 \text{ m s}^{-1}$ ausbreitet. Am Ort $x = 0$ sei zur Zeit $t = 0$ die Auslenkung $y(0) = 0$ und die Schnelle $\dot{y}(0) > 0$.

Bestimmen Sie die Wellenfunktion $y(x,t)$ und die Frequenz f die zu dieser Wellenbewegung gehört.

W-2: Eine ebene Schallwelle in Luft wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$y = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \sin(1980 \text{ s}^{-1} \cdot t - 6 \text{ m}^{-1} \cdot x)$$

Bestimmen Sie für diese Welle:

- die Frequenz f
- die Wellenlänge λ ,
- die Ausbreitungsgeschwindigkeit c und
- die Geschwindigkeitsamplitude (oder Schnelleamplitude) \hat{v} .
- Wie groß ist die Energiestromdichte (=Intensität) und der Schallintensitätspegel?

W-3: Zwei Züge fahren auf parallelen Geleisen mit gleichen Geschwindigkeiten v aufeinander zu. Ein Zug gibt ein Pfeifensignal ab, das ein musikalischer Reisender im anderen Zug hört. Er nimmt beim Vorbeifahren einen Tonhöhen sprung von einer Quinte (also ein Frequenzverhältnis 3:2) wahr. Wie schnell fahren die beiden Züge?

(Die Schallgeschwindigkeit in Luft ist $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

W-4: Eine Gitarrensaite aus Stahl (Dichte $\rho = 8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$) soll auf den Kammerton ($f = 440 \text{ Hz}$) abstimbar sein. Welchen Durchmesser d darf die Saite höchstens haben, damit beim Stimmen die Zugkraft $F = 100 \text{ N}$ nicht überschritten wird. Der Abstand der beiden Stege der Gitarre habe eine Länge $L = 60 \text{ cm}$.

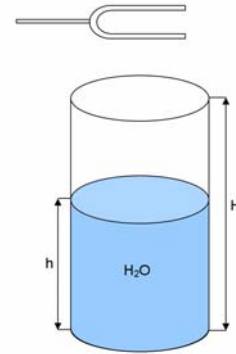
W-5: Die drei gleichen Düsentriebwerke am Heck eines Flugzeugs erzeugen am Standort eines Flughafenbediensteten einen Schallpegel von 140 dB.

- Wie hoch ist der Schallpegel, wenn nur ein Triebwerk läuft ? Welchen Wert hat dann die Schallintensität ?
- Wie ändert sich der Schallpegel, wenn der Bedienstete auf doppelten Abstand zum Flugzeug bei einem laufenden Triebwerk geht .

W- 6: Ein Stab der Länge $L = 1 \text{ m}$ ist an seinen Enden eingespannt. Durch Reibung in Längsrichtung erzeugt man einen Ton der Frequenz $f_0 = 700 \text{ Hz}$.

- Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit c im Stab und welche Obertöne f_n werden erzeugt?
Welcher Grund- und welche Obertöne können erzeugt werden, wenn der Stab:
- nur an einem Ende eingespannt ist und
- nur in der Stabmitte fixiert ist?

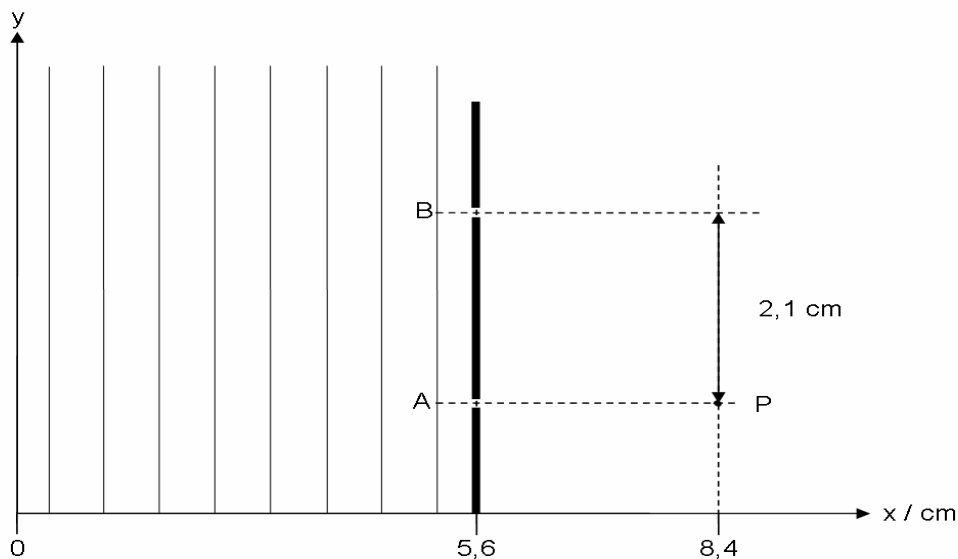
W- 7: Eine Stimmgabel schwingt mit der Frequenz 440 Hz.



- Wie groß ist die Wellenlänge der von ihr in Luft abgestrahlten Welle ($c=340\text{m/s}$).
- Wie hoch muss eine Röhre mit der Höhe $H=30\text{cm}$ mit Wasser gefüllt werden, damit die darüber befindliche Luftsäule mitschwingt?

W- 8: Eine Wasserwelle mit ebener Wellenfront (Frequenz $f=3\text{Hz}$, Wellenlänge $\lambda=1,4\text{cm}$, Amplitude $\hat{y}=0,5\text{cm}$) breitet sich in positiver Richtung aus. Zum Zeitpunkt $t=0$ hat die Welle für $x=0$ die positive Auslenkung $y=\hat{y}=0,5\text{cm}$.

- Nach welcher Zeit t_1 hat die Welle ein Wassermolekül im Abstand $x=8,4\text{cm}$ erfasst (siehe Skizze, ohne Doppelspalt).
- Mit welcher Geschwindigkeit und in welche Richtung schwingt dieses Molekül nach $t_2=2,2\text{s}$?
- Was ändert sich, wenn bei $x=5,6\text{cm}$ ein Schirm mit den kleinen Öffnungen A und B eingefügt wird (s. Skizze)? Wie groß sind dann Auslenkung und Geschwindigkeit der Wassermoleküle im Punkt P?



Lösungen:

Lösung W-1:

$$y(x, t) = 5 \text{ cm} \cdot \sin(60\pi \cdot \text{s}^{-1} \cdot t - 2\pi \cdot \text{m}^{-1} \cdot x)$$
$$f = 30 \text{ Hz.}$$

Lösung W-2:

$$\text{a) } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1980\text{s}^{-1}}{2\pi} = 315,1\text{Hz}$$

$$\text{b) } \lambda = 1,05 \text{ m}$$

$$\text{c) } c = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f = 330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{d) } v_{\max} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot 1980 \text{ s}^{-1} = 0,99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{e) } I = cw = \frac{1}{2} c \cdot \rho \cdot \hat{y}^2 \cdot \omega^2 = 209 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$L = 10 \lg \left(\frac{209 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}}{10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}} \right) = 143 \text{ dB.}$$

Lösung W-3:

$$v = 34 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 124 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Lösung W4:

$$d = 0,24 \text{ mm}$$

Lösung W-5:

$$\text{a) } I_1 = 33,3 \text{ W/m}^2$$
$$L_1 = 135,2 \text{ dB}$$

$$\text{b) } I_2 = 8,3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$
$$L_2 = 129,2 \text{ dB}$$

Lösung W-6:

$$\text{a) } c = \lambda \cdot f = 2L \cdot f_0 = 1400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$f_n = 700 (n + 1) \text{ Hz}$$

$$\text{b) } f_n = 350 (2n + 1) \text{ Hz}$$

$$\text{c) } f_n = 1400 \left(n + \frac{1}{2} \right) \text{ Hz} = 700 (2n + 1) \text{ Hz}$$

Lösung W-7:

a) $\lambda = 77,3 \text{ cm}$

b) Höhe der Wassersäule $h = 10,7 \text{ cm}$ (Ausbildung einer stehenden Welle mit $\lambda/4$).

Lösung W-8:

a) $t_1 = 2 \text{ s}$

b) $v = +5,54 \text{ cm/s}$

c) keine Auslenkung und Geschwindigkeit $v = 0$ in P
(Gangdifferenz $\Delta s = BP - AP = 0,7 \text{ cm} = \lambda/2$, entspricht einer Phasendifferenz von π , destruktive Interferenz).