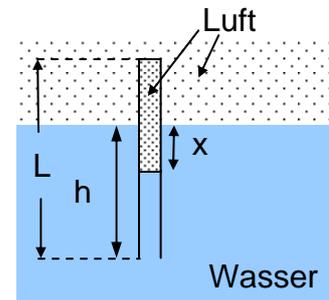


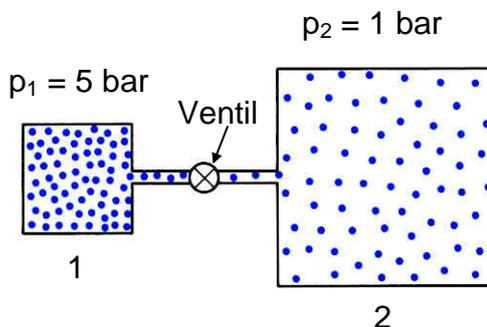
## Übungsaufgaben zur technischen Strömungs- und Wärmelehre

### W. Wärmelehre

**W.1** Ein halboffenes Rohr der Länge  $L = 25$  m wird mit dem offenen Ende senkrecht nach unten in einen See getaucht. Der äußere Luftdruck beträgt 1 bar und die Temperatur der eingeschlossenen Luft soll während des Vorgangs konstant bleiben. Wie gross ist die Strecke  $x$  und welcher Luftdruck herrscht im Rohrinnenen, wenn das Rohr vollständig eingetaucht ist (d.h.,  $h = L$ )?.



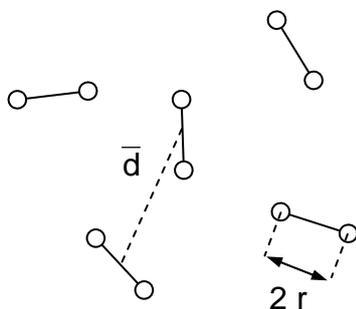
**W.2** Zwei Behälter sind mit dem gleichen idealen Gas gefüllt und über ein dünnes Rohr miteinander verbunden (siehe Skizze). Die Anfangsdrücke sind bei geschlossenem Ventil zunächst unterschiedlich. Berechnen Sie den gemeinsamen Enddruck, wenn das Ventil geöffnet wird. Gehen Sie bei Ihren Überlegungen davon aus, dass die Temperatur des Gases konstant bleibt. (Bem.:  $V_2 = 4 V_1$  und  $n_1 \neq n_2$ ).



**W.3** a) Wie groß ist die individuelle Gaskonstante von Wasserdampf, wenn bei der Temperatur  $\vartheta = 800^\circ \text{C}$  und dem Druck  $p = 9,807$  bar das spezifische Volumen  $v = 0,5$   $\text{m}^3/\text{kg}$  beträgt?

b) Der Raum über einem Reaktortank mit dem Volumen  $V = 100$   $\text{m}^3$  sei mit Stickstoff ( $\text{N}_2$ ) der Temperatur  $\vartheta = 20^\circ \text{C}$  und einem Druck  $p = 0,9$  bar gefüllt. Man berechne die Stickstoffmenge, die Dichte und die Anzahl der in  $1$   $\text{cm}^3$  enthaltenen Stickstoffatome.

**W.4** Betrachten Sie ein 1 mol eines idealen Gases bei einer Temperatur von 285 K und einem Druck von 1 bar. Stellen Sie sich als Modell vor, die Moleküle wären gleichmässig im Raum verteilt und säßen im Zentrum gleicher Würfel.



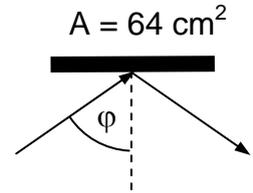
a) Berechnen Sie die Kantenlänge dieses kleinen Würfels und vergleichen Sie diesen Wert mit einem Molekülradius von  $3 \cdot 10^{-8}$  cm. (Bem.: Die Kantenlänge des Würfels ist ein Schätzwert für den mittleren Abstand  $\bar{d}$  zwischen den Molekülen).

Untersuchen Sie die gleiche Fragestellung wie in a) mit 1 mol Wasser, das ein Volumen von  $V = 18$   $\text{cm}^3$  einnimmt.

**W.5** Die Masse eines  $O_2$  Moleküls beträgt  $5.32 \cdot 10^{-23}$  g.

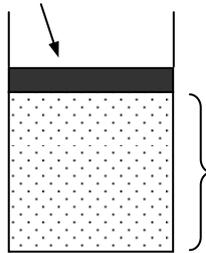
a) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit der  $O_2$ -Moleküle bei einer Temperatur von  $\vartheta = 84$  °C.

b) Welchen Druck  $p$  erzeugen  $N = 3.95 \cdot 10^{25}$  Moleküle, wenn Sie innerhalb 1s unter einem Winkel von  $\varphi = 55^\circ$  gegenüber der Normalen mit der Geschwindigkeit aus a) auf eine  $64 \text{ cm}^2$  grosse Platte treffen (s. Skizze)?



c) In einem Zylinder (s. Skizze unten) soll der gleiche Druck und die gleiche Temperatur herrschen wie oben.

Kolbenquerschnitt  
 $A = 64 \text{ cm}^2$



8 cm

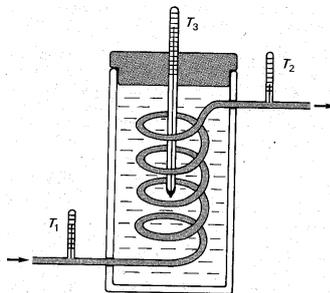
c1) Wieviele  $O_2$ -Moleküle  $N'$  befinden sich im Zylinder?

c2) Mit welcher mittleren Geschwindigkeit in y-Richtung treffen die  $O_2$ -Moleküle auf den Kolben? (vgl. mit  $v_y$  aus Teilaufgabe b)

c3) Wie oft stösst ein Molekül pro s mit dem Kolben, wenn Stösse untereinander nicht berücksichtigt werden. Welcher Zusammenhang besteht zwischen  $N$  und  $N'$ ?

d) Bei hohen Motordrehzahlen erzielt ein Kolben beträchtliche Geschwindigkeiten. Welcher effektive Druck wirkt momentan auf den Kolben, wenn er sich mit der Geschwindigkeit  $v = 25 \text{ m/s}$  nach oben bewegt? Wie groß ist der prozentuale Unterschied zu c) und wie wirkt sich die Bewegung auf die nach aussen abgegebene Arbeit aus?

**W.6** Um die isobare spezifische Wärmekapazität von Stickoxid  $NO$  zu bestimmen, wird das Gas durch ein Kalorimeter geleitet (siehe Skizze). Das Kalorimeter ist mit  $m_1 = 1 \text{ kg}$   $H_2O$  gefüllt. Die Wärmekapazität des Gefäßes ist vernachlässigbar. Die Temperaturdifferenz zwischen ein- und ausströmendem Gas ist  $T_1 - T_2 = 5 \text{ K}$ . Der Volumenstrom beträgt  $\dot{V} = 1 \text{ L/s}$ . Die Dichte von  $NO$  ist  $\rho = 1,34 \text{ kg/m}^3$ . Die Temperaturzunahme der Flüssigkeit ist  $dT_3/dt = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ K/s}$ . Wie groß ist die spezifische  $c_p$  und die molare  $C_{mp}$  isobare Wärmekapazität?



**W.7** Wasserstoff der Stoffmenge  $n$  wird in einem Zylinder mit verschiebbarem Kolben einer Zustandsänderung unterworfen. Der Ausgangszustand ist gekennzeichnet durch  $p_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $V_1 = 2 \text{ L}$  und  $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ . Die Zustandsänderung erfolgt im  $p, V$ -Diagramm längs einer Geraden vom Anfangs- zum Endzustand, der bestimmt ist durch den Druck  $p_2 = 2 \text{ bar}$  und das Volumen  $V_2 = 3 \text{ L}$ . Praktisch lässt sich dieser Vorgang mit Hilfe einer zusätzlich am Kolben angebrachten Feder realisieren (siehe Abb.).

a) Wie groß ist die Teilchenmenge  $n$  des Gases?

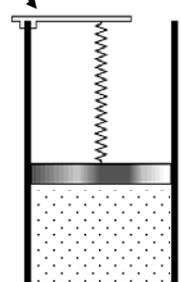
b) Wie hoch ist die Endtemperatur  $\vartheta_2$ ?

c) Welche Arbeit  $W_{12}$  gibt das Gas nach außen ab?

d) Um welchen Betrag  $\Delta U$  steigt die innere Energie des Gases?

e) Welche Wärme  $Q_{12}$  wird bei der Zustandsänderung zugeführt?

starre Verbindung



**W.8** In einer Bierflasche befindet sich Kohlendioxyd mit  $\vartheta_1 = 18\text{ °C}$  und einem Überdruck von 0.8 bar. Auf welche Temperatur kühlt sich das Gas ab, wenn der Verschluss plötzlich geöffnet wird? Warum kondensiert Wasser im entweichenden Gas? Angaben für  $\text{CO}_2$ :  $c_p(300\text{ K}) = 0.846\text{ kJ}/(\text{kg K})$  und  $R_i = 0.1889\text{ kJ}/(\text{kg K})$ .

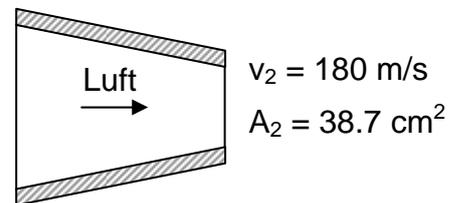
**W.9** Ein Luftpuffer besteht aus einem Zylinder mit 250 mm Durchmesser und 500 mm Länge, der durch einen verschiebbaren Kolben abgeschlossen ist. Die Luft im Zylinder habe zunächst ebenso wie die Umgebungsluft die Temperatur  $\vartheta_1 = 20\text{ °C}$  und den Druck  $p_1 = 1\text{ bar}$ . Welche kinetische Energie besitzt ein auffahrendes Fahrzeug, wenn beim Aufprall der Kolben 400 mm weit eindringt? Welche Temperatur und welcher Druck werden erreicht?

**W.10** In einer Düse soll Luft adiabat durch eine Druckminderung beschleunigt werden (Siehe Skizze).

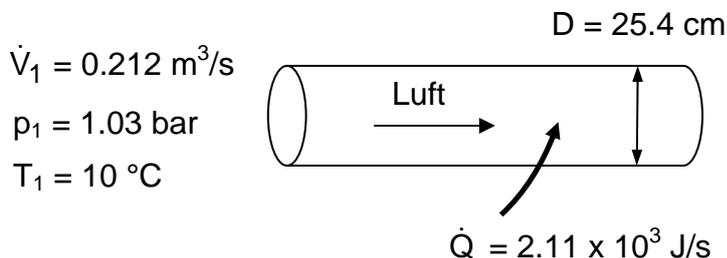
Berechnen Sie

- den Massenstrom  $\dot{m}$  durch die Düse
- die Austrittstemperatur  $T_2$  der Luft
- den Druck  $p_2$ .

$$\begin{aligned} p_1 &= 3\text{ bar} \\ T_1 &= 200\text{ °C} \\ v_1 &= 30\text{ m/s} \\ A_1 &= 80\text{ cm}^2 \end{aligned}$$



**W.11** Im Luftkanal einer Klimaanlage wird der Luft Wärme zugeführt (Siehe Skizze).

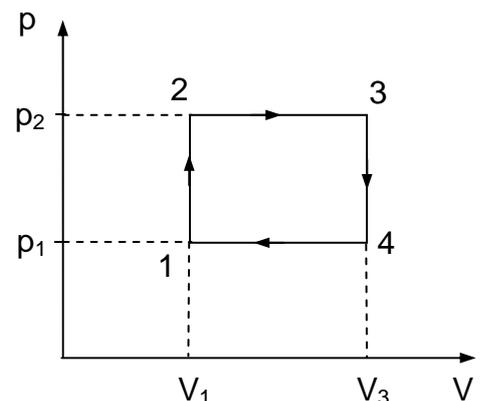


Berechnen Sie

- die Strömungsgeschwindigkeit  $v_1$ .
- die Austrittstemperatur  $T_2$  unter der Annahme, dass sich die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  im Kanal nicht ändert.

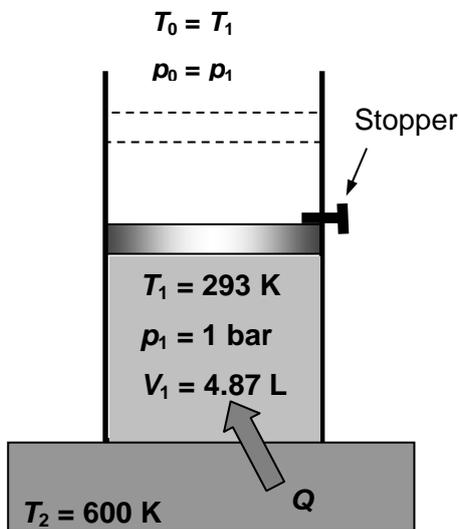
**W.12** Mit einem idealen Gas wird ein rechtsläufiger Kreisprozess durchgeführt, der sich aus Isobaren und Isochoren zusammensetzt (s. Skizze). Die Zustandsgrößen der Eckpunkte im  $p$ - $V$ -Diagramm sind:  $p_1 = 7,5\text{ bar}$ ;  $p_3 = 10\text{ bar}$ ;  $V_1 = 1\text{ l}$ ;  $V_3 = 1,5\text{ l}$ . Das Gas besteht aus zweiatomigen Molekülen, die im betrachteten Temperaturbereich rotieren, ohne zu schwingen. Die Teilchenmenge beträgt  $n = 0,3\text{ mol}$ .

- Wie groß sind die Temperaturen der Eckpunkte?
- Welche Nutzarbeit  $W$  wird pro Umlauf abgegeben?
- Welche Wärme  $Q_{\text{zu}}$  muß pro Zyklus zugeführt werden?
- Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad  $\eta_{\text{th}}$  des Kreisprozesses?
- Welchen Wirkungsgrad hätte eine Carnot-Maschine, die zwischen denselben Maximal- und Minimaltemperaturen arbeitet?



**W.13** Ein einatomiges, ideales Gas habe im Anfangszustand 1 die gleiche Temperatur und den gleichen Druck wie die Umgebung (siehe Skizze). Das Gewicht des Kolbens soll vernachlässigbar klein sein.

In einem Kreisprozess durchläuft das Gas nun folgende 3 Zustandsänderungen:



**Wärmereservoir**

- 1  $\rightarrow$  2 Über ein Wärmereservoir wird dem Gas so lange Wärme zugeführt, bis die Temperatur  $T_2 = 600\text{ K}$  erreicht ist. Der Stopper verhindert eine Verschiebung des Kolbens.
- 2  $\rightarrow$  3 Das Wärmereservoir wird entfernt und der Stopper so weit herausgezogen, dass sich das Gas abrupt ausdehnen kann, bis der Außendruck wieder erreicht ist. (Annahme: Kein Wärmeaustausch mit der Umgebung)
- 3  $\rightarrow$  1 Nun wartet man so lange, bis die Temperatur des Gases (aufgrund des Wärmeaustausches mit der Umgebung) wieder auf  $T_1$  abgesunken ist.

- Skizzieren Sie den Kreisprozess in einem  $p, V$ -Diagramm.
- Berechnen Sie die zugeführte Wärme  $Q_{12}$  und den maximalen Druck  $p_2$ .
- Wie groß ist das Volumen  $V_3$  nach der Expansion?
- Welcher Prozentsatz der zugeführten Wärme  $Q_{12}$  wird in Nutzarbeit umgewandelt?
  - Handelt es sich bei diesem Kreisprozess eher um eine gute oder um eine schlechte Wärmekraftmaschine? (Begründung!)

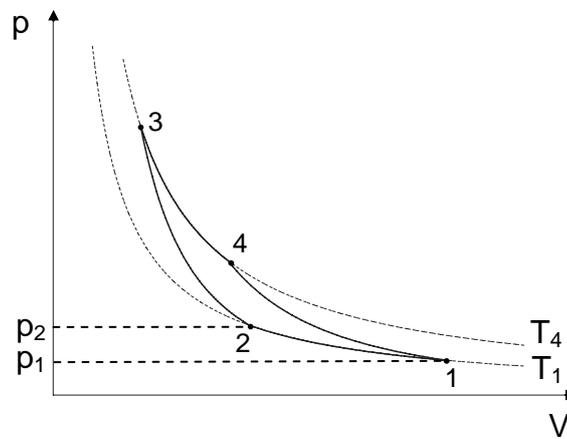
**W.14** Eine Wärmepumpe mit der Leistungsziffer  $\varepsilon_W = 3$  soll ein Haus beheizen. Die erforderliche Heizleistung ist  $\dot{Q}_{ab} = 15\text{ kW}$  bei  $\vartheta_3 = 45^\circ\text{C}$ . Die Außentemperatur beträgt  $\vartheta_1 = -5^\circ\text{C}$ .

- Welche elektrische Leistung  $P$  nimmt der Motor auf?
- Wie groß wäre die Leistung  $P_C$  des Antriebsmotors, wenn ein Carnot-Prozess ablaufen würde?

**W.15** Helium der Stoffmenge  $n = 0,1\text{ mol}$  wird ausgehend vom Normzustand auf den Zustand  $p_1 = p_n/2$  und  $T_1 = T_n/3$  gebracht. Wie groß ist die Entropieänderung?

**W.16** Wie groß ist die Energie, die man mit einem perpetuum mobile 2. Art aus dem Meerwasser gewinnen könnte, wenn dieses um  $1^\circ\text{C}$  abgekühlt würde? Die Masse des Meerwassers ist  $m \approx 1,4 \cdot 10^{21}\text{ kg}$ . Wie lange würde dieser Energievorrat reichen bei einem mittleren Leistungsbedarf der Menschheit von ungefähr  $13\text{ TW}$ ?

**W.17** Eine Carnot-Wärmekraftmaschine (Arbeitsgas Helium) arbeitet zwischen den Temperaturen  $T_1 = 350 \text{ K}$  und  $T_4 = 1200 \text{ K}$  und liefert pro Zyklus die Arbeit  $W = 0.5 \text{ kJ}$ . (Weitere Angaben:  $p_1 = 1.5 \text{ bar}$  und  $p_2 = 3 \text{ bar}$ ). Berechnen Sie



- den Maximaldruck  $p_3$ ,
- die pro Zyklus zugeführte Wärme,
- die Masse  $m_{\text{He}}$  des Arbeitsgases.

## Lösungen zu Übungsaufgaben Wärmelehre FZ

**W.1**  $x = 11.7\text{m}$   $p = 2.16\text{ bar}$

**W.2**  $p_E = 1.8\text{ bar}$

**W.3** a)  $R_i = 457\text{ J/(kg K)}$  b)  $n = 3696\text{ mol}$ ,  $\rho = 1,035\text{ kg/m}^3$ ,  
 $N = 4,45 \cdot 10^{19}\text{ Atome/cm}^3$

**W.4** a) 11.3 b) 1.03

**W.5** a) 527 m/s b)  $p = 1.99\text{ bar}$  c)  $N' = 2.08 \cdot 10^{22}$  d)  $p_{\text{neu}} = 1.83\text{ bar}$ , 8.3 %

**W.6**  $c_p = 0,998\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ,  $C_{\text{mp}} = 29,1\text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

**W.7** a)  $n = 0,0821\text{ mol}$  b)  $\vartheta_2 = 606\text{ }^\circ\text{C}$  c)  $W_{12} = -150\text{ J}$  d)  $\Delta U = 1000\text{ J}$   
e)  $Q_{12} = 1150\text{ J}$

**W.8**  $\vartheta = -17.7\text{ }^\circ\text{C}$

**W.9**  $E_{\text{kin}} = 3604\text{ J}$  ,  $p_2 = 9,52\text{ bar}$  ,  $\vartheta_2 = 285\text{ }^\circ\text{C}$

**W.10** a)  $\dot{m} = 0.530\text{ kg/s}$  b)  $T_2 = 184\text{ }^\circ\text{C}$  c) 1.00 bar

**W.11** a)  $v_1 = 4.19\text{ m/s}$  b)  $T_2 = 291\text{ K}$

**W.12** a)  $T_2 = 401\text{ K}$  ,  $T_1 = 301\text{ K}$  ,  $T_3 = 601\text{ K}$  b)  $W = -125\text{ J}$   
c)  $Q_{\text{zu}} = 2370\text{ J}$  d)  $\eta_{\text{th}} = 5,27\%$  e)  $\eta_{\text{th,C}} = 50\%$

**W.13** b)  $Q_{12} = 765\text{ J}$  und  $p_2 = 2.05\text{ bar}$  c)  $V_3 = 7.49\text{ L}$  d) 14.4% c) schlecht

**W.14** a)  $P = 5\text{ kW}$  b)  $\varepsilon_{\text{w,C}} = 6,36$  ,  $P_c = 2,36\text{ kW}$

**W.15**  $\Delta S = -1,71\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

**W.16**  $\Delta Q = 5,8 \cdot 10^{24}\text{ J}$  ,  $\Delta t = 14000\text{ a}$

**W.17** a)  $p_3 = 65.2\text{ bar}$  b)  $Q_{\text{zu}} = Q_{34} = 0.706\text{ kJ}$  c)  $m = 0.408\text{ g}$