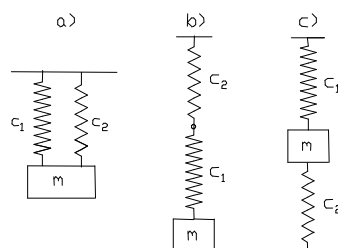


Übungsaufgaben zur Physik

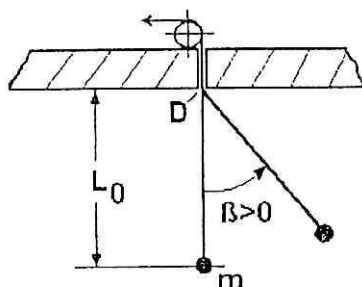
Sc. Schwingungslehre

Sc.1 Zwei Federn mit den Federkonstanten c_1 und c_2 werden durch das Anhängen eines Körpers der Masse $m = 3 \text{ kg}$ um $\Delta y_1 = 2 \text{ cm}$ bzw. $\Delta y_2 = 5 \text{ cm}$ verlängert.

Berechnen Sie die Eigenfrequenzen (mit Begründung) der skizzierten Anordnungen.



Sc.2 Ein mathematisches Pendel auf der Erde ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) hat die Pendellänge $L_0 = 0,6 \text{ m}$ und die Punktmasse m . Das Pendel wird zur Zeit $t = 0$ aus seiner Ruhelage $\beta = 0$ mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}(0) = \dot{\beta}_0 = 1,2 \text{ rad/s}$ in positiver Drehwinkelrichtung angestoßen. Es schwingt anschließend um den Drehpunkt D (siehe Skizze).



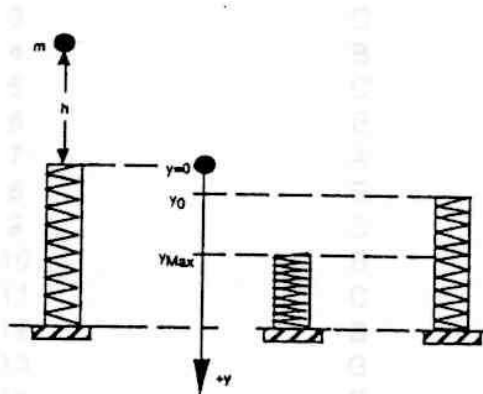
- Bestimmen Sie für kleine Auslenkungen β dieses Pendels die Kreisfrequenz ω_0 , die Schwingungsdauer T_0 , die Amplitude $\hat{\beta}_0 > 0$ und den Nullphasenwinkel ϕ der ungedämpften Schwingung $\beta(t) = \hat{\beta}_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$.
- Nach einer Schwingungsperiode ($t = T_0$, senkrechte Lage des Pendels) wird nun die Pendellänge L_0 in einer im Vergleich zur Schwingungsdauer T_0 sehr kleinen Zeitspanne Δt auf die Länge $L_1 = L_0 / \sqrt{2}$ verkürzt. Danach schwingt das verkürzte Pendel praktisch aus der senkrechten Lage $\beta = 0$ heraus mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}_1$ weiter.
 - Berechnen Sie $\dot{\beta}_1$.

Hinweis: Während der Zeitspanne Δt geht die Wirkungslinie der Gewichtskraft der Pendelmasse in guter Näherung stets durch den Drehpunkt D des Pendels.

- Berechnen Sie den maximalen Ausschlag $\hat{\beta}_1$ des verkürzten Pendels.
- Wie verhalten sich die maximalen kinetischen Energien des Pendels mit den Längen L_0 und L_1 zueinander?

Sc.3 Eine kleine Kugel der Masse $m = 100 \text{ g}$ fällt aus der Höhe $h = 20 \text{ cm}$ auf eine entspannte und masselose Feder mit der Federkonstanten $c = 20 \text{ N/m}$ (siehe Abb.) Die Kugel haftet auf der Feder und führt harmonische Schwingungen aus. Von Reibungseinflüssen ist abzusehen.

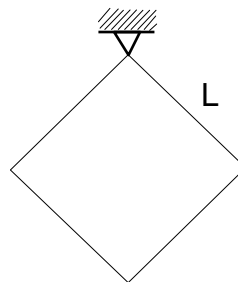
- Um welche maximale Strecke $y = y_{\max}$ wird die entspannte Schraubenfeder zusammengedrückt?
- Mit welcher Frequenz f_0 schwingt das Feder-Massesystem?
- Um welche Gleichgewichtslage $y = y_0$ erfolgt die Schwingung?
- Wie groß ist die Amplitude \hat{y} der Schwingung?
- Wie lauten die Anfangsbedingungen $y(0)$ und $\dot{y}(0)$ im Zeitpunkt $t = 0$ des Auftreffens der Kugel auf die entspannte Feder?
- Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Schwingung $y(t)$ im y - t Diagramm.
- Geben Sie die Formel für die Lösung $y(t)$ an und legen Sie dabei die in der Abbildung festgelegte y -Achse zu Grunde.
- Berechnen Sie den Nullphasenwinkel der harmonischen Schwingung $y(t)$ aus den Anfangsbedingungen.



Sc.4 Ein quadratischer Rahmen, der aus dünnen Stäben der Länge L gefertigt ist, wird an einer Ecke A drehbar aufgehängt. Der Rahmen wird aus der Ruhelage ausgelenkt und schwingt frei in der Rahmenebene mit der Schwingungsdauer $T_0 = 2.00 \text{ s}$.

- Berechnen Sie die Länge L eines Stabes unter Vernachlässigung von Reibungseinflüssen und unter Beschränkung auf kleine Ausschläge.

Durch einen Defekt im Lager wird die Schwingung gedämpft. Das Reibungsmoment ist proportional zur Winkelgeschwindigkeit des Rahmens. Infolge der Dämpfung vergrößert sich die Schwingungsdauer des Rahmens um 1 %.

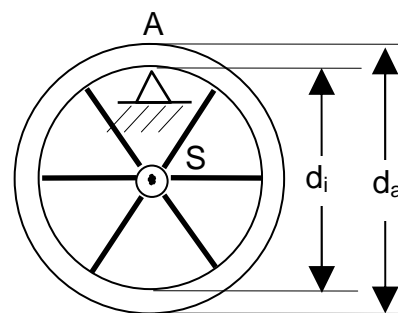


- Wie groß ist der Dämpfungsgrad D und die Abklingkonstante δ der gedämpften Schwingung?
- Wie groß ist die Schwingungsamplitude nach 3 Schwingungen, wenn sie zu Beginn $\hat{\beta}_0 = 6^\circ$ betragen hat?

Hinweis: Das Massenträgheitsmoment eines dünnen Stabes (Masse m , Länge L) bezüglich einer Achse, die senkrecht zur Stabachse durch den Schwerpunkt geht, beträgt $J_S = \left(\frac{1}{12}\right) m L^2$.

Sc.5 Ein Rad hat die Masse $m = 1.5 \text{ kg}$, den Innendurchmesser $d_i = 180 \text{ mm}$ und den Außendurchmesser $d_a = 220 \text{ mm}$. In einem ersten Versuch (vgl. Skizze 1) wird das Rad an einem Nagel im Punkt A aufgehängt. Man lässt es (bei kleinen Auslenkwinkeln aus der Ruhelage) im Schwerfeld der Erde pendeln. Die gemessene Periodendauer ist $T_A = 1.2 \text{ s}$.

- a) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment J_S bezüglich der Radachse durch den Massenmittelpunkt.

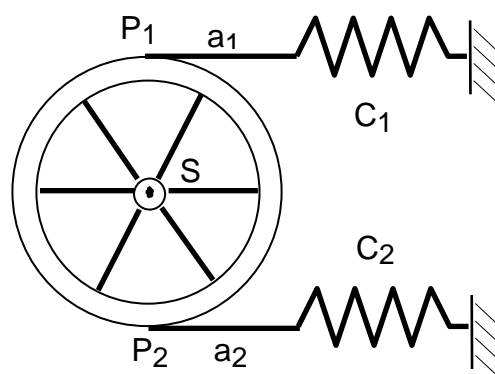


Skizze 1

In einem zweiten Versuch (vgl. Skizze 2) wird das Rad im Schwerpunkt S reibungsfrei gelagert. In den

Punkten P_1 und P_2 sind Federn mit den Federkonstanten $c_1 = c_2 = 1.2 \text{ N cm}^{-1}$ befestigt. Im Ruhezustand bilden die starren Verbindungen a_1 und a_2 Tangenten an den äußeren Radumfang.

- b) Stellen Sie die Differentialgleichung für die Drehschwingungen des Rades auf. Dies soll wieder unter der Voraussetzung kleiner Winkelausschläge erfolgen.



Skizze 2

- c) Berechnen Sie die Eigenkreisfrequenz ω_0 und die Periodendauer T_0 der Drehschwingungen um S.

Durch Aufstecken von zwei Flügeln (Masse vernachlässigbar) auf die Felge führt man eine Dämpfung des schwingungsfähigen Systems ein. Man beobachtet, dass die Winkelausschläge in fünf Schwingungsperioden jeweils auf die Hälfte abnehmen.

- d) Bestimmen Sie den Dämpfungsgrad D des Systems?

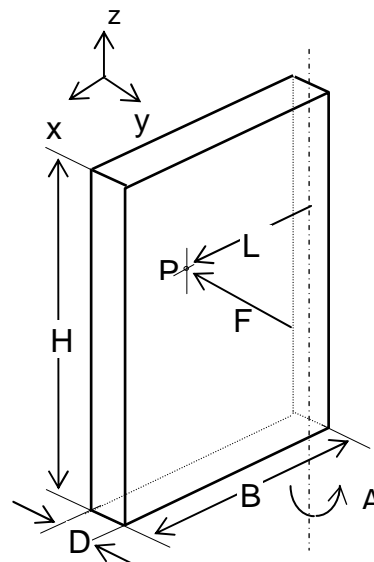
Sc.6 Eine Schwingtür (H = 2.00 m, B = 0.80 m, D = 0.03 m, Dichte

$\rho = 0.9 \text{ g cm}^{-3}$) wird von einer Torsionsfeder mit der Winkelrichtgröße $c^* = 40 \text{ Nm}$ in die Ruhelage zurückgezogen (siehe Skizze). Die Reibung bei der Rotation um die Achse A sei vernachlässigbar.

- a) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment J_A , bezüglich einer Rotation um die Achse A?

Ein Öldämpfer erzeugt eine geschwindigkeitsproportionale Reibungskraft $F_R = -b v$, die im Punkt P, mit dem Abstand $L = 30 \text{ cm}$ von der Achse A tangential angreift.

- b) Wie lautet die Differentialgleichung für die gedämpfte harmonische Bewegung der Tür?
c) Wie groß ist die Schwingungsdauer T_d der Tür, wenn der Betrag der Reibungskonstante $b_1 = 110 \text{ kg/s}$ ist?



- d) Die Schwingtür schließt sich von einem vorgegebenen Öffnungswinkel ohne Anfangswinkelgeschwindigkeit. Wie groß muß der Reibungskoeffizient b_2 sein, damit sich die Tür schnellst möglich, ohne überzuschwingen schließt?

Hinweis: Das Massenträgheitsmoment J_z (s) um die

z-Achse durch den Massenmittelpunkt S ist $J_z(S) = \frac{m}{12} (B^2 + D^2)$.

Sc.7 Ein Körper der Masse $m = 300$ g hängt an einer Feder mit der Federkonstante $c = 10$ N/m und führt schwach gedämpfte Schwingungen aus. Man stellt fest, daß nach der Zeit $t_{1/2} = 20$ s die Schwingungsamplitude auf die Hälfte des Anfangswertes abgeklungen ist.

- Wie groß ist die Abklingkonstante δ und der Dämpfungsgrad D der gedämpften Schwingung?
- Der Körper wird durch eine zeitlich harmonische Kraft $F_E(t)$ zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Bestimmen Sie die Kraftamplitude \hat{F}_E , wenn im Resonanzfall die maximale Amplitude $\hat{y}_{res} = 5$ cm gemessen wird?
- Wie groß ist die Erregerfrequenz f_E bei maximalem Ausschlag?
- Welche mittlere Leistung \bar{P} geht im Resonanzfall in Wärme über?
- Welche Anregungsfrequenz muß gewählt werden, damit der Körper mit einer Amplitude von nur $\hat{y} = 1$ mm schwingt?

Lösungen:**Sc.1** 4.17 Hz für a) und c), 1.88 Hz**Sc.2** a) $\omega_0 = 4.04 \text{ rad/s}$, $T_0 = 1.56 \text{ s}$, $\phi = -\pi/2$, $\hat{\beta}_0 = 0.297 \text{ rad}$ b1) $\dot{\beta}_1 = 2.4 \text{ rad/s}$
b2) $\hat{\beta}_1 = 0.5 \text{ rad}$ b3) $E_{\text{kin}}^{\text{max}}(L_1) = 2 \cdot E_{\text{kin}}^{\text{max}}(L_0)$ **Sc.3** a) $y_{\text{max}} = 19.8 \text{ cm}$ b) $f_0 = 2.25 \text{ Hz}$ c) $y_0 = 4.90 \text{ cm}$ d) $\hat{y} = 14.8 \text{ cm}$
e) $y(0) = 0$ und $\dot{y}(0) = 1.98 \text{ m/s}$
g) $y(t) = 4.91 \text{ cm} + 14.8 \text{ cm} \cos(14.1 \text{ s}^{-1} \cdot t + 4.37)$ **Sc.4** a) $L = 0.843 \text{ m}$ b) $D = 0.140$, $\delta = .441 \text{ s}^{-1}$ c) 0.42° **Sc.5** a) $3.62 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$ b) $\ddot{\beta} + \frac{2 \cdot c \cdot R_a^2}{J_S} \dot{\beta} = 0$ c) 8.96 s^{-1} , 0.70 s d) 0.022 **Sc.6** a) 9.21 kg m^2 b) $\ddot{\beta} + \frac{b \cdot L^2}{J_A} \dot{\beta} + \frac{c^*}{J_A} \beta = 0$ c) 3.13 s d) 425.7 kg s^{-1} **Sc.7** a) $3.47 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, $6.01 \cdot 10^{-3}$ b) $6.01 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ c) 0.919 Hz
d) $8.67 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ e) 0.581 Hz , 1.16 Hz