

Übungsaufgaben zu
Naturwissenschaftliche Grundlagen
beziehungsweise
Physik

Fahrzeugtechnik Bachelor (FZB1)
sowie
Chemieingenieurwesen / Biotechnologie (BTB1/2, CIB1/2)
Gebäude Energie Umwelt (GUB2)

- K. Kinematik**
- N. Grundgesetze der klassischen Mechanik (NEWTON)**
- I. Impulssatz**
- E. Arbeit und Energie**
- S Stoßprozesse**
- D. Drehbewegungen**
- SC. Schwingungen**

Übungsaufgaben - Mechanik

K. Kinematik

K.1 Um welche Strecke (in m) bewegt sich ein Auto während 1 s vorwärts, wenn es mit einer konstanten Geschwindigkeit von 100 km/h unterwegs ist?

K.2 Der Ort eines Teilchens, das sich auf einer geradlinigen Bahn bewegt, sei gegeben durch die Funktion $x(t) = c_1 + c_2 t - c_3 t^3$, wobei $c_1 = 7.8$ m, $c_2 = 9.2$ m/s und $c_3 = 2.1$ m/s³.

- Wo befindet sich das Teilchen nach 1 s, 2 s und 3 s?
- Um welche Distanz hat sich das Teilchen zwischen $t = 0$ s und $t = 2$ s verschoben? Um welche zwischen $t = 0$ s und $t = 3$ s?
- Wie groß waren die Durchschnittsgeschwindigkeiten in den Zeitintervallen aus Aufgabenteil b)?
- Berechnen Sie die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 3$ s. In welche Richtung bewegt sich das Teilchen?
- Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Funktion $x(t)$ in einem Schaubild für $0 \text{ s} < t < 4$ s.

K.3 Welche Strecke legt ein Läufer, dessen v, t -Diagramm in Abb. 1 zu sehen ist zurück?

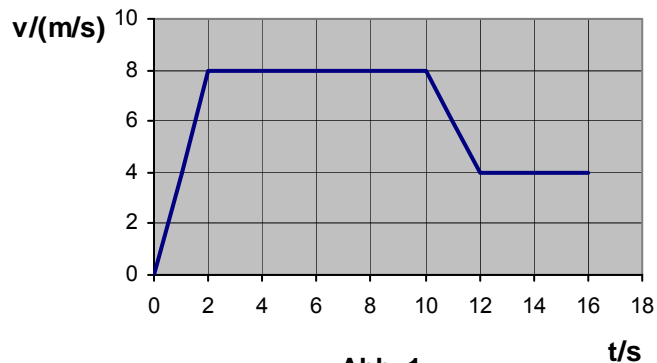


Abb. 1

K.4 Ein Teilchen bewegt sich geradlinig. Seine Geschwindigkeit als Funktion der Zeit wird durch Abb. 2 beschrieben. Skizzieren Sie die Beschleunigung des Teilchens als Funktion der Zeit.

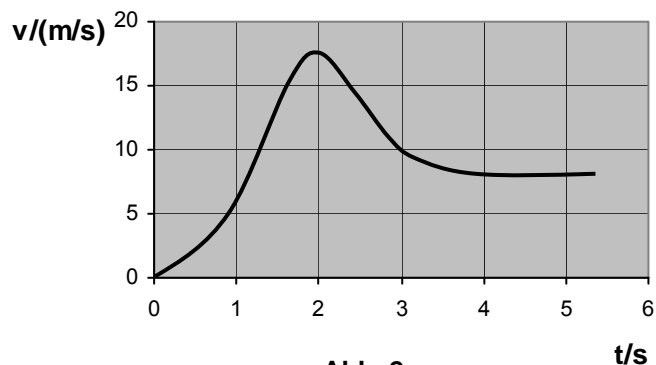
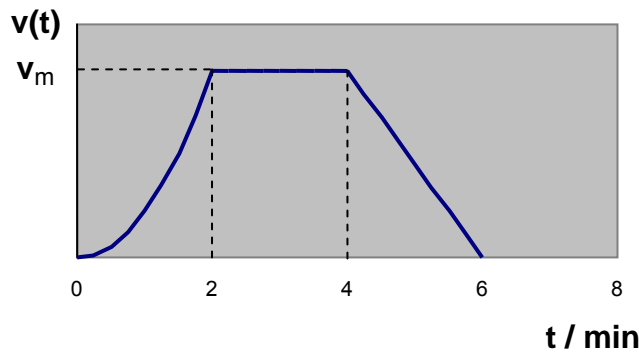


Abb. 2

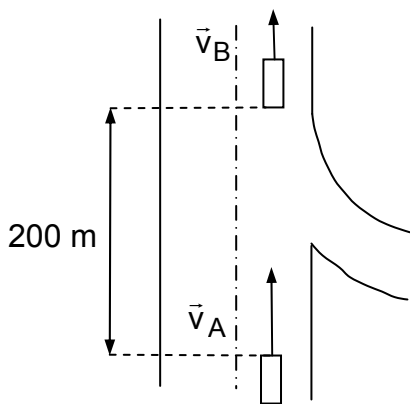
K.5 Mit guten Bremsen kann ein Auto mit einer Beschleunigung von 5 m/s^2 abbremsen. Angenommen Sie fahren mit einer Geschwindigkeit von 120 km/h und bemerken plötzlich in etwa 50 m Entfernung eine Radarfalle. Wie lange dauert das Abbremsen mindestens, wenn die zulässige Höchstgeschwindigkeit 100 km/h beträgt? Reicht die Zeit aus um noch vor der Radarfalle diese Geschwindigkeit zu erreichen?

K.6 Das v,t -Diagramm eines Zuges setzt sich aus einer Parabel ($v = \text{const } t^2$) und zwei Geraden zusammen:



Wie groß muss die Höchstgeschwindigkeit v_m sein, wenn die insgesamt durchfahrene Strecke $s_0 = 3.8 \text{ km}$ beträgt? Wie groß ist die Höchstbeschleunigung a_m ?

K.7 Auf einer Autobahn fährt ein Fahrzeug A mit konstanter Geschwindigkeit $v_A = 110 \text{ km/h}$. In die Autobahn fährt ein Fahrzeug B ein. Im Augenblick des



Einfahrens ($t=0$) hat das Fahrzeug B eine Geschwindigkeit von $v_{B,0} = 70 \text{ km/h}$ und liegt 200 m vor dem Fahrzeug A.

- Wie groß muss die konstant angenommene Beschleunigung a_B des Fahrzeugs B sein, wenn der Mindestabstand der beiden Fahrzeuge $d = 40 \text{ m}$ nicht unterschreiten soll?
- Wie lange (t_1) dauert es, bis die beiden Fahrzeuge den Mindestabstand haben?

K.8 Von einer Brücke lässt man einen Stein frei fallen. Eine Sekunde später wird ein zweiter Stein senkrecht nach unten geworfen. Beide Steine schlagen gleichzeitig auf der $h = 45 \text{ m}$ tiefer liegenden Wasseroberfläche auf.

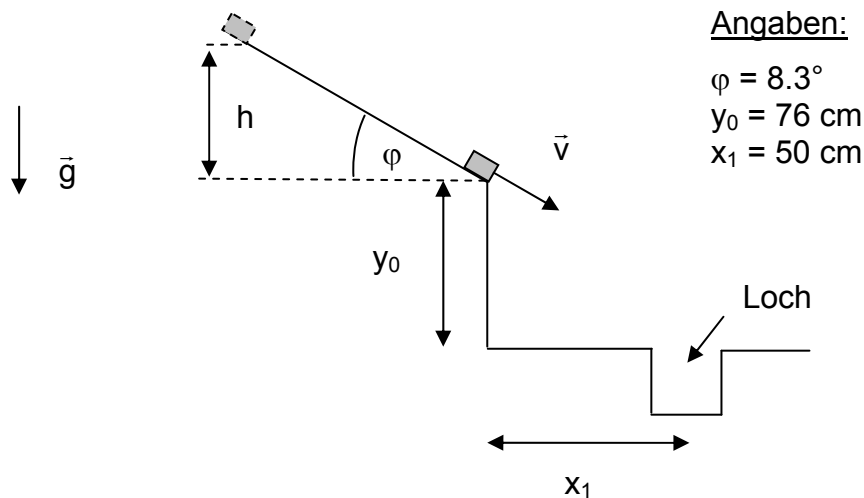
- Wie groß ist die Anfangsgeschwindigkeit v_0 des zweiten Steins?
- Zeichnen Sie ein gemeinsames v,t - und x,t -Diagramm für die beiden Steine.

K.9 Ein Teilchen bewegt sich in der x,y Ebene. Die zweidimensionale Bewegung in einem rechtwinkligen x,y -Koordinatensystem wird durch folgenden zeitabhängigen Ortsvektor beschrieben.

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} c_0 t^3 - c_1 t \\ c_2 t^2 + c_3 \end{pmatrix}, \quad \text{wobei } c_0 = 1 \text{ m/s}^3, c_1 = 32 \text{ m/s}, c_2 = 5 \text{ m/s}^2 \text{ und } c_3 = 12 \text{ m}.$$

- Skizzieren Sie die Bahnkurve für das Zeitintervall $0 \leq t \leq 4 \text{ s}$.
- Bestimmen Sie den Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor des Teilchens zum Zeitpunkt $t = 3 \text{ s}$.
- Zeichnen Sie den Geschwindigkeits- und den Beschleunigungsvektor für $t = 3 \text{ s}$ in das x,y -Koordinatensystem ein.

K.10 Ein Block wird in der Höhe h auf eine schiefe Ebene mit Neigungswinkel φ gesetzt und rutscht danach reibungsfrei bergabwärts. Der Geschwindigkeitsbetrag am Ende der schiefen Ebene beträgt $v = \sqrt{2gh}$ (s. Skizze)



Wie groß muss h gewählt werden, damit der Block ins Loch fällt?

K.11 Ein Elektromotor läuft mit der Drehzahl $n_0 = 1400 \text{ min}^{-1}$. Nach dem Abschalten wird er mit konstanter Winkelverzögerung α abgebremst. Er bleibt nach $N = 50$ Umdrehungen stehen. Wie lange dauert der Bremsvorgang und wie groß ist die Winkelverzögerung α ?

K.12 Ein Rotor wird aus dem Stillstand heraus beschleunigt. Die Beschleunigung hängt gemäß folgender Beziehung von der Zeit ab

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[1 - \sin\left(\frac{\pi}{2t_1} t\right) \right]$$

Nach $t_1 = 5 \text{ s}$ ist die Drehzahl $n_1 = 1800 \text{ min}^{-1}$ erreicht.

- Bestimmen Sie die Konstante α_0 .
- Wie viele Umdrehungen N hat der Rotor bis zum Zeitpunkt t_1 ausgeführt?

K.13 Ein Eisenbahnzug bewegt sich auf einem Kreisbogen vom Radius $r = 2 \text{ km}$. Der Zug wird tangential gleichmäßig beschleunigt. Dabei legt er die Strecke $s = 1200 \text{ m}$ zurück. Zu Beginn des Beschleunigungsvorgangs hat er die Geschwindigkeit $v_1 = 30 \text{ km h}^{-1}$, am Ende $v_2 = 100 \text{ km h}^{-1}$.

- Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang?
- Wie groß ist die Tangentialbeschleunigung a_t ?
- Berechnen Sie die Winkelbeschleunigung α .
- Wie groß ist die Zentripetalbeschleunigung a_z zu Beginn und am Ende des Vorgangs?
- Welchen Winkel β bildet der Beschleunigungsvektor \vec{a}_{res} mit der Tangente an die Kreisbahn zu Beginn und am Ende der Bewegung?

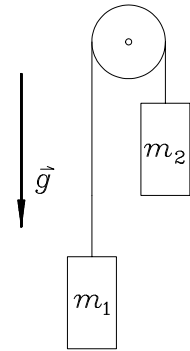
Übungsaufgaben - Mechanik

N. Grundgesetze der klassischen Mechanik (NEWTON)

N.1 Zwei Körper (Massen $m_1 < m_2$) sind mit einem dünnen (also masselosen) Faden miteinander verbunden. Der Faden läuft über eine Rolle mit vernachlässigbarer Masse, die reibungsfrei drehbar ist.

Wie groß ist die Kraft F_F im Faden und die Beschleunigung a der beiden Körper?

Welchen Einfluss haben die Idealisierungen 'masseloser' Faden, Rolle und 'Reibungsfreiheit'?



N.2 Auf einen Körper (Masse $m = 2 \text{ kg}$) wirken in der x,y -Ebene drei Kräfte \vec{F}_1, \vec{F}_2 und \vec{F}_3 . Unter ihrem Einfluss erfährt der Körper die Beschleunigung

$$\vec{a} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \text{ Die Kraftvektoren sind: } \vec{F}_1 = 3 \text{ N} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{F}_2 = 2 \text{ N} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wie groß ist Betrag und Richtung der Kraft \vec{F}_3 ?

N.3 Eine schwere Last soll an einem Stahlseil hochgezogen werden. In Ruhestellung zeigt ein Kraftmesser eine Gewichtskraft von $F_G = 8 \cdot 10^4 \text{ N}$ an; die zulässige Höchstbelastung des Seils ist $F_{\text{max}} = 10^5 \text{ N}$. Welches ist die größte erlaubte Beschleunigung a_{max} beim Hochziehen der Last?

N.4 Ein Kraftfahrzeug soll auf ebener, horizontaler Straße eine Beschleunigung von $a = 3 \text{ ms}^{-2}$ erreichen?

- Welcher Reibungskoeffizient μ_1 zwischen Fahrbahn und Reifen ist dazu mindestens erforderlich,
- Welche Reibungskoeffizient μ_2 ist erforderlich, wenn die gleiche Beschleunigung bergauf bei einer Steigung von 10 % erreicht werden soll?

N.5 Ein Fahrzeug fährt mit der Momentangeschwindigkeit $v = 70 \text{ kmh}^{-1}$ über den höchsten Punkt einer Bergkuppe, die in Fahrtrichtung den Krümmungsradius $R = 170 \text{ m}$ aufweist.

- Mit welchem Anteil seiner Gewichtskraft drückt das Fahrzeug noch auf die Bahn?
- Bei welcher Grenzgeschwindigkeit v_{gr} ist diese normale Andrückkraft Null, wird also der Grenzwert zum Abheben des Fahrzeug von der Straße erreicht?

Übungsaufgaben - Mechanik

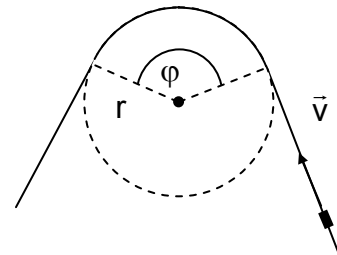
I. Impulssatz

I.1 Auf einer ebenen Unterlage liegt eine Kugel der Masse $m = 2 \text{ kg}$. Die Kugel wird parallel zur Unterlage mit einem Hammer angeschlagen. Die Kontaktzeit ist $\Delta t = 5 \text{ ms}$ und die mittlere Kraft beträgt $\bar{F} = 100 \text{ N}$.

- Wie groß sind Geschwindigkeit v und Impuls p der Kugel nach dem Stoß?
- Wie groß ist die mittlere Beschleunigung \bar{a} während der Stoßzeit?

I.2 Ein Auto (Masse $m = 10^3 \text{ kg}$) fährt mit konstanter Geschwindigkeit $v = 50 \text{ km/h}$ in eine Kreisbahn mit Radius $r = 100 \text{ m}$ (siehe Skizze).

- Welche Impulsänderung Δp (nach Betrag und Richtung) muss aufgebracht werden, um eine Richtungsänderung von $\varphi = 120^\circ$ zu erreichen?
- Wie groß ist die mittlere Kraft \bar{F} (nach Betrag und Richtung) während der Kreisbewegung?
- Wie groß ist die Zentripetalkraft F_Z während der Kreisbewegung?



I.3 Ein Boot der Masse $m_B = 200 \text{ kg}$ liegt ruhig auf einem See. Ein Mensch der Masse $m_M = 80 \text{ kg}$ geht vom Bug zum Heck (Bootslänge $L = 3 \text{ m}$). Um welche Strecke x ändert dabei das Boot seine Lage? Der Widerstand des Wassers ist zu vernachlässigen!

I.4 Ein Schussapparat feuert in einer Sekunde sechs Geschosse der Masse $m = 25 \text{ g}$ ab. Die Geschwindigkeit der Kugeln ist $v = 800 \text{ ms}^{-1}$.

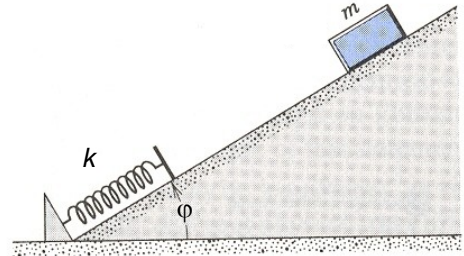
- Die Kugeln treffen auf einen fest im Boden verankerten schweren Holzklotz und bleiben in ihm stecken. Welche mittlere Kraft \bar{F} wird auf den Klotz ausgeübt?
- Welche mittlere Kraft \bar{F}' ist aufzubringen, um einen Rückstoß auf die Apparatur zu unterbinden?
- Angenommen, die Kugeln bleiben nicht stecken; sie sollen abprallen und mit einem Zehntel ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit auf der alten Flugbahn zurückfliegen. Welche mittlere Kraft \bar{F}'' wird unter diesen Bedingungen auf den Klotz ausgeübt?

Übungsaufgaben - Mechanik

E. Arbeit und Energie

E.1 Ein Block mit der Masse $m = 12 \text{ kg}$ wird auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von $\varphi = 30^\circ$ aus der Ruhe losgelassen (s. Skizze). Unterhalb des Blocks befindet sich eine ideale Feder, die durch eine Kraft von 270 N um 2.0 cm zusammengedrückt werden kann. Der Block kommt vorübergehend zum Halten, als er die Feder um 5.5 cm gestaucht hat.

- Wie weit bewegt sich der Block von seiner Ausgangsposition aus bis zu diesem Haltepunkt entlang der schiefen Ebene nach unten?
- Wie groß ist der Geschwindigkeitsbetrag des Blocks in dem Moment, in dem er die Feder berührt?

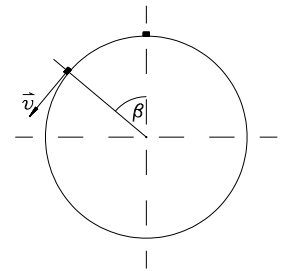


E.2 Bei großen Deformationen durch eine äußere Kraft wird das Kraft-Weg-Gesetz einer realen Feder nichtlinear, also gilt $F_{\text{ext}}(x) = k(x) x$. Für eine Pufferfeder soll gelten

$$k(x) = k_1 + k_2 x^2; \text{ mit } k_1 = 10^3 \text{ Nm}^{-1} \text{ und } k_2 = 10^7 \text{ Nm}^{-3}.$$

Wie weit wird diese Feder zusammengedrückt, wenn ein Körper, der die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = 0.3 \text{ J}$ hat, in x -Richtung aufprallt?

E.3 Auf einer Walze vom Radius r gleitet reibungsfrei ein kleiner Körper der Masse m . Bei welcher Winkelkoordinate β springt der Körper von der Walze ab, wenn er im höchsten Punkt mit vernachlässigbarer Geschwindigkeit startet?



E.4 Ein allradgetriebenes Fahrzeug fährt eine vereiste schiefe Ebene hinauf; der Koeffizient der Gleitreibung beträgt $\mu = 0.07$. Der Neigungswinkel der schiefen Ebene beträgt $\beta = 15^\circ$, die Höhe (in vertikaler Richtung gemessen) beträgt $h = 2 \text{ m}$.

- Wie groß muss die Startgeschwindigkeit v_0 am Fuß der schiefen Ebene sein, damit das Fahrzeug gerade noch oben ankommt? Der Fahrer gibt soviel Gas, dass die Räder während der gesamten Fahrt durchdrehen.
- Wie groß muss v_0 sein, wenn das Auto ohne Antrieb (also im Leerlauf) die schiefe Ebene hochrollt?
- Wie lange dauert in beiden Fällen die Fahrt?

E.5 Ein Auto ($m = 900 \text{ kg}$) beschleunigt in der Ebene aus dem Stand von 0 auf 72 km/h in 15 s .

- Berechnen Sie die Durchschnittsleistung des Motors (in kW) während der Beschleunigungsphase unter Vernachlässigung aller Reibungsverluste.
- Skizzieren Sie die Momentanleistung $P(t)$ im Zeitintervall $0 \leq t \leq 15 \text{ s}$, wenn eine konstante Beschleunigung vorausgesetzt wird. Wie groß ist die Momentanleistung am Ende des Beschleunigungsintervalls?
- Welche mittlere Nutzleistung liefert der Motor bei Berücksichtigung einer Rollreibung (Annahme konstanter Rollreibungszahl $\mu = 0,02$) auf der ebenen Beschleunigungsstrecke?

Übungsaufgaben - Mechanik

S. Stoßprozesse

S.1 Ein Eisenbahnwaggon (Masse $m_1 = 24\,000\text{ kg}$) rollt mit der Geschwindigkeit $v_1 = 3\text{ m s}^{-1}$ auf geraden, ebenen Schienen. Er stößt mit einem zweiten Waggon (Masse $m_2 = 20\,000\text{ kg}$) zusammen, der sich mit der Geschwindigkeit $v_2 = 1.8\text{ m s}^{-1}$ in derselben Richtung bewegt.

a) Die Waggon kuppeln beim Stoß zusammen.

a1) Welches ist die gemeinsame Endgeschwindigkeit v_{end} ?

a2) Welcher Bruchteil der ursprünglichen kinetischen Energien geht beim Stoßvorgang verloren?

b) Der Zusammenstoß sei vollständig elastisch. Wie groß sind dann die Endgeschwindigkeiten u_1 und u_2 der beiden Waggon?

S.2 In einer geraden, horizontalen Rinne gleiten reibungsfrei zwei Körper A und B in derselben Richtung. Körper A hat die Masse $m_A = 2\text{ kg}$ und die Geschwindigkeit $v_A = 6\text{ m s}^{-1}$; Körper B hat die Masse $m_B = 3\text{ kg}$ und die Geschwindigkeit $v_B = 1\text{ m s}^{-1}$. Der schnellere Körper A verfolgt Körper B. Körper B trägt auf seiner Rückseite eine Schraubenfeder (Federkonstante $k = 3000\text{ N m}^{-1}$, Masse vernachlässigbar). Körper A fährt auf diese Feder auf.

a) Berechnen Sie die maximale Strecke x_{max} um die die Feder zusammengedrückt wird.

b) Mit welchen Endgeschwindigkeiten u_A und u_B bewegen sich die Körper, nachdem sie sich wieder getrennt haben?

S.3 Ein Geschoß (Masse $m_1 = 20\text{ g}$) fliegt horizontal mit der Geschwindigkeit $v_1 = 200\text{ m s}^{-1}$. Es trifft auf einen als Pendel an einem langen Draht aufgehängten Holzklotz (Masse $m_2 = 1\text{ kg}$) und durchschlägt ihn. Nachdem die Kugel aus dem Klotz ausgetreten ist hat das Pendel die Geschwindigkeit $u_2' = 2\text{ m s}^{-1}$.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit u_1' des Geschosses nach Durchschlagen des Klotzes? Von der Bewegung des Pendels während der kurzen Wechselwirkungszeit mit dem Geschoß wird abgesehen!

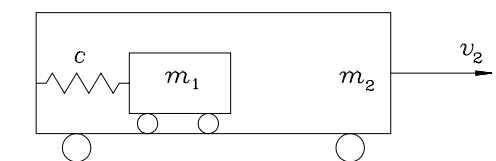
b) Welcher Anteil der ursprünglichen kinetischen Energie wurde in nichtmechanische Energieformen umgesetzt?

S.4 Ein Wagen der Masse $m_2 = 25\text{ kg}$ bewegt sich reibungsfrei mit der Geschwindigkeit $v_2 = 10\text{ m s}^{-1}$. Im Wagen ist eine Feder mit der Federkonstanten $k = 1000\text{ N cm}^{-1}$ um die Strecke $\Delta x = 5\text{ cm}$ gespannt. Nach Lösung der Spannvorrichtung wird der kleine Wagen

(Masse $m_1 = 5\text{ kg}$) durch die sich entspannende Feder in Bewegung versetzt.

Wie groß ist die Geschwindigkeit $u_{1,\text{rel}}$ des kleinen Wagens relativ zum großen?

Hinweis: Es ist einfacher die Aufgabe im **Schwerpunktssystem** zu lösen.

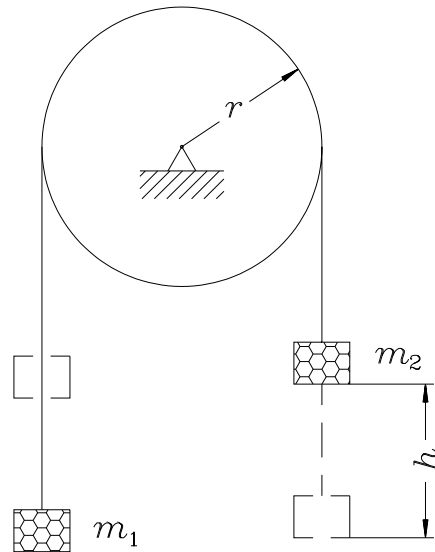


Übungsaufgaben - Mechanik

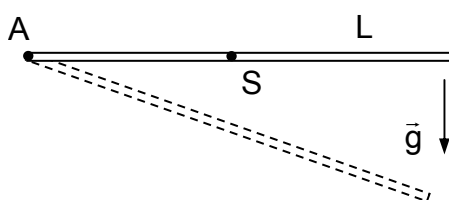
D. Drehbewegungen

D.1 Zur experimentellen Bestimmung des Massenträgheitsmoments eines Rades wird ein Faden über das Rad gelegt, an dem zwei Körper mit den Massen $m_1 = 1 \text{ kg}$ und $m_2 = 1.5 \text{ kg}$ befestigt sind. Das Rad ist reibungsfrei gelagert, sein Radius ist $r = 30 \text{ cm}$. Man beobachtet, dass die Körper aus dem Stand in der Zeit $t = 2 \text{ s}$ einen Höhenunterschied $h = 1 \text{ m}$ zurücklegen.

- Wie groß ist die Beschleunigung a , mit der sich die angehängten Körper bewegen?
- Bestimmen Sie die Kräfte im Faden jeweils über den beiden Körpern.
- Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des Rades bezüglich der Drehachse?



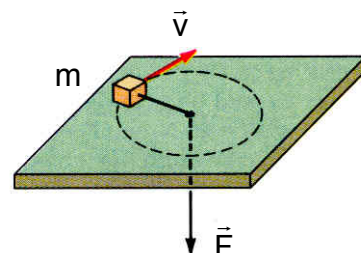
D.2 Ein langer dünner Stab der Masse $m = 1.4 \text{ kg}$ und der Länge $L = 1.8 \text{ m}$ ist im Punkt A reibungsfrei drehbar gelagert (siehe Skizze). Er wird aus waagrecht Lage losgelassen.



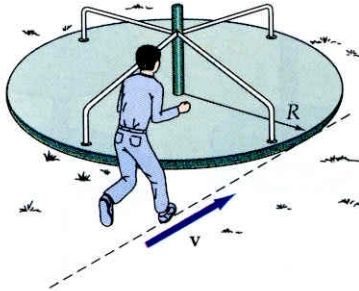
Hinweis: Das Massenträgheitsmoment J eines dünnen Stabes (Masse m , Länge L) bezüglich einer zur Stabachse senkrechten Achse durch den Endpunkt A beträgt $J_A = (1/3) m L^2$.
Bezüglich des Schwerpunkts gilt $J_S = (1/12) m L^2$

- Wie groß ist die Winkelbeschleunigung α des Stabes; die Beschleunigung a_S des Schwerpunkts S und die Beschleunigung des Stabendes bei Beginn der Bewegung?
- Wie groß ist zu Anfang der Bewegung die Auflagerkraft F_A im Punkt A?
- Mit welcher Winkelgeschwindigkeit ω geht der Stab durch die vertikale Lage?

D.3 Auf einem ebenen Tisch läuft an einem Faden (vernachlässigbarer Masse) ein punktförmiger Körper der Masse $m = 100 \text{ g}$ mit der Drehfrequenz $n_1 = 20 \text{ s}^{-1}$ auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r_1 = 50 \text{ cm}$ um. Im Mittelpunkt des Kreises hat der Tisch ein Loch, durch das der Faden so lange nach unten gezogen wird, bis der Körper auf einem Kreis mit dem Radius $r_2 = 30 \text{ cm}$ umläuft. Welche Arbeit W ist dazu aufzubringen? Reibungskräfte sollen vernachlässigt werden.



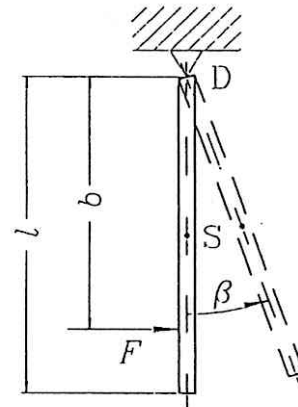
D.4 Ein Karussell (Radius $R = 2 \text{ m}$; Massenträgheitsmoment $J = 500 \text{ kg m}^2$) drehe sich reibungsfrei um seine zentrale Achse. Ein Junge (Masse $m = 25 \text{ kg}$) läuft entlang eines tangentialen Wegs zum Rand des Karussells. Der Junge springt mit einer Geschwindigkeit von 2.5 m/s auf das anfangs ruhende Karussell auf (vgl. Skizze).



- Welche Winkelgeschwindigkeit hat das Gesamtsystem am Ende?
- Berechnen Sie die kinetischen Anfangs- und Endenergien des Systems (Karussell + Junge).

D.5 Ein homogener dünner Stab (Länge $l = 0.75 \text{ m}$, Masse $m = 0.6 \text{ kg}$) ist im Punkt D aufgehängt und kann um eine waagrechte Achse durch D Pendelschwingungen in einer vertikalen Schwingungsebene aufführen (Siehe Skizze).

Während einer im Vergleich zur Schwingungsdauer T_0 des Pendels sehr kurzen Zeitspanne $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ wirkt auf das anfänglich in der Gleichgewichtslage $\beta = 0$ ruhende Pendel eine mittlere Kraft $F_a = 2.4 \text{ N}$ im Abstand $b = 0,6 \text{ m}$ vom Aufhängepunkt D. Das Pendel beginnt dann praktisch aus der senkrechten Ausgangslage heraus mit der Anfangswinkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}(0)$ zu schwingen.



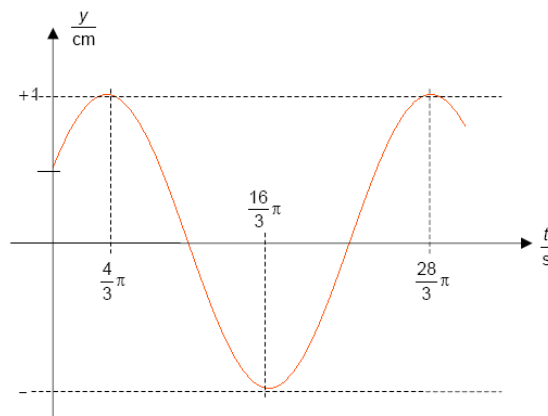
- Berechnen Sie die Drehimpulsänderung $\Delta L = L(\Delta t) - L(0)$ bezüglich des Aufhängepunkts D, die das Pendel nach Beendigung des Kraftstoßes erfahren hat.
- Mit welcher Anfangswinkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}_0 = \dot{\beta}(\Delta t)$ beginnt das Pendel zu schwingen?

Hinweis: Das Massenträgheitsmoment eines dünnen Stabes (Masse m , Länge l) bezüglich einer zur Stabachse senkrechten Achse durch den Drehpunkt D beträgt $J_D = (1/3) m l^2$.

- Bestimmen Sie den maximalen Winkelausschlag $\hat{\beta}$ des Stabes.

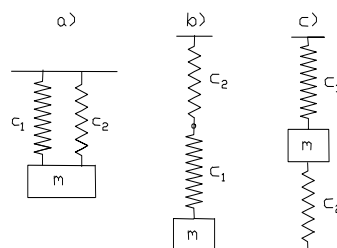
Sc. Schwingungslehre

Sc.1 In der folgenden Skizze finden Sie das Weg, Zeit-Diagramm für eine ungedämpfte harmonische Bewegung.



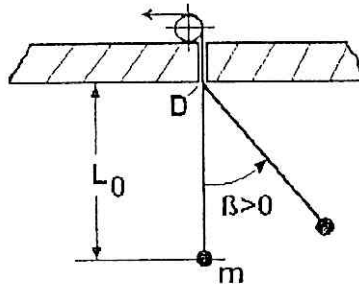
- a) Bestimmen Sie aus diesem Diagramm und den angegebenen Daten
- die Amplitude \hat{y} ,
 - die Schwingungsdauer T_0 ,
 - die Eigenfrequenz f_0 ,
 - die Eigenkreisfrequenz ω_0 ,
 - den Nullphasenwinkel φ_0 .
- b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung $y(t)$ für die gezeichnete ungedämpfte harmonische Schwingung auf.
- c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $v_0 = v(0)$ für den Zeitpunkt $t = 0$.

Sc.2 Zwei Federn mit den Federkonstanten k_1 und k_2 werden (zunächst einzeln) durch das Anhängen eines Körpers der Masse $m = 3$ kg um $\Delta y_1 = 2$ cm bzw. $\Delta y_2 = 5$ cm verlängert. Jetzt werden die Federn folgendermaßen gekoppelt.



Berechnen Sie die Eigenfrequenzen (mit Begründung) der skizzierten Anordnungen.

Sc.3 Ein mathematisches Pendel auf der Erde ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) hat die Pendellänge $L_0 = 0,6 \text{ m}$ und die Punktmasse m . Das Pendel wird zur Zeit $t = 0$ aus seiner Ruhelage $\beta = 0$ mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}(0) = \dot{\beta}_0 = 1.2 \text{ rad/s}$ in positiver Drehwinkelrichtung angestoßen. Es schwingt anschließend um den Drehpunkt D (siehe Skizze).



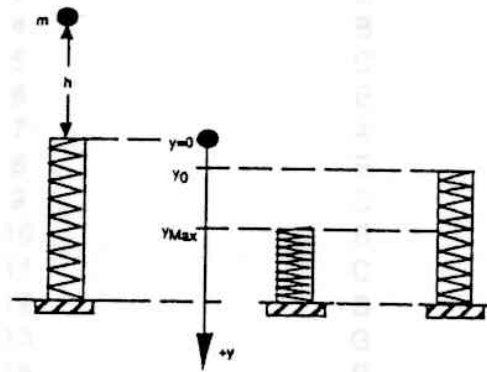
- a) Bestimmen Sie für kleine Auslenkungen β dieses Pendels die Kreisfrequenz ω_0 , die Schwingungsdauer T_0 , die Amplitude $\hat{\beta}_0 > 0$ und den Nullphasenwinkel ϕ der ungedämpften Schwingung $\beta(t) = \hat{\beta}_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$.
- b) Nach einer Schwingungsperiode ($t = T_0$, senkrechte Lage des Pendels) wird nun die Pendellänge L_0 in einer im Vergleich zur Schwingungsdauer T_0 sehr kleinen Zeitspanne Δt auf die Länge $L_1 = L_0 / \sqrt{2}$ verkürzt. Danach schwingt das verkürzte Pendel praktisch aus der senkrechten Lage $\beta = 0$ heraus mit einer neuen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}_1$ weiter.
- b1) Berechnen Sie $\dot{\beta}_1$.

Hinweis: Während der Zeitspanne Δt geht die Wirkungslinie der Gewichtskraft der Pendelmasse in guter Näherung stets durch den Drehpunkt D des Pendels.

- b2) Berechnen Sie den maximalen Ausschlag $\hat{\beta}_1$ des verkürzten Pendels.
- b3) Wie verhalten sich die maximalen kinetischen Energien des Pendels mit den Längen L_0 und L_1 zueinander?

Sc.4 Eine kleine Kugel der Masse $m = 100 \text{ g}$ fällt aus der Höhe $h = 20 \text{ cm}$ auf eine entspannte und masselose Feder mit der Federkonstanten $k = 20 \text{ N/m}$ (siehe Abb.) Die Kugel haftet auf der Feder und führt harmonische Schwingungen aus. Von Reibungseinflüssen ist abzusehen.

- Um welche maximale Strecke $y = y_{\max}$ wird die entspannte Schraubenfeder zusammengedrückt?
- Mit welcher Frequenz f_0 schwingt das Feder-Massesystem?
- Um welche Gleichgewichtslage $y = y_0$ erfolgt die Schwingung?
- Wie groß ist die Amplitude \hat{y} der Schwingung?
- Wie lauten die Anfangsbedingungen $y(0)$ und $\dot{y}(0)$ im Zeitpunkt $t = 0$ des Auftreffens der Kugel auf die entspannte Feder?
- Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Schwingung $y(t)$ im y - t Diagramm.
- Geben Sie die Formel für die Lösung $y(t)$ an und legen Sie dabei die in der Abbildung festgelegte y -Achse zu Grunde.
- Berechnen Sie den Nullphasenwinkel der harmonischen Schwingung $y(t)$ aus den Anfangsbedingungen.



Sc.5 Mit dem POHLschen Drehpendel werden Drehschwingungen untersucht. In einer ersten Messung wird für insgesamt zehn Schwingungen eines ungedämpften Systems eine Gesamtzeit $t = 22,5 \text{ s}$ gemessen.

Um das System viskos zu dämpfen, wird in einem zweiten Versuch eine Wirbelstrombremse eingeschaltet. Man beobachtet in zehn Schwingungsperioden eine Abnahme der Auslenkungen (abgelesen auf einem Skalenring) von anfangs 50 Skalenteilen auf 10 Skalenteile.

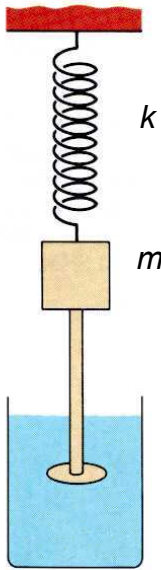
Bei einer viskos gedämpften Schwingung nehmen die Auslenkungen exponentiell mit der Zeit ab, gemäß

$$\beta(t) = \hat{\beta}_0 e^{-\delta t}$$

Bestimmen Sie aus diesen Angaben

- den Abklingkoeffizienten δ und
- den Dämpfungsgrad ϑ des schwingenden Systems.

Sc.6 Ein Feder-Masse-System ($m = 0,95 \text{ kg}$, $k = 90 \text{ N/m}$) hat bei einer geschwindigkeits-proportionalen Dämpfung eine Schwingungsdauer von $T_d = 0,66 \text{ s}$.



- Welche Eigenkreisfrequenz ω_0 hat das ungedämpfte System? Welchen Dämpfungsgrad ϑ hat das gedämpfte System?
- Wie groß ist die Auslenkung $y(t)$ des Körpers nach zwei Schwingungsperioden, wenn die Anfangsauslenkung 8 cm war?
- Welcher Anteil der Schwingungsenergie wurde während dieser zwei Schwingungsperioden in Wärme umgewandelt?
- Welchen Wert muss die Dämpfungskonstante d im Reibungsgesetz $F_R = -d \cdot v$ haben, damit sich der aperiodische Grenzfall einstellt?
- Welche Werte nehmen in der Bewegungsgleichung

$y(t) = (y_1 + y_2 t)e^{-\delta t}$ des aperiodischen Grenzfalls die Konstanten y_1 und y_2 an, wenn der Körper zur Zeit $t = 0$ keine Geschwindigkeit besitzt?

Sc.7 Ein Körper der Masse $m = 300 \text{ g}$ hängt an einer Feder mit der Federkonstante $k = 10 \text{ N/m}$ und führt schwach gedämpfte Schwingungen aus. Man stellt fest, dass nach der Zeit $t_{1/2} = 20 \text{ s}$ die Schwingungsamplitude auf die Hälfte des Anfangswertes abgeklungen ist.

- Wie groß ist die Abklingkonstante δ und der Dämpfungsgrad ϑ der gedämpften Schwingung?
- Der Körper wird durch eine zeitlich harmonische Kraft $F_E(t)$ zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Bestimmen Sie die Kraftamplitude \hat{F}_E , wenn im Resonanzfall die maximale Amplitude $\hat{y}_{\text{res}} = 5 \text{ cm}$ gemessen wird?
- Wie groß ist die Erregerfrequenz bei maximalem Ausschlag ?

Sc.8 Ein Gegenstand der Masse 2 kg schwinde an einer Feder mit der Federkonstanten $k = 400 \text{ N/m}$. Die Dämpfungskonstante sei $d = 2 \text{ kg/s}$. Auf das System wirke eine sinusförmige Kraft, deren höchster Wert 10 N betrage und deren Erregerfrequenz $\Omega = 10 \text{ rad/s}$ sei.

- Wie groß ist die Amplitude der Schwingung?
- Welche Resonanzfrequenz hat das System?
- Bestimmen Sie die Amplitude der Schwingung im Resonanzfall.
- Bestimmen Sie die 3dB Breite Δf der Resonanzkurve.

Lösungen zu Übungsaufgaben Mechanik

K. Kinematik

K.1 27.8 m

K.2 a) 14.9 m, 9.4 m, - 21.3 m b) 1.6 m, -29.1 m c) 0.8 m/s, -9.7 m/s
d) - 47.5 m/s, in negative x-Richtung e) -

K.3 100 m

K.4

K.5 1.11 s, ja, denn $\Delta x = 33.9$ m

K.6 62.2 km/h, 0.288 m/s²

K.7 a) 0.386 m/s² b) 28.8 s

K.8 a) 12.2 m/s

K.9 b) $\vec{r}(3) = \begin{pmatrix} -69 \\ 57 \end{pmatrix} m$, $\vec{v}(3) = \begin{pmatrix} -5 \\ 30 \end{pmatrix} m/s$, $\vec{a}(3) = \begin{pmatrix} 18 \\ 10 \end{pmatrix} m/s^2$.

K.10 9.3 cm

K.11 4.29 s, - 34.2 rad/s²

K.12 a) 104 rad/s² b) 111

K.13 a) 66.5 s b) 0.29 m/s² c) $1.46 \cdot 10^{-4}$ rad/s² d) $3.5 \cdot 10^{-2}$
m/s², 0.39 m/s² e) 6.7°, 53°

N. Grundgesetze der klassischen Mechanik NEWTON

N.1 $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$ und $F_F = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$

N.2 $\vec{F} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} N$

N.3 $a_{\max} = 2.45 m/s^2$

N.4 a) $\mu_1 = 0.306$ b) $\mu_2 = 0.407$

N.5 a) $F_{\text{res}}/F_G = 0.773$ b) $v_{\text{gr}} = 147$ km/h

I. Impulssatz

I.1 a) $v = 0.25$ m/s, $p = 0.5$ N s b) $a = 50$ m/s²

I.2 a) $\Delta p = 2.41 \cdot 10^4$ kg m/s b) $\vec{F} = 1.60$ kN c) $F_Z = 1.93$ kN

I.3 $x = 86$ cm

I.4 a) $\vec{F} = 120$ N b) $\vec{F} = \vec{F}' = 120$ N c) $\vec{F}'' = 132$ N

E. Arbeit und Energie

E.1 a) $\Delta x = 34.7$ cm b) $v = 1.69$ m/s

E.2 $x = 16.1$ mm

E.3 $\beta = 48.2^\circ$

E.4 a) $v_0 = 5.38 \text{ m/s}$ b) 6.26 m/s c) Mit Antrieb: $t = 2.87 \text{ s}$, Ohne Antrieb $t = 2.47 \text{ s}$

E.5 a) $\bar{P} = 12.0 \text{ kW}$ b) $P(t=15\text{s}) = 24 \text{ kW}$ c) $\bar{P} = 13.8 \text{ kW}$

S. Stoßprozesse

S.1a1) $v' = 2.45 \text{ m/s}$ a2) $f = 5.6\%$ b) $v_1' = 1.9 \text{ m/s}$, $v_2' = 3.11 \text{ m/s}$

S.2a) $x = 10 \text{ cm}$ b) $v_A' = 0 \text{ m/s}$, $v_B' = 5 \text{ m/s}$

S.3a) $v_2 = 100 \text{ m/s}$ b) $\Delta E = 0.745 E_{\text{kin},0}$

S.4 $v_1' = 16.5 \text{ m/s}$, $v_2' = 8.71 \text{ m/s}$, $v_{\text{rel}}' = v_1 - v_2 = 7.74 \text{ m/s}$

D. Drehbewegungen

D.1 a) $F_1 = 10.3 \text{ N}$, $F_2 = 14.0 \text{ N}$ b) $J = 0.658 \text{ kg m}^2$

D.2 a) $\alpha = 8.18 \text{ rad/s}^2$; $a_S = 7.36 \text{ ms}^{-2}$; $a_{\text{Stabende}} = 14.7 \text{ ms}^{-2} = 1.5 \text{ g} !!$
b) $F_A = 3.43 \text{ N}$ c) $\omega = 4.04 \text{ rad/s}$

D.3 $W = 351 \text{ J}$

D.4 a) $\omega_E = 0.208 \text{ rad/s}$ b) $E_{\text{kin},A} = 78.1 \text{ J}$, $E_{\text{kin},E} = 13.0 \text{ J}$

D.5 a) $\Delta L = 0.144 \text{ N m s}$ b) $\dot{\beta}_0 = 1.28 \text{ rad/s}$ c) $\hat{\beta} = 16.6^\circ$

Sc. Schwingungen

Sc.1 a1) 1 cm a2) 25.1 s a3) 0.040 Hz a4) 0.25 rad/s a5) $-\pi/3$
b) $y(t) = 1 \text{ cm} \cos[(0.25 \text{ rad/s})t - \pi/3]$ c) $v_0 = 0.217 \text{ cm/s}$

Sc.2 4.17 Hz für a) und c), 1.88 Hz

Sc.3 a) $\omega_0 = 4.04 \text{ rad/s}$, $T_0 = 1.55 \text{ s}$, $\beta_0 = 17.1^\circ = 0.298 \text{ rad}$, $\phi = -\pi/2$
b1) $\dot{\beta}_1 = 2.4 \text{ rad/s}$ b2) $\beta_1 = 28.9^\circ = 0.5 \text{ rad}$ b3)

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}}(L_1) = 2 \cdot E_{\text{kin}}^{\text{max}}(L_0)$$

Sc.4 a) $y_{\text{max}} = 19.8 \text{ cm}$ b) $f_0 = 2.25 \text{ Hz}$ c) $y_0 = 4.90 \text{ cm}$ d) $\hat{y} = 14.8 \text{ cm}$
e) $y(0) = 0$ und $\dot{y}(0) = 1.98 \text{ m/s}$
g) $y(t) = 4.91 \text{ cm} + 14.8 \text{ cm} \cos(14.1 \text{ s}^{-1} \cdot t + 4.37)$

Sc.5 a) $\delta = 0.0715 \text{ 1/s}$ b) $\vartheta = 2.56 \times 10^{-2}$

Sc.6 a) 9.73 1/s und 0.208 b) 0.551 cm c) 99.5% d) 18.5 kg/s e) 77.9 cm/s

Sc.7 a) $3.47 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, $6.01 \cdot 10^{-3}$ b) $6.01 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ c) 0.919 Hz

Sc.8 a) 0.0497 m b) 2.24 Hz c) 0.352 m d) 0.159 Hz