

Physiklabor

Musteraufgaben zum Thema *Exponentielle Auftragung*

Zusammengestellt von Prof. Dr. Günther Kurz
Mai 2004

MUSTERBEISPIEL 1

Auswertung von Messdaten und grafische Darstellungen Exponentielle Abhängigkeiten

Der Sättigungsdampfdruck von H₂O im Intervall 0 °C ≤ θ ≤ 100 °C

Die Werte für den Sättigungsdampfdruck sind entnommen:

Kohlrausch, F.: Praktische Physik; Band 3, 24. Auflage, 1996; Stuttgart: B.G.

Teubner. Tabelle 3.12 auf S. 352 'Eigenschaften von Wasser und Wasserdampf im Sättigungszustand'.

ϑ °C	p_s hPa	T K	T^{-1} K ⁻¹	ϑ °C	p_s hPa	T K	T^{-1} K ⁻¹
0	6,12			60	199,47		
10	12,28			70	312,0		
20	23,39			80	474,2		
30	42,47			90	701,8		
40	73,85			100	1014,2		
50	123,52						

Die Dampfdruckkurve beschreibt die für das Gleichgewicht zwischen flüssiger und gasförmiger Phase maßgebenden Wertepaare von Sättigungsdampfdruck p_s und Temperatur T . Die Dampfdruckkurve wird durch einen BOLTZMANN-Faktor beschrieben, gemäß

$$p_s \sim e^{-\frac{\Delta E}{k \cdot T}}$$

Die BOLTZMANN-Konstante hat den Wert $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$.

Es soll die Aktivierungsenergie ΔE bestimmt werden. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor

- Rechen Sie die CELSIUS-Temperaturen auf KELVIN-Temperaturen um (Eintragen in die Spalte ' T ' der obigen Tabelle)
- Berechnen Sie die reziproken absoluten Temperaturen T^{-1} (Eintragen in die Spalte ' T^{-1} ' der obigen Tabelle).
- Tragen Sie auf einfach logarithmischem Papier p_s gegen T^{-1} auf.
- Legen Sie durch die 'Messpunkte' eine (beste) Ausgleichsgerade.
- Bestimmen Sie die Steigung m_{Gerade} dieser Geraden und daraus die Aktivierungsenergie ΔE .
- Nutzen Sie ein PC-Programm (z.B. EXCEL) zur Bestimmung der Geradengleichung. Vergleichen Sie.

**Auswertung von Messdaten und grafische Darstellungen
Exponentielle Abhängigkeiten**

Der Sättigungsdampfdruck von H₂O im Intervall 0 °C ≤ θ ≤ 100 °C

Lösung

(a) und (b) Vervollständigung der Tabelle

$\frac{\vartheta}{\text{°C}}$	$\frac{p_s}{\text{hPa}}$	$\frac{T}{\text{K}}$	$\frac{T^{-1}}{10^{-3} \text{ K}^{-1}}$	$\frac{\vartheta}{\text{°C}}$	$\frac{p_s}{\text{hPa}}$	$\frac{T}{\text{K}}$	$\frac{T^{-1}}{10^{-3} \text{ K}^{-1}}$
0	6,12	273,2	3,661	60	199,47	333,2	3,002
10	12,28	283,2	3,532	70	312,0	343,2	2,914
20	23,39	293,2	3,411	80	474,2	353,2	2,832
30	42,47	303,2	3,299	90	701,8	363,2	2,754
40	73,85	313,2	3,193	100	1014,2	373,2	2,680
50	123,52	323,2	3,095				

(c) Aus $p_s \sim e^{-\frac{\Delta E}{k \cdot T}}$ folgt durch Logarithmieren $\ln(p_s) \sim \frac{(-\Delta E)}{k} \cdot \frac{1}{T}$

Die sich ergebende Gerade auf einfach-logarithmischem Papier zeigt damit die exponentielle Abhängigkeit des Sättigungsdampfdrucks von der reziproken absoluten Temperatur. Anmerkung: Die Benutzung von Logarithmen zur Basis 10 ist hier unerheblich; bei der Berechnung der Geradensteigung sind aber die Logarithmen zur Basis e zu verwenden!

(d) und (e) Aus der Geradengleichung $\ln(p_s) \sim \frac{(-\Delta E)}{k} \cdot \frac{1}{T}$

ergibt sich also für die Geradensteigung $m_{\text{Gerade}} = \frac{(-\Delta E)}{k}$

Man legt zu Bestimmung der Steigung ein möglichst großes Steigungsdreieck fest, Korrespondierende Wertepaare sind z.B.

$$p_s = 1000 \text{ hPa} \quad T^{-1} = 2,70 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$p_s = 1 \text{ hPa} \quad T^{-1} = 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Daraus erhält man die Steigung der Geraden nach der Zwei-Punkte-Formel

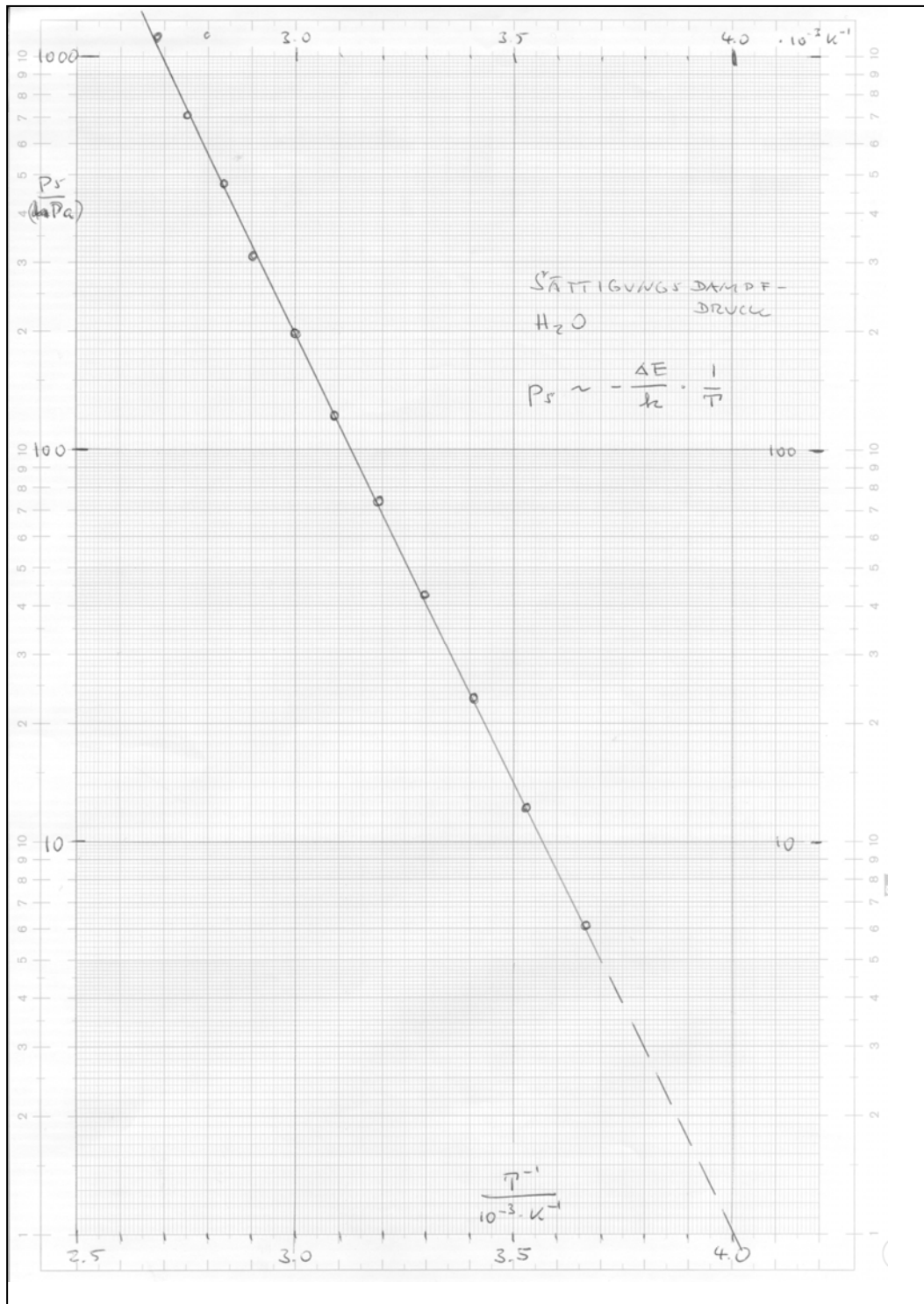
$$m_{\text{Gerade}} = \frac{\ln(1000) - \ln(1)}{(2,70 - 4,00) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}} = \frac{6,91 - 0}{-1,30 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}} = -5,32 \cdot 10^3 \text{ K}$$

Wegen $m_{\text{Gerade}} = \frac{(-\Delta E)}{k} = -5,32 \cdot 10^3 \text{ K}$

wird

$$-\Delta E = -5,32 \cdot 10^3 \text{ K} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$\Delta E = 7,34 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$



MUSTERBEISPIEL 2

Auswertung von Messdaten und grafische Darstellungen

Exponentielle Abhängigkeiten

Der Sättigungsdampfdruck von Argon im Intervall $80 \text{ K} \leq T \leq 150 \text{ K}$

Die Daten sind entnommen:

CRC Handbook of Chemistry and Physics; 1990/91; 71st edition; Boca Raton, Ann Arbor, Boston: CRC press

$\frac{T}{\text{K}}$	80	90	100	110	120	130	140	150
$\frac{p_s}{\text{kPa}}$	40,7	134	324	666	1214	2027	3170	4736
$\frac{T^{-1}}{\text{K}^{-1}}$								

Die Dampfdruckkurve beschreibt das Gleichgewicht zwischen flüssiger und gasförmiger Phase als Funktion des Sättigungsdampfdrucks p_s von der Temperatur T . Die Dampfdruckkurve wird durch einen BOLTZMANN-Faktor beschrieben. Nach der Theorie erwartet man für den Sättigungsdampfdruck p_s eine exponentielle Abhängigkeit von der absoluten Temperatur T gemäß

$$p_s \sim e^{-\frac{\Delta E}{k \cdot T}}$$

Die BOLTZMANN-Konstante hat den Wert $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$

Es soll die Aktivierungsenergie ΔE bestimmt werden. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor

- Zeigen Sie, dass man bei logarithmischer Auftragung des Sättigungsdampfdrucks gegen die reziproke absolute Temperatur eine Gerade erwartet.
- Berechnen Sie die reziproken absoluten Temperaturen T^{-1} (Eintragen in die Spalte ' T^{-1} ' der obigen Tabelle).
- Tragen Sie auf einfach logarithmischem Papier p_s gegen T^{-1} auf.
- Legen Sie durch die 'Messpunkte' eine (beste) Ausgleichsgerade.
- Bestimmen Sie die Steigung m_{Gerade} der Geraden und daraus die Aktivierungsenergie ΔE .

Auswertung von Messdaten und grafische Darstellungen
Exponentielle Abhängigkeiten
Der Sättigungsdampfdruck von Argon im Intervall $80 \text{ K} \leq T \leq 150 \text{ K}$

Lösung

(a) Aus $p_s \sim e^{-\frac{\Delta E}{k \cdot T}}$ folgt durch Logarithmieren $\ln(p_s) \sim \frac{(-\Delta E)}{k} \cdot \frac{1}{T}$

Die sich ergebende Gerade auf einfach-logarithmisches Papier zeigt damit die exponentielle Abhängigkeit des Sättigungsdampfdrucks von der reziproken absoluten Temperatur. Anmerkung: die Benutzung von Logarithmen zur Basis 10 ist hier unerheblich; bei der Berechnung der Geradensteigung sind aber die Logarithmen zur Basis e zu verwenden!

(b) Zunächst sind die reziproken absoluten Temperaturen zu berechnen

$\frac{T}{\text{K}}$	80	90	100	110	120	130	140	150
$\frac{p_s}{\text{kPa}}$	40,7	134	324	666	1214	2027	3170	4736
$\frac{T^{-1}}{10^{-3} \text{ K}^{-1}}$	12,5	11,1	10,0	9,09	8,33	7,69	7,14	6,67

(c) und (d) Die graphische Darstellung findet sich auf der nächsten Seite

Aus der Geradengleichung $\ln(p_s) \sim \frac{(-\Delta E)}{k} \cdot \frac{1}{T}$

ergibt sich also für die Geradensteigung $m_{\text{Gerade}} = \frac{(-\Delta E)}{k}$

Die Aktivierungsenergie wird damit

$$\Delta E = (-) m_{\text{Gerade}} \cdot k$$

(e) Man legt zu Bestimmung der Steigung ein möglichst großes Steigungsdreieck fest. Korrespondierende Wertepaare sind z.B.

$$p_{s2} = 8100 \text{ kPa} \quad T_2^{-1} = 6,00 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$p_{s1} = 10 \text{ kPa} \quad T_1^{-1} = 14,30 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Daraus erhält man die Steigung der Geraden nach der Zwei-Punkte-Formel

$$m_{\text{Gerade}} = \frac{\ln(8100) - \ln(10)}{(6,00 - 14,30) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}} = \frac{9,00 - 2,30}{(-)8,30 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}} = -807 \text{ K}$$

für die Aktivierungsenergie ergibt sich

$$\Delta E = (-)(-807 \text{ K}) \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$\Delta E = 1,11 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

