

Anleitung zum Praktikumsversuch

Fahrbahnversuche

(Kinematik, Reibung, Stoß)

Zusammenfassung

Ziel der Versuche ist es, an Hand einer sehr reibungsarmen Luftkissenfahrbahn einige Grundgesetze der Kinematik und der Dynamik messtechnisch zu überprüfen. An der geneigten Fahrbahn wird die Rest-Reibung des Luftkissens ermittelt und ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm aufgezeichnet. An der horizontal ausgerichteten Fahrbahn werden Stoßversuche durchgeführt.

Wichtige Begriffe

Hangabtrieb, Gleitreibung, Weg-Zeit-Diagramm, Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm, elastischer Stoß, unelastischer Stoß.

Literatur

- Hering, Martin, Stohrer : Physik für Ingenieure, Springer, 12. Auflage (2016)
Halliday, Resnick, Walker: Physik, Wiley – VCH, 2. Auflage (2009)
Tipler, Mosca: Physik, Springer Spektrum, 7. Auflage (2015)
Giancoli: Physik, Pearson, 3. Auflage (2009)

1 Grundlagen

1.1 Beschleunigte Bewegung

Für eine eindimensionale Bewegung mit konstanter Beschleunigung ($a = \text{const.}$) gelten

das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz
$$v(t) = v_0 + a \cdot t \quad (1)$$

und das Weg-Zeit-Gesetz
$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (2)$$

Hierbei sind s der zurückgelegte Weg zu einem Zeitpunkt t , v die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t , v_0 die Anfangsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$ s und s_0 der zum Zeitpunkt $t = 0$ s bereits zurückgelegte Weg (Abb. 1).

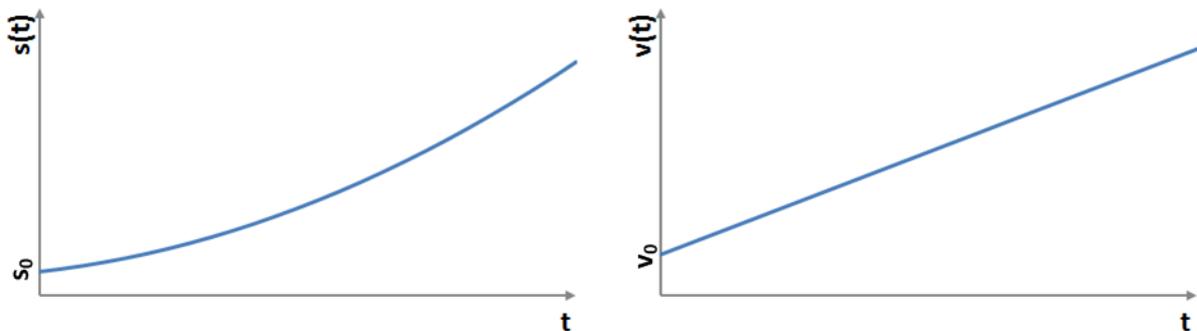


Abb. 1: Weg-Zeit-Gesetz und Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz der konstant beschleunigten Bewegung

1.2 Reibung

Die Reibung auf einem Luftkissen wird durch die Strömungsreibung in der Luftschicht zwischen Fahrbahn und Gleiter und den Luftwiderstand des Gleiters bestimmt; die Reibungskraft ist daher nicht konstant. Für Vergleiche mit der Gleitreibung (Trockene Reibung) und Rollreibung kann man auch hier näherungsweise einen "virtuellen" Reibungskoeffizienten nach $F_{\text{Reib}} = \mu^* \cdot F_N$ definieren, wobei F_N die Normalkraft ist. In dieser Näherung gilt dann

$$\mu^* = \frac{F_{\text{Reib}}}{F_N} = \frac{a_{\text{Reib}}}{g \cdot \cos(\alpha)} \quad (3)$$

1.3 Stoßvorgänge

Der elastische Stoß

Beim elastischen Stoß gelten **Impulserhaltungssatz** und **Energieerhaltungssatz**:

$$\text{Impulserhaltungssatz} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (4)$$

$$\text{Energieerhaltungssatz} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \quad (5)$$

Die Geschwindigkeiten nach dem Stoß berechnen sich mit

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

Mit folgenden Bezeichnung der Geschwindigkeiten:

$$\text{vor dem Stoß:} \quad v \quad (v_1, v_2)$$

$$\text{nach dem Stoß:} \quad u \quad (u_1, u_2)$$

Die Theorie des vollkommen elastischen Stoßes ergibt für den Fall $v_2 = 0$ m/s folgende Beziehung:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_1 \quad (8)$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (9)$$

Der vollkommen unelastische Stoß

Beim unelastischen Stoß gilt nur der **Impulserhaltungssatz**, der **Erhaltungssatz der mechanischen Energie gilt nicht**.

Nach dem Stoß bewegen sich beide Körper gemeinsam mit der Geschwindigkeit u fort:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

Für den Fall, dass der Stoßpartner 2 am Anfang in Ruhe war ($v_2 = 0$ m/s) ergibt sich folgende Beziehung:

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (11)$$

2 Messaufbau

Luftkissenfahrbahn und Gleiter

Auf der Luftkissenfahrbahn können Gleiter schwebend auf einem Luftkissen entlang der Schiene fahren. Ihre Bewegung erfolgt dabei annähernd reibungsfrei.

Der Versuchsaufbau besteht neben der Fahrbahn mit den zwei Gleitern aus fünf Lichtschranken, einem Katapult, einem Magnethalter, Reflektoren sowie der Datenerfassungseinheit



Abb. 2: Fahrbahn mit Gleitern und Lichtschranken

Die eigentliche Fahrbahn ist ein Dreikant-Hohlrohr, das an den oberen Flächen sehr viele kleine Bohrungen enthält. Ein regelbares Gebläse erzeugt innen einen Überdruck, so dass die vertikalen feinen Luftstrahlen die leichten Gleiter stabil tragen.

Bitte den Magnethalter und das Katapult **nicht** abschrauben! Die Gleiter sollten immer an *beiden* Seiten mit den jeweiligen Funktionssteckern in der unteren Steckposition bestückt sein.

Zeitmessung

Die fünf Lichtschranken sind an den Eingängen der Datenerfassungseinheit angeschlossen. Damit werden die jeweiligen Zeitpunkte von Eintritt und Austritt der auf den Gleitern aufgesteckten Fahnen aufgezeichnet. Bei der Auswertung kann daraus die Fahrdauer Δt der Fahne durch die Lichtschranke ermittelt werden. Die Länge der Fahnen beträgt $\Delta s = 10$ cm. (siehe Abb. 3)

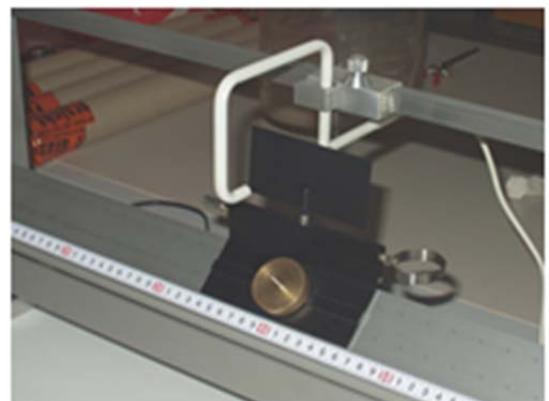


Abb. 3: Gleiter mit Messfahne und Lichtschranke

Geschwindigkeitsbestimmung: Jeder Gleiter unterbricht den Lichtstrahl einer Schranke mit einer Fahne der Länge $\Delta s = 0,10 \text{ m}$ für die Zeitdauer $\Delta t = t_{\text{end}} - t_{\text{anf}}$. Daraus lässt sich die *mittlere Geschwindigkeit \bar{v} des Gleiters am Ort der jeweiligen Lichtschranke* ausrechnen:

Es gilt:
$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{mit} \quad \Delta t = t_{\text{end}} - t_{\text{anf}} \quad (12)$$

Zeitbestimmung: Für den Zeitpunkt, an dem der Gleiter sich mittig in der Lichtschranke befindet, nehmen wir den *Mittelwert* zwischen dem Zeitpunkt t_{anf} beim Eintritt und dem Zeitpunkt t_{end} beim Austritt aus der Lichtschranke:

Es gilt:
$$t_{\text{Lichtschranke}} = \frac{t_{\text{anf}} + t_{\text{end}}}{2} \quad (13)$$

Beschleunigung: Die mittlere Beschleunigung \bar{a} des Gleiters zwischen den jeweiligen Lichtschranken ist

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (14)$$

3 Aufgaben

Bitte ein Messprotokoll mit Werte-Tabellen, Einheiten und Abschätzungen der Messunsicherheit für alle Messgrößen anfertigen und am Ende des Labors abzeichnen lassen (Vortestat).

3.1 Rest-Reibung der Luftkissenfahrbahn

An der leicht **geneigten Fahrbahn** (Neigungswinkel kleiner 1°) werden die resultierenden Beschleunigungen a_{ab} und a_{auf} des Gleiters abwärts bzw. (nach der Reflexion an einem Gummiband) aufwärts bestimmt. Da abwärts die Reibungsverzögerung a_{reib} der Komponente der Schwerebeschleunigung $a_g = g \cdot \sin(\alpha)$ entgegengesetzt, bei der Aufwärtsbewegung jedoch parallel gerichtet ist, kann die Reibungsverzögerung berechnet werden. Es gilt

$$a_{\text{reib}} = \frac{|a_{\text{auf}}| - |a_{\text{ab}}|}{2} \quad (15)$$

$$a_g = \frac{|a_{\text{auf}}| + |a_{\text{ab}}|}{2} \quad (16)$$

Aufbau: Geneigte Fahrbahn einstellen. Den Gleiter immer am Magnethalter (linke Seite) starten. Einen Gleiter mit **2 Zusatzmassen** und aufgestecktem Gummibandreflektor verwenden. In genügend großem Abstand nach der fünften Schranke den Anschlag für den Reflektor befestigen.

Ermittlung des Zeitverlaufs der Bewegung:

Zuerst wird die Zeitmessung durch den Startbutton im Messprogramm gestartet. Die Bewegung des Gleiters wird dann durch den Taster am Magnetstarter gestartet. Nach dem Start durchfährt der Gleiter alle Lichtschranken. An Lichtschranke 1 und 5 wird die Eintrittszeit t_{anf} und die Austrittszeit t_{end} registriert.

Vermessen Sie die Fahrbahn, um später den Neigungswinkel geometrisch bestimmen zu können.

3.2 Aufnahme eines Geschwindigkeits-Zeit-Diagramms

Aufbau:

- Geneigte Fahrbahn (Neigungswinkel nicht verändern!)
- ein Gleiter mit **2 Zusatzmassen**
- **5 Lichtschranken** (gleichmäßig auf der Fahrbahn verteilt)

Ermittlung des Zeitverlaufs der Bewegung:

An jeder Lichtschranke wird die Eintrittszeit t_{anf} und die Austrittszeit t_{end} registriert.

3.3 Stoßversuch

Elastischer Stoß: *Gummireflektor zwischen den Gleitern.*

Vollkommen unelastischer Stoß: *Klettverschluss an beiden Gleitern. (Bei Berührung werden die beiden Gleiter durch den Klettverschluss gekoppelt, so dass beide miteinander mit derselben Geschwindigkeit durch die zweite Lichtschranke laufen.)*

Für beide Versuche gilt:

Fahrbahn **horizontal** justieren. Die Fahrbahn ist horizontal, wenn die Gleiter bei eingeschalteter Luftströmung auf ihrer Startposition stehen bleiben.

Zum Start des Gleiters wird das **Katapult auf der rechten Seite der Fahrbahn** benutzt (Abb. 4, *nicht abnehmen!*). Der erste Gleiter steht vor der ersten Lichtschranke (von rechts) und wird zum Start der Messung vom Katapult abgestoßen. Die Feder des Katapultes wird auf *minimale Federkraft* (eine Rasterstellung) eingestellt. Der zweite Gleiter steht auf einer frei zu wählenden Position zwischen den Lichtschranken 1 und 5.



Abb. 4: Katapult

Bestimmen Sie zunächst die Massen der beiden Gleiter durch Wägung (Messunsicherheit Δm der Wägung notieren!).

Stoß mit zwei unterschiedlichen Massen

Ermitteln Sie die Zeiten, die der erste Gleiter benötigt um durch Lichtschranke 5 und Lichtschranke 1 zu kommen.

Elastischer Stoß mit zwei unterschiedlichen Massen

Ermitteln Sie die Zeiten, die der erste Gleiter vor und nach dem Stoß benötigt, um durch die Lichtschranken zu kommen.

4 Auswertung

Für jede Messgröße und jedes Ergebnis muss eine Messunsicherheit berechnet und als absoluter und relativer Fehler angegeben werden.

4.1 Bestimmung der Restreibung der Luftkissenfahrbahn

4.1.1 Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten für die vier Lichtschrankenpassagen des Schlittens

Die Berechnung erfolgt aus der Länge der Messfahne ($\Delta s = 10 \text{ cm}$) und der Durchfahrdauer (Δt) der Messfahne für die jeweilige Lichtschranke.

4.1.2 Bestimmung der mittleren Zeitpunkte t_i

Der Zeitpunkt zu dem der Gleiter sich mittig in einer Lichtschranke befindetet, berechnet sich näherungsweise aus:

$$t_{\text{Lichtschranke}} = \frac{t_{\text{anf}} + t_{\text{end}}}{2}$$

4.1.3 Bestimmung der Beschleunigungen a_{ab} und a_{auf}

Die *Beschleunigungen* des Gleiters werden jeweils aus den beiden *mittleren Geschwindigkeiten* beim Abwärts- bzw. Aufwärtsfahren berechnet. Bitte Vorzeichen beachten!

4.1.4 Bestimmung der Beschleunigungen a_g und a_{reib}

Berechnen Sie aus den Ergebnissen in 4.1.2 die Beschleunigungen a_g und a_{reib} .

4.1.5 Berechnung des Neigungswinkels

Bestimmen Sie den Neigungswinkel α der Schiene aus der Beschleunigung a_g . ($g_{\text{Esslingen}} = 9,809 \text{ m/s}^2$).

4.1.6 Geometrische Bestimmung des Neigungswinkels

Bestimmen Sie den Neigungswinkel α der Schiene durch eine geometrische Abschätzung.

4.1.7 Fehlerabschätzung

Führen Sie eine Fehlerabschätzung für alle Größen in 4.1.1 bis 4.1.5 durch und vergleichen Sie die Ergebnisse der Bestimmung des Neigungswinkels miteinander.

Die Fehlerabschätzung für die Berechnung des Neigungswinkels (4.1.4 und 4.1.5) vereinfacht sich bei Verwendung der folgenden Näherung für kleine Winkel:

$$\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) \approx \alpha \quad (\alpha \text{ im Bogenmaß!})$$

4.2 Aufnahme eines Geschwindigkeits-Zeit-Diagramms

4.2.1 Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten \bar{v}_i bei den 5 Lichtschranken

Die Berechnung erfolgt aus der Länge der Messfahne ($\Delta s = 10 \text{ cm}$) und der Durchfahrtdauer (Δt) der Messfahne für die jeweilige Lichtschranke

4.2.2 Bestimmung der mittleren Zeitpunkte t_i

Der Zeitpunkt zu dem der Gleiter sich mittig in einer Lichtschranke befindet berechnet sich näherungsweise aus:

$$t_{\text{Lichtschranke}} = \frac{t_{\text{anf}} + t_{\text{end}}}{2}$$

4.2.3 Erstellen Sie ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm

Zeichnen Sie ein $v - t$ Diagramm aus den Wertepaaren (\bar{v}_i, t_i) einschließlich der Ausgleichsgeraden ($v = v_0 + a_g t$). Diese Auswertung erfolgt mit dem MAPLE-Programm LINREG.

4.2.4 Bestimmung der Beschleunigung a_g

Bestimmen Sie a_g aus dem Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

4.2.5 Fehlerabschätzung für die Beschleunigung a_g

Der Fehler Δa_g der Steigung a_g des $v - t$ -Diagramms wird durch das MAPLE-Programm LINREG berechnet.

4.2.6 Vergleich der Beschleunigungen a_g

Vergleichen Sie den in 4.2 ermittelten Wert der Beschleunigung a_g mit dem aus 4.1.

4.3 Stoßversuch

4.3.1 Bestimmung der Geschwindigkeiten der Gleiter

Die Berechnung der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoß erfolgt aus der Länge der Messfahne ($\Delta s = 10 \text{ cm}$) und der Durchfahrtsdauer (Δt) der Messfahne für die jeweilige Lichtschranke.

4.3.2 Theoretische Berechnung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß

Berechnen Sie die Geschwindigkeiten nach dem Stoß aus der gemessenen Geschwindigkeit des Gleiters vor dem Stoß und vergleichen Sie das Ergebnis mit den gemessenen Werten nach dem Stoß.

5 Fragen

- (1) Skizzieren Sie *vor Durchführung des Labors* die Beschleunigungs- oder Kraftvektoren der Auf- bzw. Abwärtsbewegung und leiten Sie die Gleichungen (15) und (16) her.
- (2) **Bringen Sie Ihre Skizzen zum Labortermin mit.**