

# Das Mikroskop

## Zusammenfassung

Auf der optischen Bank werden ein Augenphantom (Augenmodell), ein Lupe Modell und ein Mikroskopmodell aufgebaut. Die Vergrößerungen durch Lupe und Mikroskop werden quantitativ bestimmt. Der Einfluß der Apertur auf das optische Auflösungsvermögen wird anhand der Abbildung eines Strichgitters untersucht.

## Wichtige Begriffe

Auflösungsvermögen, Abbé-Theorie, Apertur, Angularvergrößerung, Abbildungsmaßstab, Okular, Objektiv, Geometrische Optik, Licht als elektromagnetische Welle, Interferenz, Kohärenz, Huygenssches Prinzip, Beugung, Laser

## Theorie

Optische Hilfsmittel, wie Lupe oder Mikroskop, sollen die betrachteten Gegenstände vergrößert darstellen. Die Abbildung soll dabei unverzerrt und maßstäblich sein.

Die Vergrößerung mittels Lupe beruht auf der Vergrößerung des Seh winkels, Abb. 1. Sie wird als *angulare Vergrößerung* bezeichnet. Der Vergrößerungsfaktor ändert sich in Abhängigkeit vom Abstand.

Für eindeutige Vergleichszahlen wurde deshalb ein Bezugsabstand  $S_0$  eingeführt, mit dem sich eine Normalvergrößerung festlegen lässt. Der Bezugsabstand ist als deutliche Sehweite definiert, die konventionsgemäß auf 25 cm festgelegt wurde. Die Normalvergrößerung  $V$  (Gl. (1)) wird ermittelt, indem sich der Gegenstand in der Brennebene der Linse befindet und das Auge auf unendlich akkommodiert ist. Das Bild erscheint unter dem Winkel  $\varphi$ . Als Vergleich dient der Sehwinkel  $\varphi_0$  unter dem das Bild mit unbewaffnetem Auge im Abstand der deutlichen Sehweite  $S_0$  vom Gegenstand erscheint.

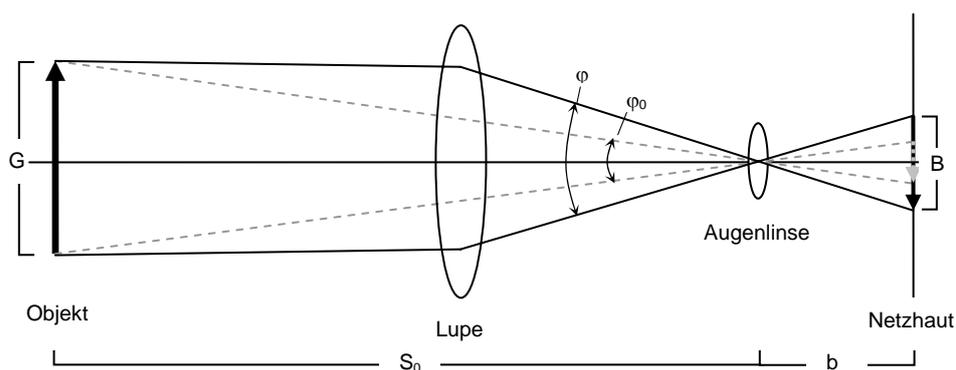


Abb. 1 Vergrößerung mittels Lupe. Gezeichnet sind nur die Hauptstrahlen durch die Mitte der Augenlinse. Ohne Lupe gestrichelt, mit Lupe durchgezogen. Sehwinkel mit bloßem Auge,  $\varphi_0$ ; mit Lupe  $\varphi$ . Der Gegenstand  $G$  befindet sich im Abstand der deutlichen Sehweite  $S_0$ .

Für die *angulare Vergrößerung*  $V$  gilt:

$$V = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\text{Sehwinkel mit Instrument}}{\text{Sehwinkel ohne Instrument}} \quad (1)$$

Der Abbildungsmaßstab L ist gegeben durch:

$$L = \frac{B}{G} = \frac{\text{Bildgröße}}{\text{Gegenstandsgröße}} = \left| \frac{b}{g} \right| = \frac{\text{Bildweite}}{\text{Gegenstandsweite}} \quad (2)$$

Gemäß der Konvention in der technischen Optik sind Strecken in Richtung des Lichtstrahls mit positivem, solche in der Gegenrichtung mit negativem Vorzeichen behaftet. In Abbildungen laufen die Lichtstrahlen im allgemeinen von links nach rechts. In Abb. 2 gehen die Lichtstrahlen scheinbar vom Bild B aus

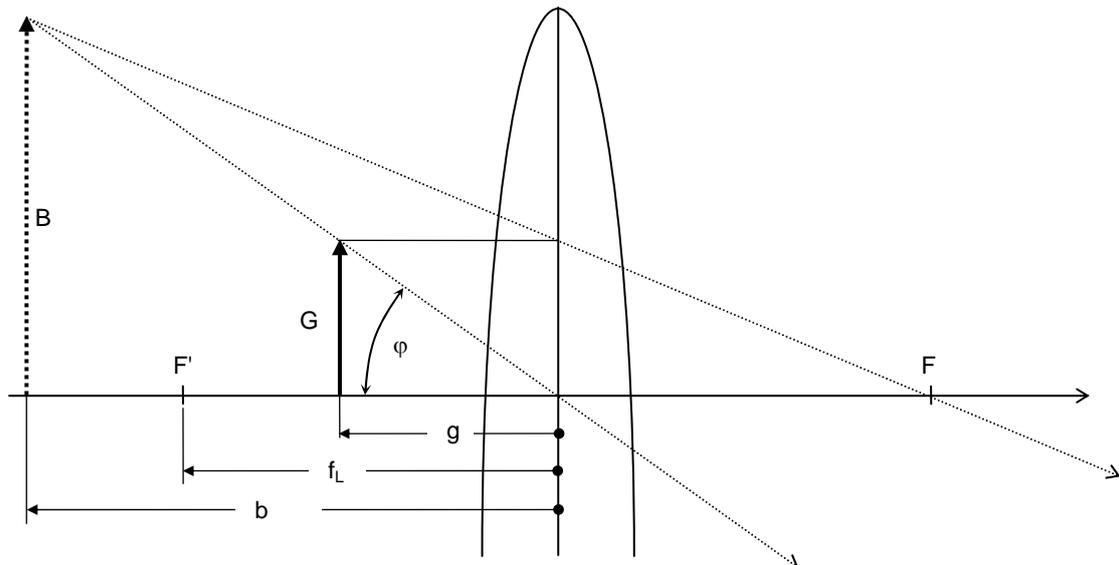


Abb. 2 Vergrößerung mit der Lupe. Konstruktion zur Ableitung des Sehwinkels  $\varphi$  mit Gegenstand G innerhalb der Brennweite  $f_L$  der Lupe.

Nach Abb. 1 und Abb. 2 ergeben sich die Sehwinkel  $\varphi$  und  $\varphi_0$ :

$$\varphi = \frac{B}{b} = \frac{G}{g} \quad (3)$$

$$\varphi_0 = \frac{G}{S_0} \quad (4)$$

Gl.(3) dividiert durch Gl.(4) ergibt:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{S_0}{g} \quad (5)$$

Durch Einsetzen der Linsengleichung (Herleitung s. Versuch "Brennweite von Linsen" oder Physik-Lehrbücher)  $\frac{1}{g} = \frac{1}{b} - \frac{1}{f_L}$  in Gl.(5) folgt:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = S_0 \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{f_L} \right) = \frac{S_0}{b} - \frac{S_0}{f_L} \quad (6)$$

Da für die Normalvergrößerung gilt, dass sich der Gegenstand in der Brennweite der Linse befindet und das Auge auf unendlich akkommodiert, wird die Bildweite  $b$  damit sehr groß gegenüber der Sehweite  $S_0$ . Der Bruch  $\frac{S_0}{b}$  kann vernachlässigt werden. Mit Gl.(1) erhält man die Vergrößerung einer Lupe  $V_L$  aus der deutlichen Sehweite  $S_0$  und der Brennweite  $f_L$  der Lupe:

$$V_L = \frac{S_0}{f_L} \quad (6)$$

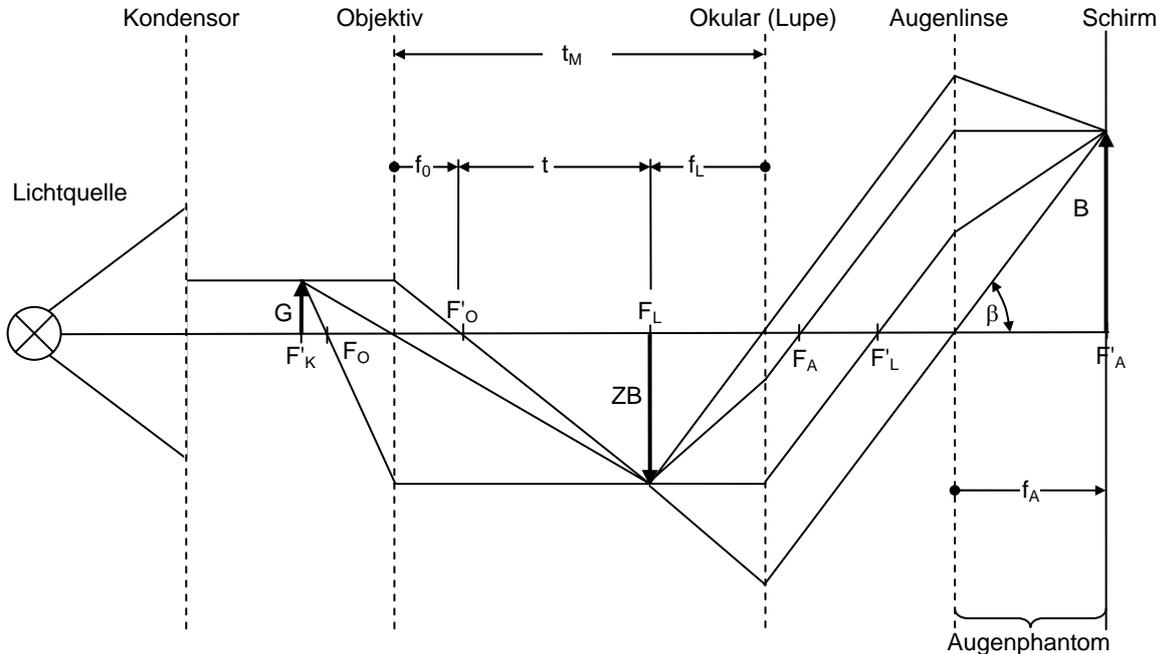


Abb. 3 Strahlengang im Mikroskop

Beim Mikroskop werden zwei Linsen hintereinander angeordnet. Die objektseitige Linse wird Objektiv, die augenseitige Okular genannt. Die Bildentstehung zeigt Abb. 3. Durch die Objektivlinse wird der Gegenstand  $G$  als Zwischenbild  $ZB$  abgebildet. Dieses befindet sich im Brennpunkt des Okulars  $F_L$ . Die Größe des Zwischenbildes

ist proportional zum Abstand  $t$ , dem Abstand der beiden Brennpunkte  $F'_o$  und  $F_L$  und umgekehrt proportional zur Brennweite  $f_o$ . Daher gilt für die angulare Vergrößerung  $V_L$  beim Mikroskop mit Gl.(6):

$$V_L = \frac{S_o}{f_L} \cdot \frac{t}{f_o} \quad (7)$$

### Auflösungsvermögen optischer Systeme

Aufgrund der Wellennatur des Lichts hat das Auflösungsvermögen optischer Systeme Grenzen, die auf Beugungserscheinungen basieren. Soll ein Gitter abgebildet werden, so müssen mindestens die Beugungsmaxima 0. und 1. Ordnung durch das Objektiv zur Abbildung gelangen. Das Beugungsmaximum 1. Ordnung tritt unter dem Winkel  $\varphi$  auf, der von der Lichtwellenlänge  $\lambda$  und der Spaltbreite  $s$  abhängt:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{s} \quad (8)$$

Eine weitere Bedingung soll durch Abb. 4 verdeutlicht werden. Zwei benachbarte Gegenstandspunkte können erst dann aufgelöst werden, wenn das Beugungsmaximum des ersten Punktes in das erste Beugungsminimum des zweiten Punktes fällt. Weitere Verringerungen des Vergrößerungsvermögens werden durch die räumliche Begrenzung der Linsen und durch Blenden hervorgerufen, weil dadurch der Aperturwinkel verkleinert wird. Der Aperturwinkel  $\alpha$  ist definiert als der halbe Öffnungswinkel des optischen Aufbaus. Nach Abb. 4 erhält man den kleinsten auflösbaren Gitterabstand  $G_{\min}$  mit

$$G_{\min} = \tan \varphi \cdot (g - a) \approx \frac{\lambda}{s} (g - a) \quad (9)$$

Mit dem Aperturwinkel  $\alpha$  erhält man

$$G_{\min} \approx \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \quad (10)$$

oder aus der geometrischen Betrachtung nach Abb. 4

$$\tan \alpha = \frac{s}{2} \cdot \frac{1}{g - a} \quad (11)$$

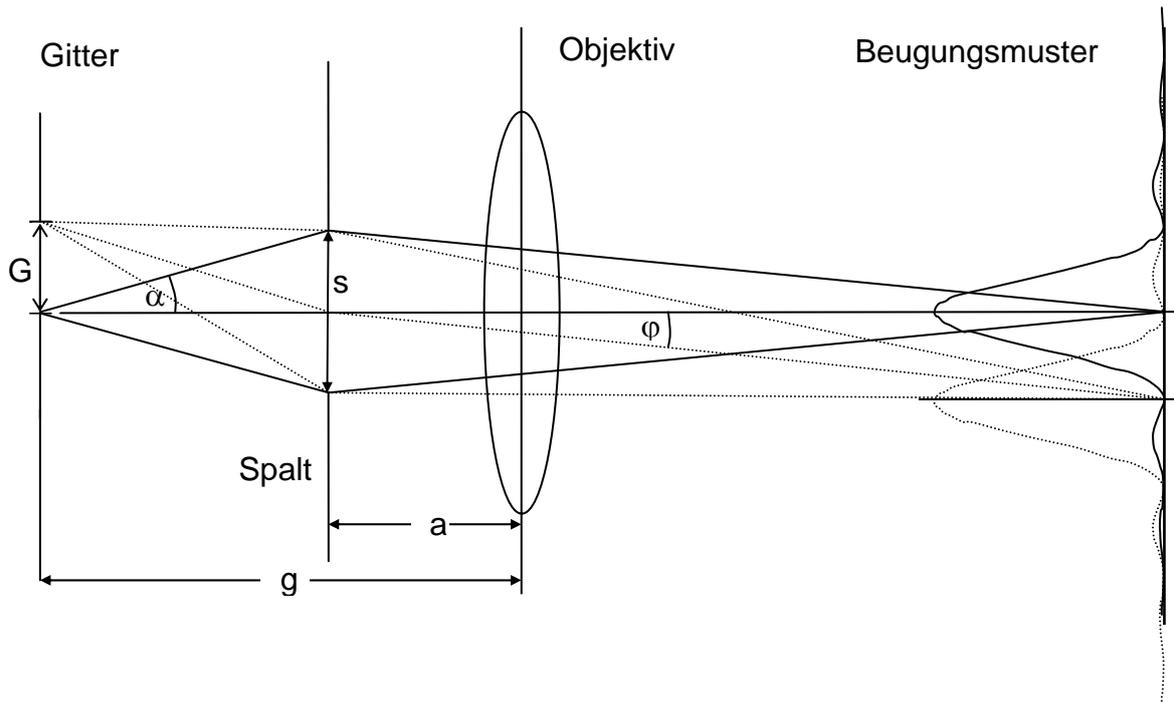


Abb. 4 Auflösungsvermögen eines optischen Aufbaus mit Spalt.

### Geräte, Materialien

Optische Bank lang, (1 m), Optische Bank, kurz (0,5 m), 1 Linse  $f = 200$  mm, 1 Linse  $f = 100$  mm, 1 Linse  $f = 50$  mm, 1 Linse  $f = 26,5$  mm, Schirm, Lichtquelle, Objekthalterung, 3 Testobjekte und 1 Strichgitter im Diarahmen. Veränderlicher Spalt mit Spaltbreite 0 – 2 mm.

### Versuchsaufbau

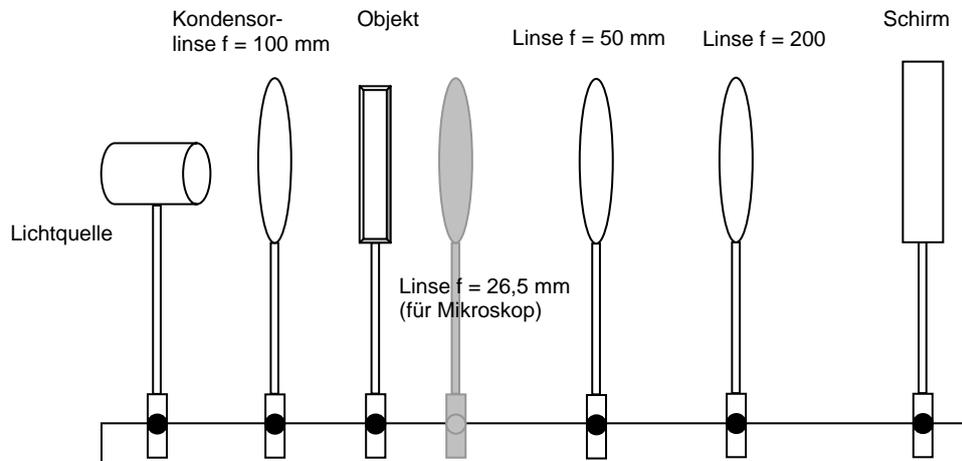


Abb. 5 Versuchsaufbau: Lupe und Mikroskop mit Augenphantom

### Messprogramm

**Beachten Sie, dass bei der Abstandsmessung die tatsächlichen Abstände gemessen werden. Verlassen Sie sich nicht auf die Reitermarkierungen!**

#### 1. **Aufbau eines Augenphantoms**

Stellen Sie das Augenphantom auf der kurzen optischen Bank zusammen. Sie benötigen eine Linse mit Brennweite  $f = 200$  mm und einen matten Schirm. Das Augenphantom wird auf  $\infty$  eingestellt, indem ein weit entfernter Gegenstand, z. B. Nachbargebäude scharf auf dem Schirm abgebildet wird. Dazu muss die optische Bank aus dem Messraum in den Laborraum gebracht werden. Messen Sie den Abstand Linse – Schirm. Dieser Abstand wird während der gesamten Versuchsdauer konstant gehalten. Schlecht sichtbare Abbildungen können durch ein weißes Blatt Papier, das vor den Schirm geklemmt wird, verbessert werden. Das Augenphantom wird für die weiteren Versuche mit der langen optischen Bank zusammengesteckt.

#### 2. **Aufbau eines Lupenmodells**

Bauen Sie aus Lichtquelle, Kondensorlinse  $f = 100$  mm, einem Testobjekt im Objekthalter und der Linse  $f = 50$  mm, ein Lupenmodell gemäß Abb. 5 auf. Das nachgestellte Augenphantom dient zur Beobachtung. Wählen Sie ein geeignetes Testobjekt aus und messen Sie die Größe des abgebildeten Objekts mit Maßband oder Geodreieck aus. Bestimmen Sie die Originalgröße des Testobjekts, bzw. des abgebildeten Ausschnitts. Notieren Sie die Ortskoordinaten (cm-Skala) der Komponenten.

#### 3. **Aufbau eines Mikroskopmodells**

Bauen Sie nun ein Mikroskop auf. Dazu verwenden Sie als Objektiv eine Linse mit der Brennweite  $f = 26,5$  mm, als Okular dient die Linse mit Brennweite  $f = 50$  mm. Wählen Sie ein geeignetes Testobjekt und bestimmen Sie Original- und Bildgröße des Objekts. Notieren Sie die Ortskoordinaten der Komponenten.

#### 4. **Auflösungsgrenze des optischen Aufbaus**

Nehmen Sie aus dem Mikroskopaufbau die Linse mit  $f = 26,5$  mm und vom Augenphantom die Linse weg. Am Schirm wird ein Blatt Papier befestigt. Mit Hilfe des Mikroskopmaßstabs, als Objekt, können auf dem Papier Millimeter-Markierungen angebracht werden. Der Maßstab wird nun gegen das Strichgitter getauscht und die Strichzahl pro mm bestimmt. Zwischen Objekt und Linse, möglichst nahe an der Linse, wird der veränderliche Spalt eingesetzt. Dieser soll zu Beginn des Versuchs ca 1 mm geöffnet sein. Achten Sie auf die parallele Ausrichtung von Spalt und Gitter, evtl. das Gitter um  $90^\circ$  drehen. Der Spalt wird jetzt vorsichtig verkleinert, bis die Gitterstriche auf dem Schirm nicht mehr aufgelöst werden. Lesen Sie die Spaltbreite ab. Notieren sie die Ortskoordinaten von Gitter, Spalt, Linse. Bauen Sie das Gitter jetzt um  $90^\circ$  gedreht ein und notieren Sie sich den Effekt.

#### **Testat**

Machen Sie sich vor dem Versuch eine Skizze mit dem Strahlengang des Aufbaus a) Lupe mit Gegenstand, Kondensator, Lupenlinse und Augenphantom (auf  $\infty$  eingestellt) und des Aufbaus b) Mikroskop, entspricht dem Lupenmodell mit zusätzlicher Okularlinse. Bringen Sie diese Skizzen als Arbeitsvorlagen zum Versuch mit.

Nach dem Versuch lassen Sie sich Ihre Messwerte vom Betreuer abzeichnen.

#### **Aufgaben**

1. Leiten Sie den Abstand Schirm – Linse Ihres Augenphantoms aus der Brennweite der Linse her.
2. Bestimmen sie jeweils die angulare Vergrößerung und den Abbildungsmaßstab ihres Lupenmodells und ihres Mikroskops aus den gemessenen Daten und den bekannten Brennweiten der Linsen mit den Gleichungen (6) und (7).
3. Berechnen Sie die Strichdichte und den Strichabstand des Gitters. Berechnen Sie den zur Auflösung der Gitterstriche nötigen Aperturwinkel  $\alpha$  nach Gl. (11) aus ihren Messwerten. Vergleichen sie mit dem theoretischen Wert nach Gleichung Gl. (10), setzen Sie  $\lambda = 500$  nm ein. Erklären Sie Ihre Beobachtung, nachdem das Strichgitter senkrecht zum Spalt gestellt wurde.