

# CIB2 / BTB2 / GUB2

## Anleitung zum Praktikumsversuch

# Saitenschwingung und HELMHOLTZ-Resonator

## Zusammenfassung

Dieser Versuch hat periodische Bewegungen im Tonfrequenzbereich zum Thema. Sie werden mit zwei voneinander unabhängigen Experimenten untersucht.

Im ersten Teil werden gespannte Drähte zu Saitenschwingungen angeregt und deren Frequenz mit Hilfe eines optischen Sensors gemessen. Physikalisch betrachtet sind dies stehende Wellen. Die Abhängigkeit der Frequenz von Länge und Spannung des schwingenden Drahtstücks sowie von der Dichte des Materials wird untersucht.

Im zweiten Teil wird eine Flasche mit Wasser befüllt und angeblasen. Die Frequenz der so erzeugten Töne wird in Abhängigkeit vom Füllstand des Wassers gemessen und mit theoretischen Werten für HELMHOLTZ-Resonatoren und einseitig offene Röhren verglichen. Dabei wird die Frage geklärt, ob hier eine Schwingung oder eine Welle vorliegt.

In der Auswertung sind Anwendbarkeit und Grenzen der unterschiedlichen Modellvorstellungen zu diskutieren.

## Wichtige Begriffe

Harmonische Schwingung, Transversal- und Longitudinalwellen, Seilwellen, Schallwellen, Phasengeschwindigkeit, Reflexion, festes und offenes Ende, stehende Welle, Schwingungsbauch und –knoten, Grund- und Oberschwingung, Feder-Masse-System, erzwungene Schwingung, Resonanzfrequenz, HELMHOLTZ-Resonator

## Literatur

Hering, Martin, Stohrer: Physik für Ingenieure, Springer, 11. Auflage (2012)  
Kuypers : Physik (Band 2), Wiley VCH, 3. Auflage (2012)

# 1 Grundlagen

## 1.1 Schwingungen und Oszillatoren

Schwingungen und Wellen sind miteinander verwandt, die beiden Begriffe stehen jedoch für verschiedene Vorgänge. Bekannte schwingfähige Systeme - auch als Oszillatoren bezeichnet - sind das mathematische Pendel (Fadenpendel) oder das Feder-Masse-System. Werden sie aus ihrer Ruhelage ausgelenkt, führen sie an einer ganz bestimmten Position im Raum Schwingungen durch. Solange die Amplitude dieser Schwingungen nicht zu groß ist und die Dämpfung während der Beobachtungszeit nicht ins Gewicht fällt, können sie häufig mit harmonischen Funktionen beschrieben werden:

$$x(t) = \hat{x} \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad \text{oder} \quad x(t) = \hat{x} \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (1)$$

Darin ist  $x(t)$  die Auslenkung als Funktion der Zeit  $t$  mit den Parametern Amplitude  $\hat{x}$ , Kreisfrequenz  $\omega$  und Nullphasenwinkel  $\varphi$ . Die Auslenkungs-Zeit-Funktion  $x(t)$  ist die Lösung der Bewegungsgleichung des Oszillators. Für ein ungedämpftes Feder-Masse-System bei kleiner Auslenkung ist das eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + k \cdot x(t) = 0 \quad \text{mit} \quad \omega = 2\pi f = \sqrt{k/m} \quad (2)$$

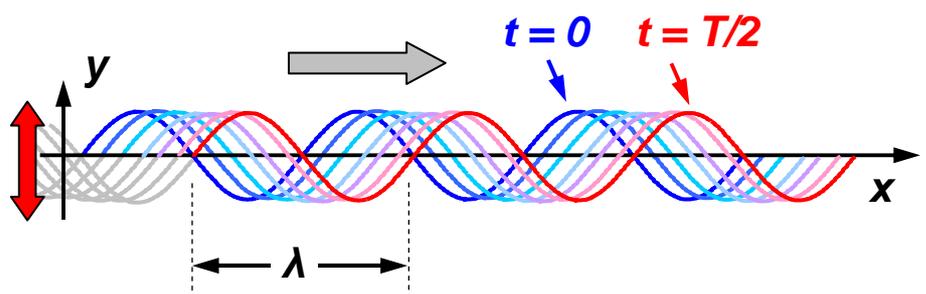
Dabei ist  $m$  die schwingende Masse,  $k$  die Federkonstante und  $f$  die Frequenz.

## 1.2 Wellengleichung und harmonische Wellen

Sind viele benachbarte Oszillatoren aneinander gekoppelt, dann können sich Anregungen auf dieser Anordnung räumlich ausbreiten. Festkörper können als solche Systeme aufgefasst werden, das Modell ist aber auch auf Flüssigkeiten und Gase anwendbar. Ist die Anregung in der Zeit  $T$  periodisch, dann kommt es zur Ausbreitung von Wellen. Ihr Auslenkungsmuster wiederholt sich mit der Wellenlänge  $\lambda$  im Raum. Anschaulich wird dies an einem gespannten Seil. Wird es an einem Punkt periodisch mit der Frequenz  $f = 1/T$  auf und ab bewegt, läuft von dort aus ein Wellenzug das Seil entlang.

**Abbildung 1**

Ortsabhängige Auslenkung einer in positive  $x$ -Richtung laufenden Seilwelle zu verschiedenen Zeitpunkten  $0 \leq t \leq T/2$  (schematisch)



Im einfachsten Fall erfolgt die Anregung harmonisch. Dann können die entstehenden Seilwellen ebenfalls mit harmonischen Wellenfunktionen beschrieben werden:

$$y_R(x, t) = \hat{y} \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi) \quad \text{Welle läuft in positive } x\text{-Richtung} \quad (3a)$$

$$y_L(x, t) = \hat{y} \cos(\omega \cdot t + k \cdot x + \varphi) \quad \text{Welle läuft in negative } x\text{-Richtung} \quad (3b)$$

Hier ist  $\omega = 2 \pi f$  die Kreisfrequenz der Anregung und  $k = 2 \pi / \lambda$  die Wellenzahl der Seilwelle. Gemäß der Konvention werden Wellen mit Cosinus-Funktionen beschrieben, die Verwendung von Sinus-Funktionen wäre aber mathematisch im Prinzip ebenfalls möglich. Für die Phasengeschwindigkeit  $c$  der Wellen (die hier gleich der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist) gilt immer der Zusammenhang mit Frequenz  $f$  und Wellenlänge  $\lambda$ :

$$c = f \cdot \lambda \quad (4)$$

Wellenfunktionen sind Lösungen der partiellen Differentialgleichung (Wellengleichung):

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \quad (5)$$

Wird ein Seil der Querschnittsfläche  $A$  mit der Kraft  $F$  gespannt, dann folgt  $c$  aus:

$$c = \sqrt{\frac{F}{A \rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (6)$$

Hier ist  $\rho$  die Dichte des Materials. Oft erfolgt die Charakterisierung des Seils durch Angabe der *Massenbelegung*  $\mu$ , also der Masse pro Längeneinheit, in der Einheit kg/m.

### 1.3 Reflexion und Überlagerung

Trifft eine Welle auf eine Grenzfläche zwischen zwei verschiedenen Materialien, wird sie im allgemeinen in zwei Anteile aufgeteilt. Ein Anteil tritt in das andere Material über, ein zweiter wird zurück reflektiert. Welche Intensität der reflektierte und der durchtretende Anteil haben, hängt von Dichte und Elastizität der beiden Materialien ab.

Im Extremfall wird die Welle vollständig zurück reflektiert. Beispiel dafür ist eine Schallwelle in Luft, die auf eine harte Wand trifft. An der Grenzfläche erfolgt keine Auslenkung der schwingenden Gasmoleküle. Hier liegt ein sogenanntes *festes Ende* vor, an dem sich ein Schwingungsknoten ausbildet. Der reflektierte Wellenanteil weist einen Phasensprung von  $\pi$  (oder  $180^\circ$ ) relativ zur einfallenden Welle auf.

Auch bei Auftreffen einer in einem sehr dichten Medium laufenden Welle auf die Grenzfläche zu einem Material geringer Dichte erfolgt eine praktisch vollständige Reflexion der Intensität. In diesem Fall können sich aber die Teilchen an der Grenzfläche bewe-

gen. Es liegt ein sogenanntes *offenes Ende* vor, an dem sich ein Schwingungsbauch bildet. Hier tritt bei der Reflexion kein Phasensprung relativ zur einfallenden Welle auf.

Bei Reflexion an der Grenzfläche zwischen Materialien entsteht durch Überlagerung immer eine stehende Welle mit Schwingungsknoten und –bäuchen im Abstand  $\lambda/2$ .

### Abbildung 2

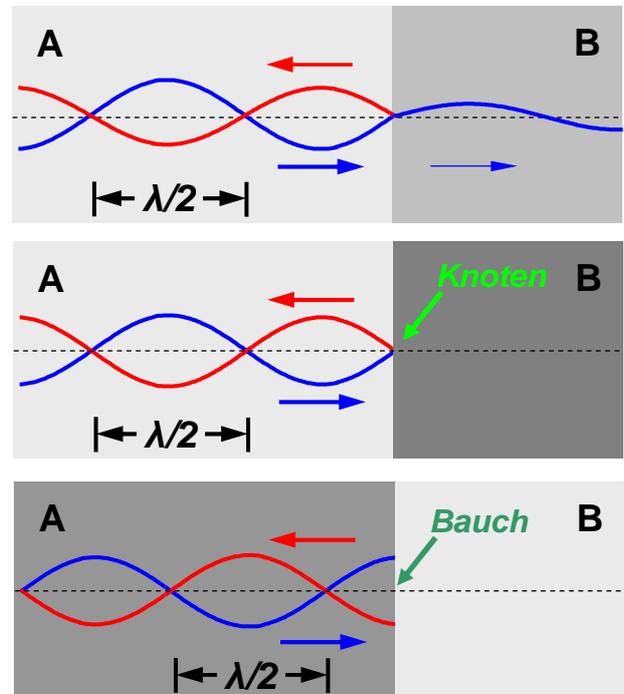
Reflexion einer Welle an der Grenzfläche zwischen den Materialien A und B.

Oben: Allgemeiner Fall, ein Teil der Welle tritt durch die Grenzfläche, ein zweiter wird reflektiert

Mitte: Das Material B hat eine viel höhere Dichte als Material A, es ergibt sich eine vollständige Reflexion mit einem **Schwingungsknoten** an der Grenzfläche

Unten: Das Material A hat eine viel höhere Dichte als Material B, es ergibt sich eine vollständige Reflexion mit einem **Schwingungsbauch** an der Grenzfläche

Der Knotenabstand der sich ausbildenden stehenden Welle beträgt jedesmal  $\lambda/2$



## 1.4 Stehende Seilwellen

An einer beidseitig eingespannten Saite oder einem Gummifaden lassen sich stehende Transversalwellen sehr gut beobachten. An den beiden festen Enden befinden sich dabei immer Knoten. Dazwischen bilden sich bei geeigneten Anregungsfrequenzen ein oder mehrere Schwingungsbäuche. Die niedrigste mögliche Frequenz  $f_1$  wird oft als Grundfrequenz bezeichnet, darüber liegen die Oberfrequenzen  $f_2, f_3, f_4, \dots$

Die Grundfrequenz  $f_1$  folgt mit dem Zusammenhang  $c = f \cdot \lambda = f_1 \cdot \lambda_1$  aus der Bedingung

$$L = 1 \frac{\lambda_1}{2} \quad \text{also} \quad f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L} \quad (7)$$

Die erste Oberwelle schwingt bei der Oberfrequenz  $f_2$ , diese folgt analog aus

$$L = 2 \frac{\lambda_2}{2} \quad \text{also} \quad f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = 2 \frac{c}{2L} \quad (8)$$

Dies lässt sich verallgemeinern. Die Oberfrequenz  $f_n$  ergibt sich aus

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad \text{also} \quad f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \frac{c}{2L} = n \cdot f_1 \quad n = 1, 2, 3 \dots (9)$$

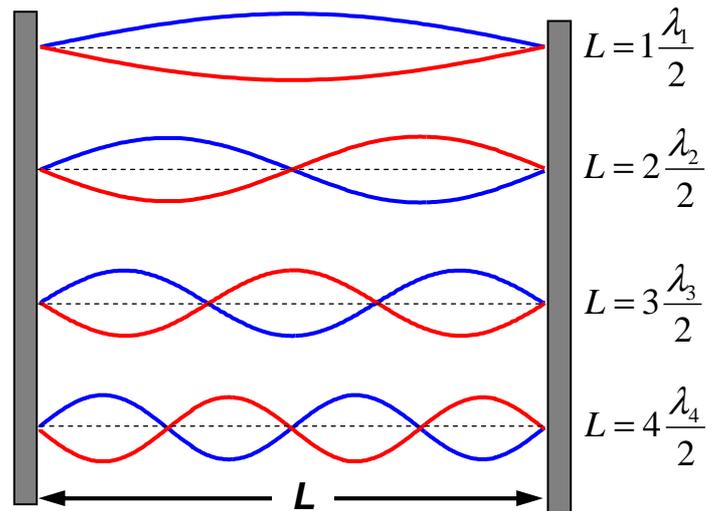
Hinweis: Die Grundschiwingung mit der Frequenz  $f_1$  wird im angelsächsischen Raum als „1. Harmonische“ bezeichnet, die Oberfrequenzen  $f_2$  und  $f_3$  entsprechend als „2. Harmonische“, „3. Harmonische“ ... Im deutschen Sprachgebrauch folgen dagegen nach der „Grundschiwingung“ die „1. Oberschiwingung“, „2. Oberschiwingung“, „3. Oberschiwingung“, ... oft wird dabei die Grundfrequenz mit  $f_0$  und die Oberfrequenzen mit  $f_1, f_2, f_3, \dots$  bezeichnet.

### Abbildung 3

Stehende Transversalwellen auf einer beidseitig eingespannten Saite.

Oben: Grundschiwingung der Wellenlänge  $\lambda_1$  und Grundfrequenz  $f_1$  (beziehungsweise „1. Harmonische“)

Darunter die 1., 2. und 3. Oberschiwingung (2., 3. und 4. Harmonische) mit den Wellenlängen  $\lambda_2, \lambda_3$  und  $\lambda_4$ . Sie schwingen mit den zugehörigen Oberfrequenzen  $f_2, f_3$  und  $f_4$ .



## 1.5 Frequenz der Saitenschwingung

Eine beidseitig eingespannte Saite der Länge  $L$  wird bei Anregung normalerweise eine Grundschiwingung der Wellenlänge  $L = \lambda_1 / 2$  ausbilden. Mit Gleichung (6) für die Phasengeschwindigkeit folgt dann aus (7) die Frequenz  $f_1$  dieser Schwingung zu:

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot L} \sqrt{\frac{F}{A \cdot \rho}} \quad (10)$$

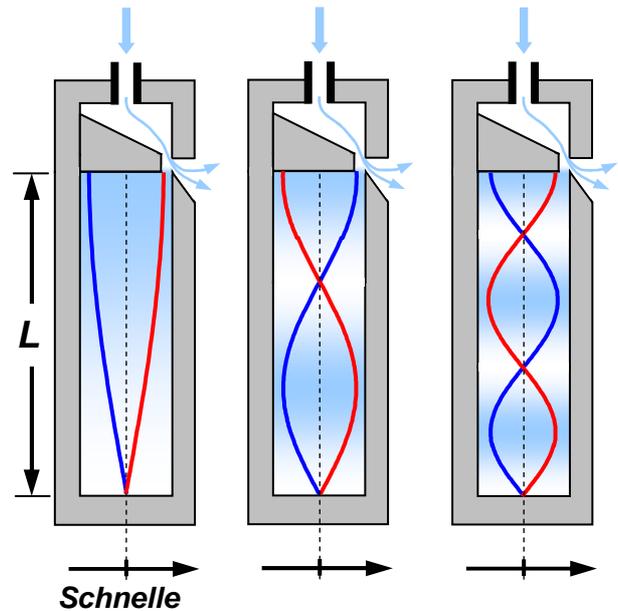
Sie hängt von Zugkraft  $F$ , Länge  $L$ , Querschnittsfläche  $A$  und Dichte  $\rho$  ab.

## 1.6 Stehende Schallwellen in Röhren und Pfeifen

Schallwellen sind longitudinale Dichtewellen, die sich mit Schallgeschwindigkeit in Gasen und Flüssigkeiten ausbreiten. Wie alle anderen Wellen auch können sie sich zu stehenden Wellen überlagern. Dies ist zum Beispiel in Pfeifen und Röhren zur Erzeugung von Frequenzen im Hörbereich der Fall. Hier gibt es beidseitig offene (geschlossene) und einseitig geschlossene Anordnungen. Zur besseren Visualisierung dieser longitudinalen stehenden Wellen werden in schematischen Darstellungen Auslenkung und Geschwindigkeit (Schnelle) der schwingenden Teilchen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle eingezeichnet.

**Abbildung 4**

Longitudinale stehende Wellen in einer einseitig geschlossenen oder „gedackten“ Orgelpfeife (ein festes, ein offenes Ende). Eingeblassene Luft strömt über eine Schneide. Die dabei auftretenden Turbulenzen regen die Luftsäule in der Pfeife zu Wellenbewegungen an. Die schematische Skizze zeigt die Verhältnisse bei Erzeugung der Grundfrequenz  $f_1$  sowie den ersten beiden Oberfrequenzen  $f_2$  und  $f_3$ .



Die Grundfrequenz  $f_1$  einer einseitig geschlossenen, mit Luft oder Gas gefüllten Röhre wird analog zu der Betrachtung im Fall der transversalen Seilwelle berechnet. Da die stehende Welle hier einen Schwingungsknoten und einen -bauch aufweist, ist die Länge  $L$  der Röhre nun gleich einem Viertel der Wellenlänge  $\lambda_1$  der stehenden Welle. Damit :

$$L = 1 \frac{\lambda_1}{4} \quad \text{also} \quad f_1 = 1 \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{4 \cdot L} \quad (11)$$

Dabei ist  $c$  die Schallgeschwindigkeit in der Röhre.

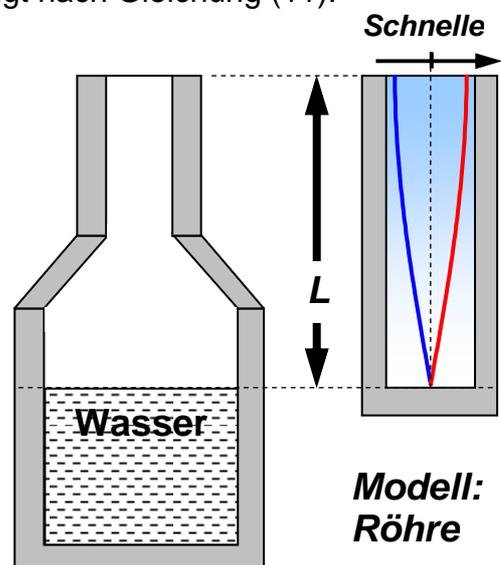
**1.7 Flaschenblasen**

Bei Anblasen einer Flasche entsteht ein hörbarer Ton. In einem extrem einfach gehaltenen Modell zur theoretischen Vorhersage seiner Frequenz wird die Flasche als einseitig offenes, zylindrisches Rohr aufgefasst. Die Länge  $L$  ist dann die Höhe der Luftsäule in der teilweise gefüllten Flasche. Die Berechnung erfolgt nach Gleichung (11).

**Abbildung 5**

Einfachste Modellvorstellung zur Berechnung der bei Anblasen einer teilweise mit Wasser gefüllten Flasche auftretenden Schwingungsfrequenz :

- Einseitig geschlossene Röhre der Länge  $L$
- Welle schwingt mit der Grundfrequenz  $f_1$



## 1.8 HELMHOLTZ-Resonator

Eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung der Vorgänge in der angeblasenen Flasche ist das Modell des HELMHOLTZ-Resonators. Hier wird die Anordnung als Feder-Masse-System betrachtet. Die Luft im Flaschenhals ist die schwingende Masse, die sich in der Art eines Kolbens im Flaschenhals bewegt. Dadurch wird das Luftvolumen im Korpus der Flasche je nach Bewegungsrichtung dieses „Kolbens“ komprimiert oder expandiert. Die resultierende Druckänderung ergibt die auf den „Kolben“ wirkende Rückstellkraft.

Das Luftvolumen  $V_0$  bildet somit die Feder dieses Feder-Masse-Systems, Veränderung des Volumens durch teilweises Befüllen der Flasche resultiert in einer Änderung der Federkonstante dieser Gasfeder. Im Prinzip liegt also ein Oszillator vor. Anblasen der Flasche regt diesen zu erzwungenen Schwingungen mit der Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  an:

$$f_{\text{res}} = \frac{c}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{A_H}{V_0 \cdot L_H}}$$

$f_{\text{res}}$  : Resonanzfrequenz  
 $A_H$  : Halsquerschnitt  
 $L_H$  : Halslänge  
 $c$  : Schallgeschwindigkeit  
 $V_0$  : Luftvolumen im Korpus

(12)

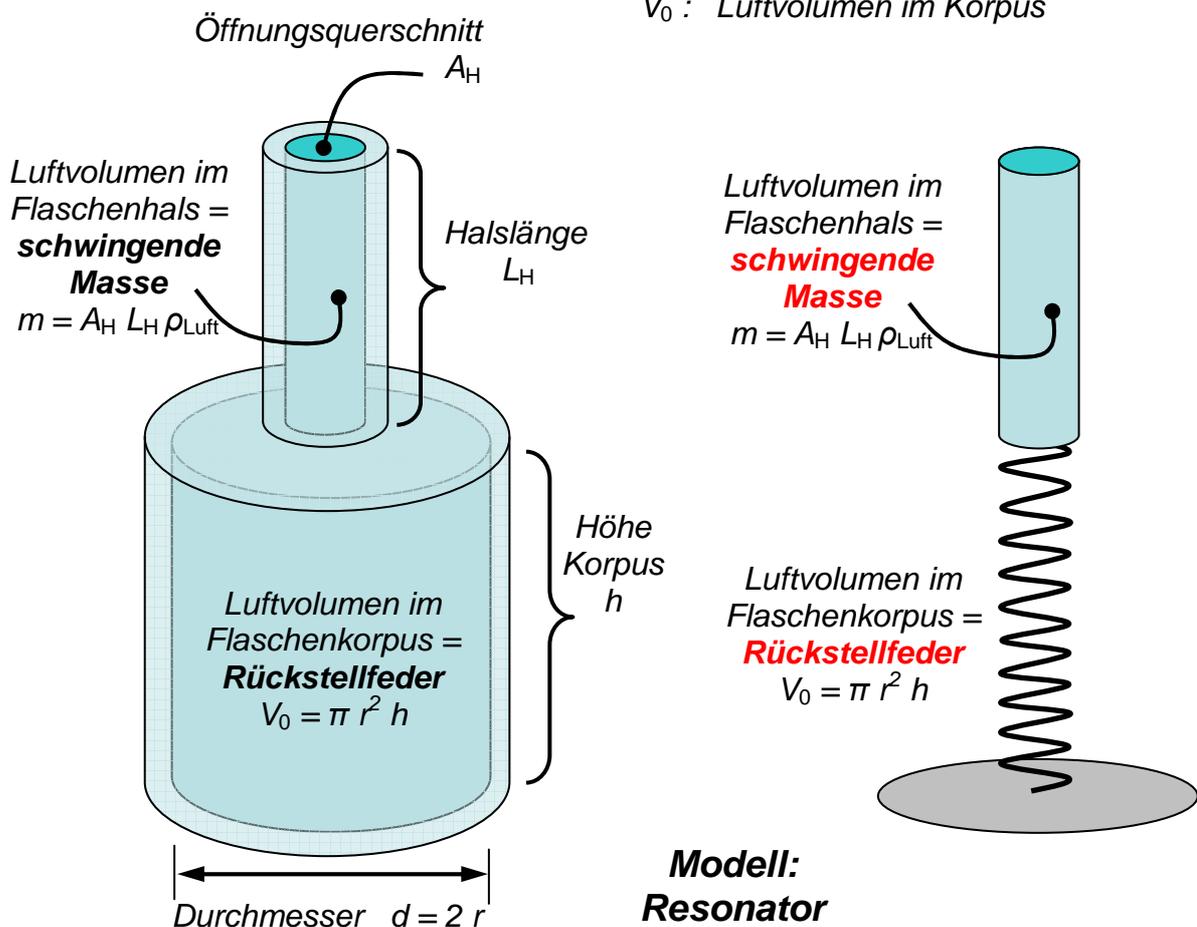


Abbildung 6 Verbesserte Modellvorstellung HELMHOLTZ-Resonator

Die Resonanzfrequenz hängt von der Flaschengeometrie und der Schallgeschwindigkeit  $c$  ab. Im Versuch wird das freie Luftvolumen  $V_0$  durch Befüllen mit Wasser verändert. Eine Auftragung von  $f_{\text{res}}$  gegen  $1/\sqrt{V_0}$  sollte eine Gerade der Steigung  $m$  ergeben

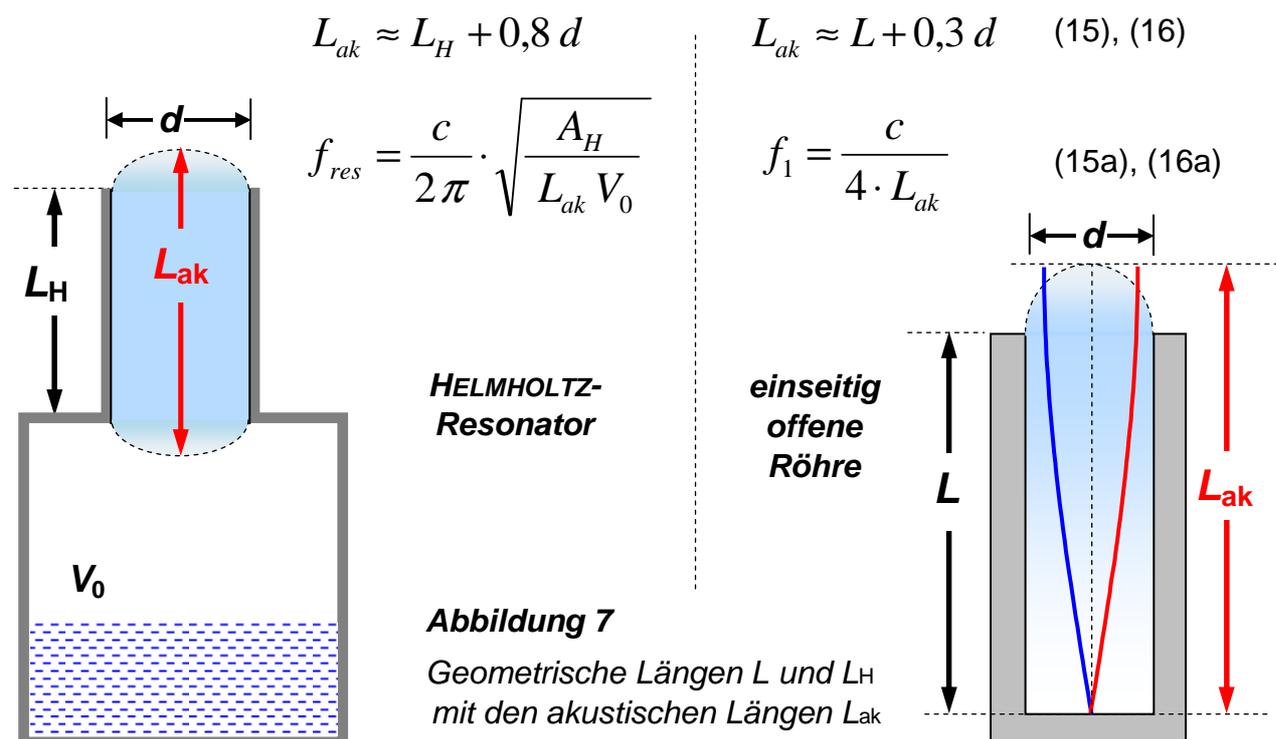
$$f_{\text{res}} = f_{\text{res}}(V_0) = m \frac{1}{\sqrt{V_0}} \quad \text{mit} \quad m = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A_H}{L_H}} \quad (13)$$

Umgekehrt ist die Steigung  $m$  dieser Geraden ein Maß für die Länge des im Flaschenhals schwingenden Luftzylinders. Dieser wird nicht in jedem Fall die geometrische Länge  $L_H$  des Flaschenhalses haben. Die Verwendung einer effektiven Länge  $L_{\text{eff}}$  anstelle der geometrischen Halslänge  $L_H$  in Gleichung (12) wird daher in der Regel eine bessere theoretische Voraussage der Messwerte ergeben. Im Versuch wird die effektive Halslänge  $L_{\text{eff}}$  aus der Steigung  $m$  der durch die Messwerte gelegten Ausgleichsgeraden berechnet:

$$L_{\text{eff}} = \frac{c^2}{4\pi^2} \cdot \frac{A_H}{m^2} = \frac{c^2 d^2}{16\pi} \cdot \frac{1}{m^2} \quad \begin{array}{l} d : \text{Innendurchmesser Mündung} \\ m : \text{Steigung Ausgleichsgerade} \end{array} \quad (14)$$

### 1.9 Systematische Korrekturen der Modelle

Die effektive Länge wird nach der Messung aus den Daten ermittelt. Um die einfachen Modelle „Röhre“ und „HELMHOLTZ-Resonator“ schon im theoretischen Ansatz zu verbessern, wurden das Konzept der akustisch wirksamen Länge  $L_{\text{ak}}$  eingeführt. Sie ist in beiden Fällen größer als die jeweilige geometrische Länge  $L$  bzw.  $L_H$  anzusetzen. Abb. 7 gibt empirische Abschätzungen für  $L_{\text{ak}}$  als Funktion des Mündungsdurchmessers  $d$ :

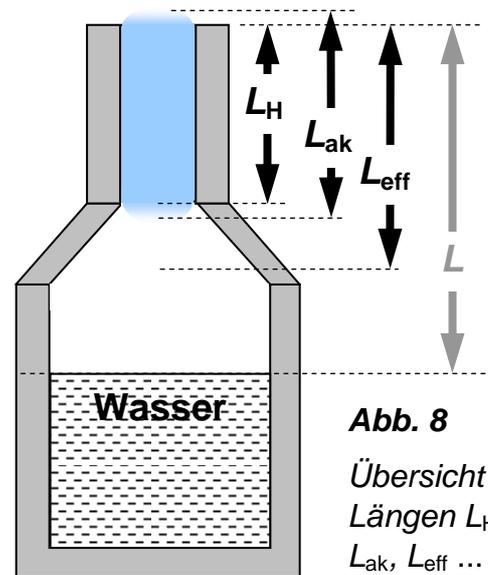


## 1.10 Modellparameter in der Zusammenfassung

Bei Verwendung der **Modellvorstellung** des HELMHOLTZ-Resonators zur Berechnung der mit der Flasche erzeugten Tonfrequenzen sind demnach drei unterschiedliche Längen in Betracht zu ziehen:

- (a) die geometrische Halslänge  $L_H$
- (b) die akustische Länge  $L_{ak}$
- (c) die effektive Halslänge  $L_{eff}$

Um zu ermitteln, welche die Messung am besten beschreibt, werden zur Auswertung alle berechnet. Die Ergebnisse werden verglichen (welche Abmessungen hatte die verwendete Flasche ?) und die optimale Beschreibung ermittelt.



**Abb. 8**  
Übersicht :  
Längen  $L_H$ ,  
 $L_{ak}$ ,  $L_{eff}$  ...

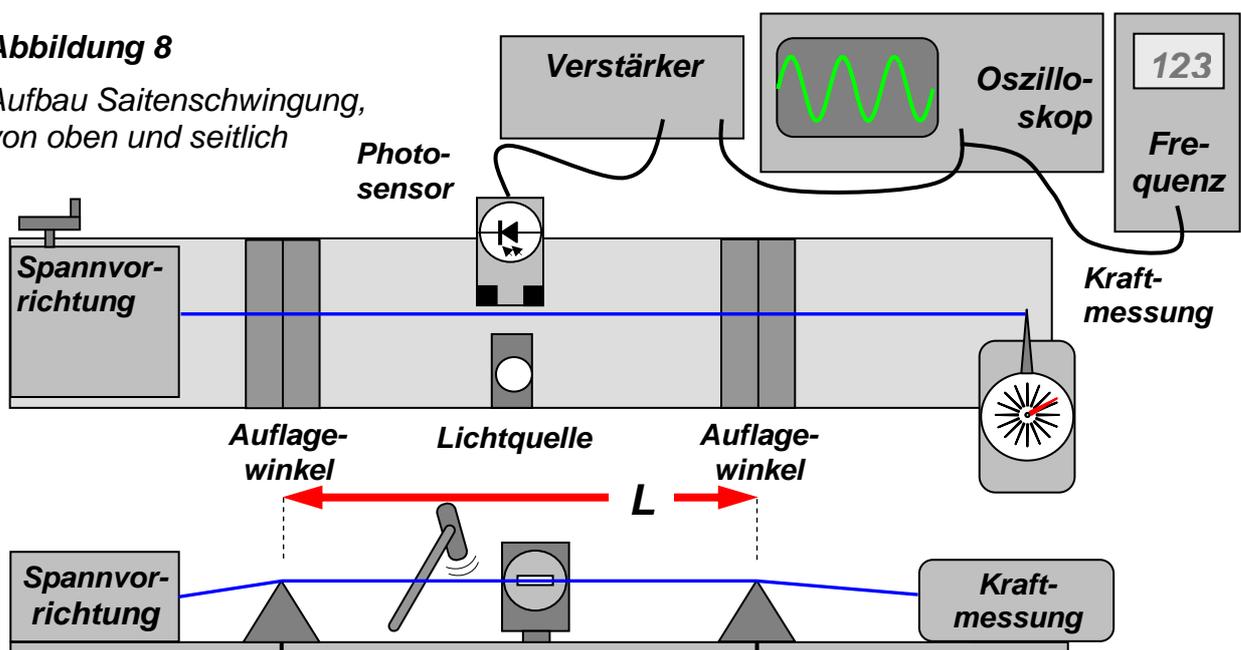
## 2 Messaufbau

### 2.1 Saitenschwingung

Die Drähte werden über zwei Aufgawinkel gelegt und zwischen einem Kraftmesser und einer Spannvorrichtung eingespannt. Die Länge  $L$  wird durch Verschieben der Aufgawinkel auf der Schiene eingestellt. Die Schwingung wird in der Mitte zwischen den Aufgawinkeln durch einen hinter einem Spalt angebrachten Fotosensor optisch detektiert. Sein Signal wird zur Frequenzmessung verstärkt und zusätzlich mit einem Oszilloskop sichtbar gemacht. Durch mehrfache Wiederholung ist sicherzustellen, dass tatsächlich die Frequenz der Grundschiwingung gemessen wird.

**Abbildung 8**

Aufbau Saitenschwingung,  
von oben und seitlich



**Hinweis:** Die **Zugkraft darf 20 N nicht übersteigen**, sonst kann der Draht reißen. Sein Durchmesser ändert sich durch die Spannung, er ist daher für jede Messreihe an 5 verschiedenen Stellen zu überprüfen.

### Verfügbare Drähte

Eisen (Fe)	0,25 mm Durchmesser,	Dichte = $(7,9 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Titan (Ti)	0,25 mm Durchmesser,	Dichte = $(4,5 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Nickel (Ni)	0,25 mm Durchmesser,	Dichte = $(8,9 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Molybdän (Mo)	0,25 mm Durchmesser,	Dichte = $(10,3 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Wolfram (W)	0,25 mm Durchmesser,	Dichte = $(19,3 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Konstantan	0,3 mm Durchmesser,	Dichte = $(8,8 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Konstantan	0,4 mm Durchmesser,	Dichte = $(8,8 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Kanthal	0,3 mm Durchmesser,	Dichte = $(7,1 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Kupfer (Cu)	0,4 mm Durchmesser,	Dichte = $(8,9 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$
Kupfer (Cu)	0,5 mm Durchmesser,	Dichte = $(8,9 \pm 0,1) \text{ g cm}^{-3}$

## 2.2 Flaschenblasen:

Hierzu steht ein an einem Stativ angebrachtes Mikrofon mit Verstärker und Frequenzmessgerät zur Verfügung. Das Signal kann auf einem Oszilloskop betrachtet werden. Aus den verschiedenen Flaschen ist eine für das Experiment auszuwählen.

## 3 Aufgaben

**Bitte Messprotokoll mit Werte-Tabellen, Einheiten und Abschätzungen der Messunsicherheit für alle Messgrößen anfertigen und am Ende des Labors abzeichnen lassen (Vortestat).**

### 3.1 Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Zugkraft

Ein Draht wird eingespannt und mit der Kraftmessdose verbunden. Der Abstand der Auflagewinkel bleibt konstant, sein Wert ist frei wählbar. Die Schwingungsfrequenz wird für 5 verschiedene Werte der Zugkraft zwischen 10 N und 20 N jeweils drei Mal gemessen. Abschließend wird der Durchmesser des Drahts an 5 Stellen bestimmt.

### 3.2 Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Drahtlänge

Hier wird die Zugkraft zum Spannen des Drahtes (Draht aus 3.1) immer konstant gehalten, ihr Wert ist frei wählbar. Die Schwingungsfrequenz wird für 5 verschiedene Drahtlängen jeweils drei Mal gemessen.

### 3.3 Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Dichte

Nun werden sowohl die Zugkraft zum Spannen des Drahtes als auch der Abstand der beiden Aufhängekonstant gehalten, ihre Werte sind frei wählbar. Unter diesen Bedingungen werden Drähte gleichen Durchmessers aber unterschiedlicher Dichte eingespannt und die Schwingungsfrequenz jeweils drei Mal gemessen. Abschließend wird der Durchmesser der Drähte an 5 Stellen bestimmt.

### 3.4 Flaschenblasen

Wählen Sie eine der zur Verfügung stehenden Flaschen für das Experiment aus und ermitteln Sie den inneren Durchmesser ihrer Öffnung sowie ihre Halslänge. Befüllen Sie die Flasche bis zum Halsansatz mit Wasser. Stellen Sie ein bestimmtes Luftvolumen  $V_0$  durch Ausgießen des Wassers in einen Messzylinder ein und messen Sie die Höhe  $L$  der Luftsäule vom Wasserspiegel bis zur Flaschenmündung. Blasen Sie dann über den Flaschenrand, bis ein satter Ton entsteht. Die Frequenz dieses Tones wird als Mittelwert aus 5 Einzelmessungen mit dem Frequenzmessaufbau bestimmt (nahe ans Mikrofon herangehen). Wiederholen Sie die Messungen für insgesamt drei verschiedene Füllhöhen.

## 4 Auswertung

**Für jede Messgröße und jedes Ergebnis muss eine Messunsicherheit berechnet und als absoluter und relativer Fehler angegeben werden.**

### 4.1 Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Zugkraft

Die Mittelwerte der einzelnen Frequenzmessungen werden gegen die Wurzel aus der Zugspannung aufgetragen. Durch die Messpunkte wird eine Ausgleichsgerade gelegt und deren Steigung bestimmt. Zur Überprüfung der Theorie ist die nach Gleichung (10) für die Gerade auf Basis der Versuchsparameter zu erwartende Steigung zu berechnen.

### 4.2 Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Drahtlänge

Die Mittelwerte der einzelnen Frequenzmessungen werden gegen den Kehrwert der Drahtlänge aufgetragen. Durch die Messpunkte wird eine Ausgleichsgerade gelegt und deren Steigung bestimmt. Zur Überprüfung der Theorie ist wieder die nach Gleichung (10) auf Basis der Versuchsparameter zu erwartende Geradensteigung zu berechnen.

### 4.3 Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Dichte

Der Logarithmus der Mittelwerte der einzelnen Frequenzmessungen wird gegen den Logarithmus der Dichte des Materials aufgetragen. Durch die Messpunkte wird eine Ausgleichsgerade gelegt und deren Steigung bestimmt. Die nach der Theorie bei dieser Auftragung zu erwartende Geradensteigung folgt wiederum aus Gleichung (10).

#### Zu den Auswertungen 4.1 bis 4.3 generell:

Eventuelle Abweichungen des Mittelwerts der jeweils gemessenen Drahtdurchmesser von der Spezifikation sind in den Rechnungen zu berücksichtigen.

In allen drei Teilaufgaben ist ein Fehler für die Steigung der Ausgleichsgeraden zu bestimmen und eine Fehlerrechnung für den Theoriewert durchzuführen.

Die Diagramme mit Ausgleichs- und Fehlergeraden werden im Labor mit dem MAPLE-Programm *Linreg* erstellt.

Die experimentellen und theoretischen Werte sind zu vergleichen und ihre Übereinstimmung im Rahmen der Messgenauigkeit zu diskutieren.

### 4.4 Flaschenblasen

(a) Für jede Füllhöhe der Flasche sind folgende Werte zu berechnen:

- 1) Luftvolumen  $V_0$  und Gesamthöhe  $L$  der Luftsäule in der Flasche (aus Messdaten)
- 2) Theoretische Frequenz der stehenden Welle nach dem einfachen Röhrenmodell
- 3) Theoretische Resonanzfrequenz eines HELMHOLTZ-Resonators der Halslänge  $L_H$

(b) Vergleichen Sie die Messwerte mit den theoretischen Werten der beiden verschiedenen Modelle (Tabelle). Welches davon stimmt besser mit der Messung überein?

(c) Tragen Sie die gemessenen Frequenzen so in einem Diagramm gegen das freie Volumen  $V_0$  auf, dass sich im Fall der Gültigkeit des HELMHOLTZ-Modells eine Gerade ergeben sollte und überprüfen Sie damit die Anwendbarkeit dieser Theorie. Tragen Sie die berechneten Theoriewerte zusätzlich in das Diagramm ein.

(d) Zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte im Diagramm und ermitteln Sie aus deren Steigung die effektive Halslänge  $L_{\text{eff}}$  der verwendeten Flasche.