

## CIB2 / BTB2

Anleitung zum Praktikumsversuch

# Viskosität von Flüssigkeiten



## Zusammenfassung

Die Viskosität von Flüssigkeiten wird mit der Kugelfallmethode nach Höppler und mit dem Rotationsviskosimeter gemessen. Im Aufbau nach Höppler wird die Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Glycerin eingehend untersucht. In dem ebenfalls temperierbaren Rotationsviskosimeter wird außerdem noch die Viskosität anderer Newtonscher und Nicht-Newtonscher Flüssigkeiten ermittelt.

## Wichtige Begriffe

Fluidreibung nach STOKES, Viskosität, laminare und turbulente Strömung, Höppler-Methode, Rotationsviskosimeter, Newtonsche und Nicht-Newtonsche Flüssigkeit

## Literatur:

Hering, Martin, Stohrer : Physik für Ingenieure, Springer

Kuypers : Physik, Band 1, VCH-Wiley

Leute : Physik, Hanser

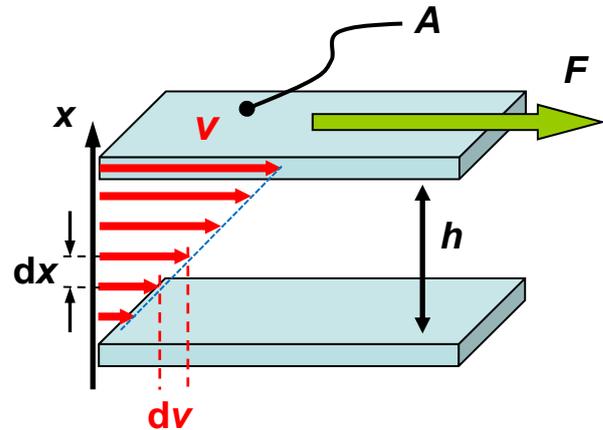
**Materialdaten:** CRC Handbook of Chemistry and Physics (Handexemplar im Labor!)

# 1 Grundlagen

## 1.1 Innere Reibung in Fluiden

Die nachstehenden Betrachtungen gelten für laminar strömende Fluide.

Bewegen sich in einem realen Fluid zwei benachbarte, parallele Fluidschichten im Abstand  $dx$  mit um die Differenz  $dv$  verschiedenen Geschwindigkeiten, entstehen zwischen ihnen Scherkräfte. Dann ist  $F$  die Kraft, die benötigt wird, um die Schicht der Fläche  $A$  mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  zu bewegen. Der Betrag von  $F$  ist gleich der Reibungskraft  $F_R$  zwischen den benachbarten Fluidschichten, und damit ein Maß der inneren Reibung im Fluid.



**Abb. 1** Laminare Strömung zwischen zwei parallelen Fluidschichten im Abstand  $h$ , lineares Geschwindigkeitsprofil  $dv/dx = \text{const.}$

Bezieht man die Kraft  $F$  auf die Fläche  $A$ , folgt daraus die Scherspannung  $\tau = F/A$ . Nach NEWTON ist sie proportional zum Geschwindigkeitsgradienten  $dv/dx$ .

$$(1) \quad \tau = \frac{F}{A} \sim \frac{dv}{dx}$$

Die Proportionalitätskonstante  $\eta$  heißt dynamische Viskosität (oder auch Koeffizient der inneren Reibung). Für die in der Schichtebene liegende Kraft  $F$  gilt demnach:

$$(2) \quad F = \eta A \frac{dv}{dx}$$

Diese Beziehung wird häufig als NEWTONsches Reibungsgesetz bezeichnet. Die SI-Einheit der Viskosität ist  $[\eta] = \text{Pa s} = \text{kg} / (\text{m s})$ .

Nimmt man in Abb. 1 an, dass die unterste Schicht in Ruhe ist und die oberste sich mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt, gilt für den linearen Geschwindigkeitsgradienten  $dv/dx$  zwischen den beiden Schichten im Abstand  $h$  einfach  $dv/dx = v/h$  und daher

$$(3) \quad F = \eta A \frac{dv}{dx} = \eta A \frac{v}{h}$$

Das bedeutet, die innere Reibungskraft  $F_R$  zwischen den Fluidschichten ist proportional zur Strömungsgeschwindigkeit  $v$ , es liegt ein lineares Kraftgesetz vor

$$(4) \quad F_R \sim \eta \cdot v$$

Die Voraussetzungen für die Gültigkeit von (4) sind:

1. An der Grenzfläche muss sich stationär eine stabile laminare Grenzschicht einstellen, das heißt, es dürfen sich keine Wirbel bilden. Bei bekannter kritischer Reynoldszahl der Strömung kann der Gültigkeitsbereich von (4) berechnet werden. ( $Re_{krit}$  ergibt den Umschlag von laminarer in turbulente Strömung)
2. Die Erfahrung zeigt, dass bei sehr vielen Flüssigkeiten mit einfacher molekularer Struktur die Proportionalität nach (4) erfüllt ist. Bei organischen, hochmolekularen Flüssigkeiten, bei flüssigen Kunststoffen, Fetten, Farben etc. findet man jedoch deutliche Abweichungen davon, insbesondere bei großen Geschwindigkeitsgradienten. Dann ist  $\eta$  nicht mehr konstant, sondern hängt selbst von der Strömungsgeschwindigkeit ab. Man bezeichnet die erstgenannten Flüssigkeiten als NEWTONsche, die letztgenannten als nicht-NEWTONsche Flüssigkeiten.

Die starke Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität kann bei NEWTONschen Flüssigkeiten in guter Näherung durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden

$$(5) \quad \eta = A \cdot e^{\frac{b}{T}} = A \cdot e^{\frac{E_A}{k \cdot T}} \quad \begin{array}{l} E_A : \text{Aktivierungsenergie} \\ k : \text{Boltzmannkonstante} \end{array}$$

$A$  und  $b$  sind empirisch zu bestimmende Materialkonstanten. Die Konstante  $b$  im Exponenten enthält die Aktivierungsenergie  $E_A$  für den Platzwechsel der Moleküle in der Flüssigkeit.  $T$  ist die absolute (oder KELVIN) Temperatur.

## 1.2 Das Kugelfall-Viskosimeter nach HÖPPLER

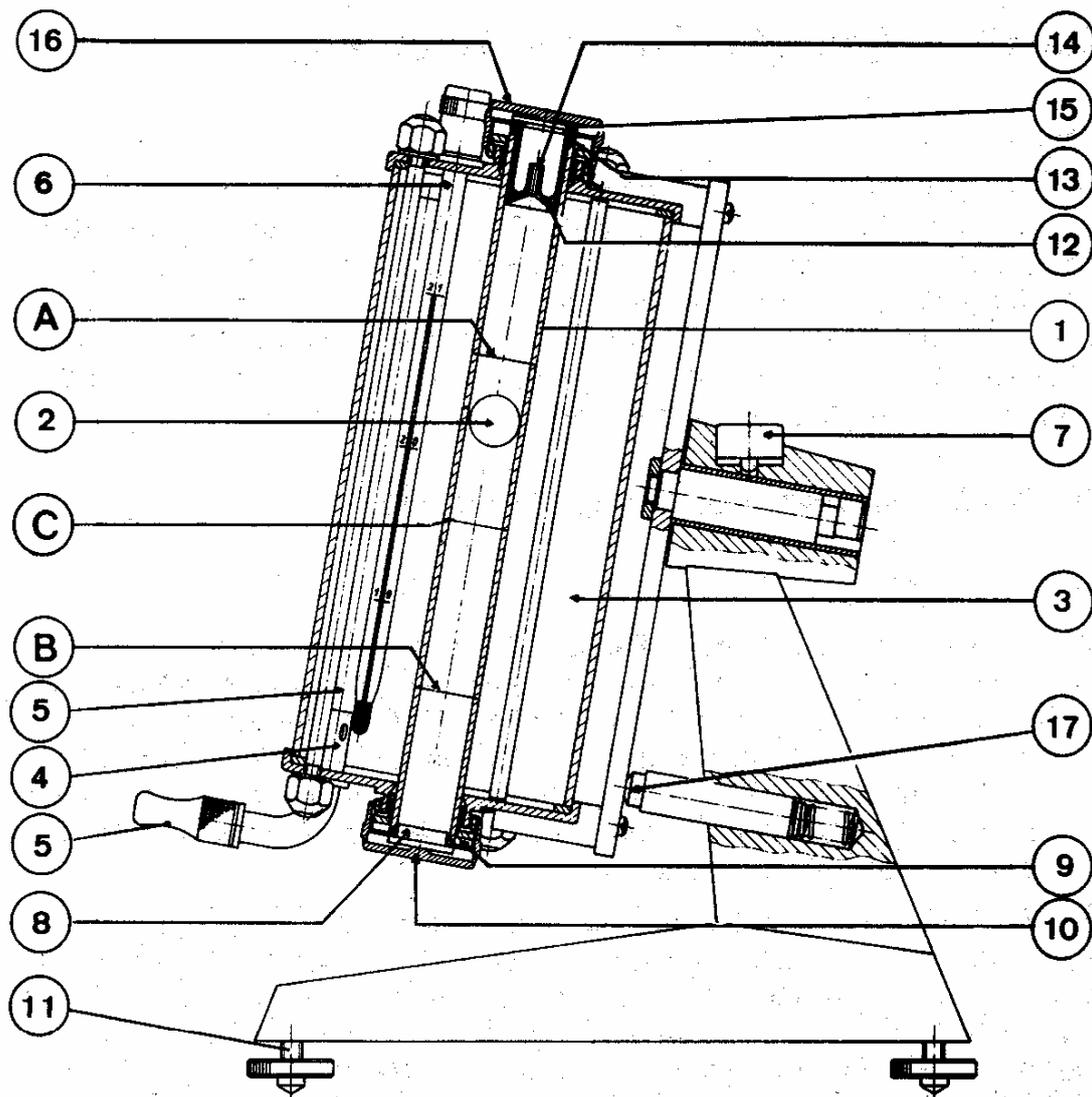
### Gerätebeschreibung

Das Messsystem (siehe Abb. 2) besteht aus einem schräggestellten Fallrohr, das mit der durchsichtigen Messflüssigkeit gefüllt ist und in dem eine Kugel mit konstanter Geschwindigkeit nach unten sinkt. Messgröße ist die Laufzeit der Kugel zwischen den beiden ins Rohr eingravierten Ringmarken. Zur Wahl des Messbereichs stehen Kugeln verschiedenen Durchmessers und unterschiedlicher Dichte zur Verfügung (Borosilikatglas, Ni-Eisen oder Stahl). Der zwischen Kugel und Rohrwand verbleibende Spalt und die Auftriebskraft auf die Kugel können so der Viskosität der Flüssigkeit entsprechend gewählt werden. Das Fallrohr wird von Temperierflüssigkeit umspült, deren Temperatur gemessen und mit einem Umlaufthermostaten eingeregelt wird. Das System ist um eine Achse drehbar, um den Rücklauf der Kugel zu ermöglichen.

In einer NEWTONschen Flüssigkeit ist die Fallzeit  $t$  zur Viskosität  $\eta$  proportional

$$(6) \quad \eta = K \cdot (\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t$$

Diese Beziehung enthält die Dichten der Kugel  $\rho_K$  und der Flüssigkeit  $\rho_{Fl}$ ; in der Apparatekonstante  $K$  sind gerätetypische Größen wie die Fallstrecke und die Spaltbreite enthalten. Sie wird dem Kalibrationszertifikat (im Anhang) entnommen.



- |  |                      |
|--|----------------------|
| 1 Fallrohr mit Markierungen<br>A, B und C                        | 8 Stopfen            |
| 2 Kugel  | 9 Dichtung           |
| 3 Temperierraum  | 10 Verschlusskapsel  |
| 4 Zuflußstutzen für Temperier-<br>flüssigkeit — kurzes Rohr in 3 | 11 Nivellierschraube |
| 5 Abflußstutzen — langes Rohr<br>in 3                            | 12 Hohlstopfen       |
| 6 Präzisionsthermometer  | 13 Dichtung          |
| 7 Libelle  | 14 Kapillare         |
|  | 15 Verschlussplatte  |
|  | 16 Verschlusskapsel  |
|  | 17 Arretierstift     |

**Abb. 2** Kugelfallviskosimeter nach HÖPPLER  
(Bedienungsanweisung der Fa. HAAKE Messtechnik GmbH)

### Zur Theorie des HÖPPLER-Viskosimeters

Normung DIN 53 015 „Messung der Viskosität mit dem Kugelfallviskosimeter nach HÖPPLER“. Grundlagen (teilweise Auszug nach DIN 53 015)

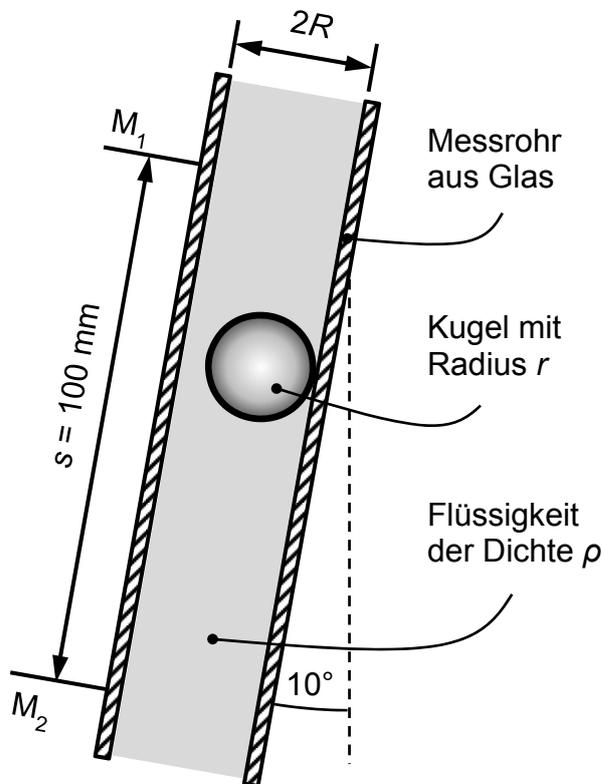


Abb. 3 Prinzipieller Aufbau des Kugelfallviskosimeters

$F_A$	Auftriebskraft
$F_R$	Reibungskraft nach STOKES für laminare Umströmung $F_R = 6 \pi \eta \cdot r \cdot v$
$F_W$	Wandreibungskraft $F_W = f(r, R) \cdot \eta \cdot v$
$r$	Radius der Kugel
$R$	Innenradius des Rohrs
$F_G$	Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$
$\eta$	dynamische Zähigkeit
$M_1, M_2$	Messmarken
$m$	Masse der Kugel
$V$	Volumen der Kugel
$\rho_K$	Dichte der Kugel
$\rho_{Fl}$	Dichte der Flüssigkeit
$g$	Temperatur in Grad Celsius
$s$	Fallstrecke zwischen den Messmarken $M_1$ und $M_2$
$t$	Fallzeit zwischen den Messmarken $M_1$ und $M_2$
$K$	Konstante

In einem geneigten zylindrischen Glasrohr (Neigungswinkel gegen die Vertikale etwa  $10^\circ$ ), das mit der zu prüfenden Flüssigkeit der Dichte  $\rho_{Fl}$  gefüllt ist, rollt bzw. gleitet eine Kugel der Dichte  $\rho_K$  unter Einfluss der Schwerkraft abwärts. Nach kurzer Anlaufstrecke bewegt sie sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ , also mit der Beschleunigung  $a = 0$ . Somit ist die resultierende Kraft auf die Kugel  $F_{res} = 0$ , die auf sie wirkenden Kräfte sind im Gleichgewicht. Für kleine Neigungswinkel gilt in guter Näherung :

$$F_G = F_A + F_R + F_W$$

$$m \cdot g = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V + 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v + \eta \cdot v \cdot f(r, R) \quad \text{mit} \quad m = \rho_K \cdot V$$

$$\eta = \frac{\rho_K \cdot g \cdot V - \rho_{Fl} \cdot g \cdot V}{6\pi \cdot r \cdot v + v \cdot f(r, R)} \quad \text{mit} \quad v = \frac{s}{t}$$

$$\eta = \frac{(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot g \cdot V \cdot t}{6\pi \cdot r \cdot s + s \cdot f(r, R)} = \frac{g \cdot V}{6\pi \cdot r \cdot s + s \cdot f(r, R)} \cdot (\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t$$

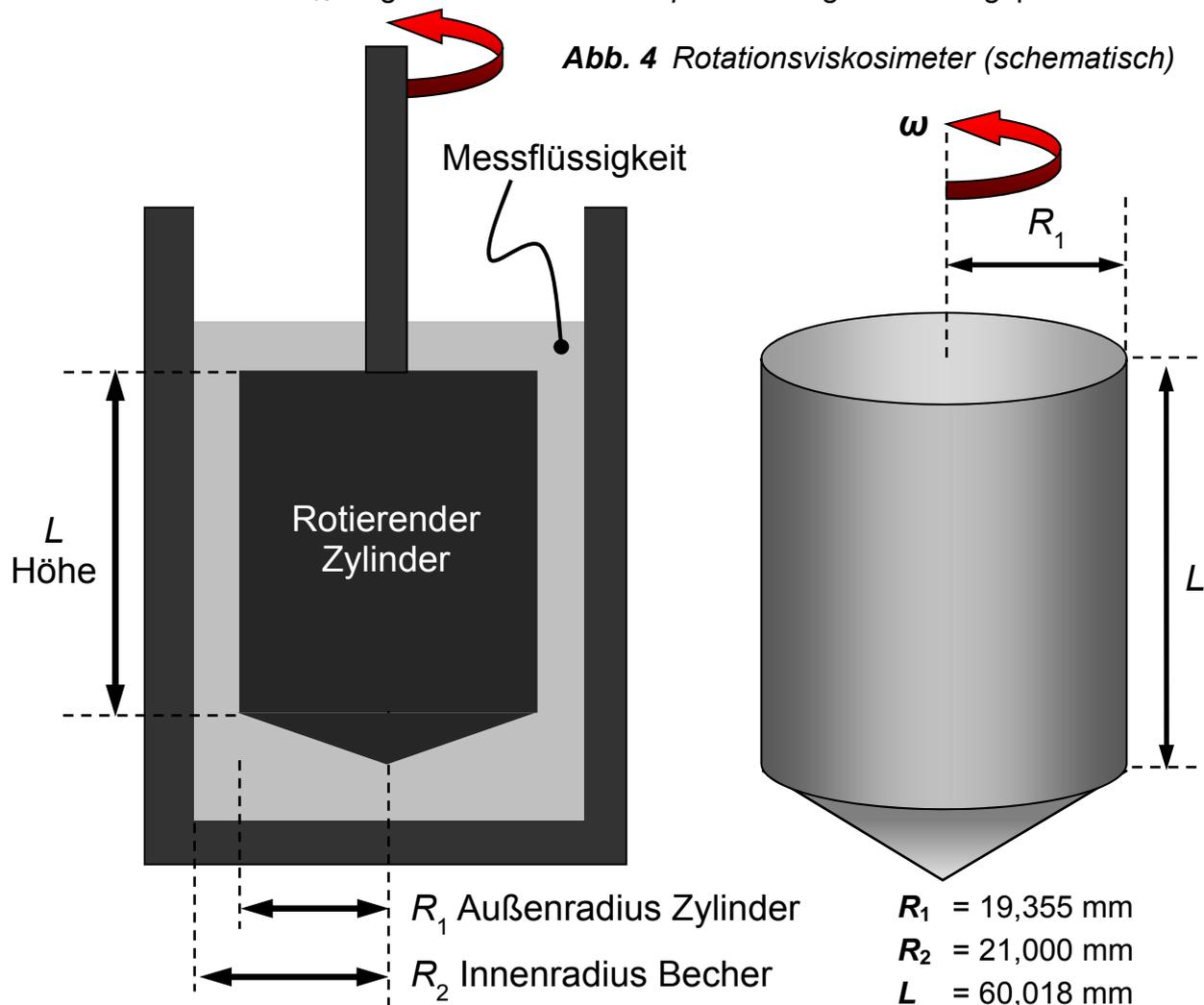
die Definition  $K = \frac{g \cdot V}{6\pi \cdot r \cdot s + s \cdot f(r, R)}$  liefert dann das

Endergebnis:  $\eta = K \cdot (\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t$

### 1.3 Das Rotationsviskosimeter

#### Messprinzip und Messgerät

Ein Zylinder mit Außenradius  $R_1$  ist drehbar in einem Becher vom Innenradius  $R_2$  gelagert. Der Ringspalt zwischen der Mantelfläche des Zylinders und der Innenfläche des umgebenden Bechers wird mit der zu charakterisierenden Flüssigkeit gefüllt. (siehe Abb. 3). Um den Zylinder mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  in Rotation zu halten, ist ein Drehmoment  $M$  erforderlich, das mit einem Motorantrieb erzeugt und über einen Sensor auf der Antriebsachse gemessen wird. Es kompensiert das Bremsdrehmoment  $M_R$  aufgrund der Viskosität  $\eta$  der Flüssigkeit im Ringspalt.



Zwischen Drehmoment  $M$ , Bremsdrehmoment  $M_R$ , dynamischer Viskosität  $\eta$  und Drehzahl  $n$  besteht folgender Zusammenhang :

$$(7) \quad M = M_R = C \cdot \eta \cdot n$$

Messgrößen sind Drehmoment  $M$  und Drehzahl  $n$ . Die Gerätekonstante  $C$  kann mit einer Kalibrationsflüssigkeit bestimmt werden.

Unter der Voraussetzung, dass sich die Flüssigkeit entsprechend dem NEWTONschen Reibungsgesetz verhält, kann die Gerätekonstante  $C$  des Rotationsviskosimeters aus seiner Geometrie berechnet werden:

$$(8) \quad C = \frac{8 \pi^2 R_1^2 R_2^2 L}{R_2^2 - R_1^2}$$

Im Versuch wird ein kommerzielles Rotationsviskosimeter RheolabQC der Firma Anton Paar verwendet. Der Probenbecher befindet sich in einer Temperiereinheit mit Peltierelement zur Kühlung. Die Messung erfolgt im manuellen Modus. Dazu wird der gewünschte Drehzahlenbereich gewählt. Das Gerät nimmt dann das für die jeweilige Drehzahl  $n$  erforderliche Antriebsdrehmoment  $M$  auf und berechnet anhand der Geometriedaten des Zylinders verschiedene Größen:

- Drehzahl  $n$  (Anzeige in „rpm“ = „rotations per minute“)
- Drehmoment  $M$  (Anzeige in mNm, also in  $10^{-3}$  Nm)
- Viskosität  $\eta$  (Anzeige automatisch in mPas oder Pas)
- Temperatur  $\vartheta$  im Probenbecher (Anzeige in  $^{\circ}\text{C}$ )
- Schergeschwindigkeit  $\dot{\gamma}$  (DIN 1342), früher oft als Schergefälle bezeichnet. Im Fall einer ebenen Schichtströmung entspricht diese Größe dem Geschwindigkeitsgefälle (Geschwindigkeitsgradient)  $dv/dx$  (Anzeige in  $\text{s}^{-1}$ )

### Durchführung der Messung

Den Messbecher bis zur Markierung mit Flüssigkeit füllen, langsam von unten in die Kühleinheit einführen und befestigen. Während der Messung dürfen keine Luftblasen in der Flüssigkeit aufsteigen und es darf kein Schaum auftreten!

Vor Start der Messung bei einer neu gewählten Temperatur jeweils abwarten, bis sich die Temperaturanzeige nicht mehr ändert.

Beim Wechseln der Messflüssigkeit das System gründlich reinigen: Messbecher und Drehkörper vorsichtig abziehen, mit Leitungswasser auswaschen und mit destilliertem Wasser nachspülen, mit Papiertuch bzw. Pressluft trocknen. Mantelflächen nicht mehr berühren!

## 2. Aufgaben und Hinweise zur Messung im Labor

Der Versuch besteht aus zwei Teilen mit jeweils einem Gerät (Kugelfallviskosimeter nach Höppler und Rotationsviskosimeter). Pro Gerät soll ein Praktikant den entsprechenden Versuchsteil durchführen.

## 2.1 Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Mit diesem Gerät wird die dynamische Viskosität  $\eta$  von Glycerin bestimmt. Man benutzt dazu die Kugel aus Nickel-Eisen (Dichte  $\rho_K = 8,144 \text{ g/cm}^3$ ). Es ist zu beachten, dass die Dichte von Glycerin von der Temperatur abhängt.

### Aufgabe 1: Bestimmung der Dichte des verwendeten Glycerins

Die Dichte des im Versuch verwendeten Glycerins wird mit der Mohrschen Waage gemessen (Erklärung des Messprinzips im Anhang). Da die Dichte eine deutliche Temperaturabhängigkeit aufweist, ist die während der Messung im Labor herrschende Temperatur zu dokumentieren.

### Aufgabe 2: Messung der Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität

Die Viskosität von Glycerin ist im Temperaturbereich zwischen  $20^\circ\text{C}$  und  $80^\circ\text{C}$  in Schritten von  $\Delta T = 10 \text{ K}$  zu bestimmen. Nach jeder Temperatureinstellung genügend lange warten und die Kugel mehrmals bewegen.

Wenn die Temperatur im Viskosimeter in guter Näherung konstant ist ( $\Delta T = 1 \text{ K}$ ), jeweils drei Messwerte für die Fallzeit  $t$  aufnehmen.

Erstellen Sie das Diagramm mit der dynamischen Viskosität  $\eta$  von Glycerin in Abhängigkeit von der reziproken absoluten Temperatur  $1/T$  wie unter „Auswertung“ beschrieben (**Testat beim Labortermine**).

## 2.2 Rotationsviskosimeter

### Aufgabe 3: Messungen an Wasser bei $30^\circ\text{C}$

Die Viskosität von Wasser ist bei der genannten Temperatur zu messen. Nach Einstellung des gewünschten Werts am Gerät muss sich die Temperatur in der Flüssigkeit erst stabilisiert haben, bevor die Messungen begonnen werden. Zur Sicherheit wird sie daher zusätzlich noch mit einem Digitalthermometer überprüft.

Es werden zwei Messreihen für jeweils zehn verschiedene Drehzahlen im Bereich zwischen  $10$  und  $100 \text{ min}^{-1}$  sowie zwischen  $100$  und  $1000 \text{ min}^{-1}$  aufgenommen. Bei manchen Drehzahlen kann es dabei vorkommen, dass das Gerät keinen Wert anzeigt, weil das Bremsdrehmoment durch die Flüssigkeitsreibung zu klein ist.

### Aufgabe 4: Messungen an Glycerin bei $10^\circ\text{C}$ , $30^\circ\text{C}$ und $50^\circ\text{C}$

Die Viskosität von Glycerin ist bei den drei genannten Temperaturen zu messen. Auch hier bitte nach jeder Temperaturänderung bis zur Stabilisierung warten.

Für jede Temperatur sind Messwerte bei den gleichen Drehzahlen wie in Aufgabe 3 aufzunehmen. Nach Abschluss der jeweiligen Messungen ist die Temperatur in der Flüssigkeit nochmals mit einem Digitalthermometer zu ermitteln.

### **Aufgabe 5: Charakterisierung verschiedener Spülmittel bei 30°C**

Diese werden vom Assistenten zur Verfügung gestellt, es sind die Produkte 'Pril' und 'Frosch'. Die Viskosität beider Spülmittel ist für die genannte Temperatur zu messen. Nach jedem Probenwechsel bis zur Stabilisierung der Temperatur warten.

Die Messwerte sind bei den gleichen Drehzahlen wie in Aufgabe 3 aufzunehmen.

Vor und nach jeder Messreihe das Messgerät sorgfältig reinigen !!

## **3. Auswertung und Fehlerabschätzung**

### **3.1 Kugelfallviskosimeter**

#### **Zu Aufgabe 1: Dichte von Glycerin**

- Auf Basis der in Aufgabe 1 ermittelten Messwerte für Dichte und Labortemperatur wird der Wassergehalt des im Versuch verwendeten Glycerins abgeschätzt. Dazu wird die Tabelle „Density of Glycerine-Water Solutions“ verwendet.
- Meist wird die Labortemperatur nicht genau einem der in der Tabelle aufgeführten Werte entsprechen. Dann ist zwischen den Tabellenwerten zu interpolieren.

#### **Zu Aufgabe 2: Temperaturabhängigkeit dynamische Viskosität von Glycerin**

- Berechnung der dynamischen Viskosität  $\eta$  für die Messtemperaturen aus den Messdaten nach Gleichung (6). Dabei darf die Apparatekonstante  $K$  und die Dichte der Kugel als konstant angenommen werden; die Temperaturabhängigkeit der Dichte der Messflüssigkeit ist jedoch zu berücksichtigen.
- Bestimmung der Konstanten  $b$  und  $A$  für die Messflüssigkeit nach Gleichung (5):
  - Auftragung des Logarithmus der dynamischen Viskosität  $\eta$  gegen die reziproke absolute Temperatur  $1/T$  (am besten auf einfach logarithmischem Papier).
  - Legen einer Ausgleichsgerade durch die Messpunkte.
  - Bestimmung der Steigung dieser Ausgleichsgeraden, sie ist nach Gleichung (5) gleich der Konstanten  $b$ .
  - Im Anschluss daran Ermittlung der Konstante  $A$  aus der Viskosität der Messflüssigkeit bei einer vorgegebenen Temperatur  $T$  (z.B. bei  $T = 300$  K). *Dazu ist die Ausgleichsgerade zu verwenden.*

- Zur Kontrolle und als vertrauensbildende Maßnahme wird für eine zweite Temperatur die dynamische Viskosität mit den Konstanten  $b$  und  $A$  berechnet und mit dem gemessenen Wert verglichen.
- Bestimmung der Aktivierungsenergie  $E_A$  aus Gleichung (5)
- Ermittlung der Messunsicherheit für  $E_A$

## 3.2 Rotationsviskosimeter

### Zu Aufgabe 3: Messungen an Wasser

- Tragen Sie für Wasser bei 30°C das Drehmoment  $M$  über der Drehzahl  $n$  auf.
- Schätzen Sie aus der Auftragung die Messunsicherheit für die Bestimmung der Viskosität  $\eta$  von Wasser ab.
- Wasser ist eine NEWTONsche Flüssigkeit. Schätzen Sie über die Schwankung der vom Gerät angezeigten Messwerte für die Viskosität die Genauigkeit der Messung ab und geben Sie einen sinnvollen Wert für die Messunsicherheit an.

### Zu Aufgabe 4: Messungen an Glycerin

- Zeichnen Sie für Glycerin bei 10°C, 30°C und 50°C das Drehmoment  $M$  über der Drehzahl  $n$  linear auf. Zeigt Glycerin NEWTONsches Verhalten ?
- Ermitteln Sie aus den Messwerten für 30°C die Gerätekonstante  $C$  nach Gleichung (7) und schätzen Sie den zugehörigen Fehler ab.
- Berechnen Sie nach Gleichung (8) den theoretischen Wert für  $C$  aus den geometrischen Abmessungen des Drehkörpers und des Messbechers. Wie groß ist die Unsicherheit dieses Werts ?
- Eine brauchbare Abschätzung zur Berechnung der Gerätekonstante  $C$  ergibt sich, wenn die Anordnung näherungsweise in ebener Geometrie betrachtet wird, anstelle Zylinderkoordinaten zu verwenden. Sie lautet :

$$(9) \quad C = \frac{4\pi^2 R_1^3 L}{R_2 - R_1}$$

Leiten Sie Gleichung (9) auf nachvollziehbare Weise her und berechnen Sie diesen Schätzwert für  $C$ . Wie groß ist die Unsicherheit dieses Werts ?

- Vergleichen Sie die drei Werte für  $C$ .

### Zu Aufgabe 5: Spülmittel

- Tragen Sie in gemeinsamen Diagrammen die Drehmoment-Werte  $M$  gegen die Drehzahlen  $n$  bei 30°C auf. Zeigen sie NEWTONSches Verhalten ?

### 3.3 Bewertung

Vergleichen Sie - soweit möglich - die mit den beiden Geräten gemessenen Viskositäten für Glycerin und diskutieren Sie eventuelle Unterschiede.

## Mohrsche Waage

Das Prinzip von Archimedes besagt, dass die auf einen Körper wirkende Auftriebskraft gleich der Gewichtskraft des von ihm verdrängten Fluidvolumens ist (Gleichung (1)).

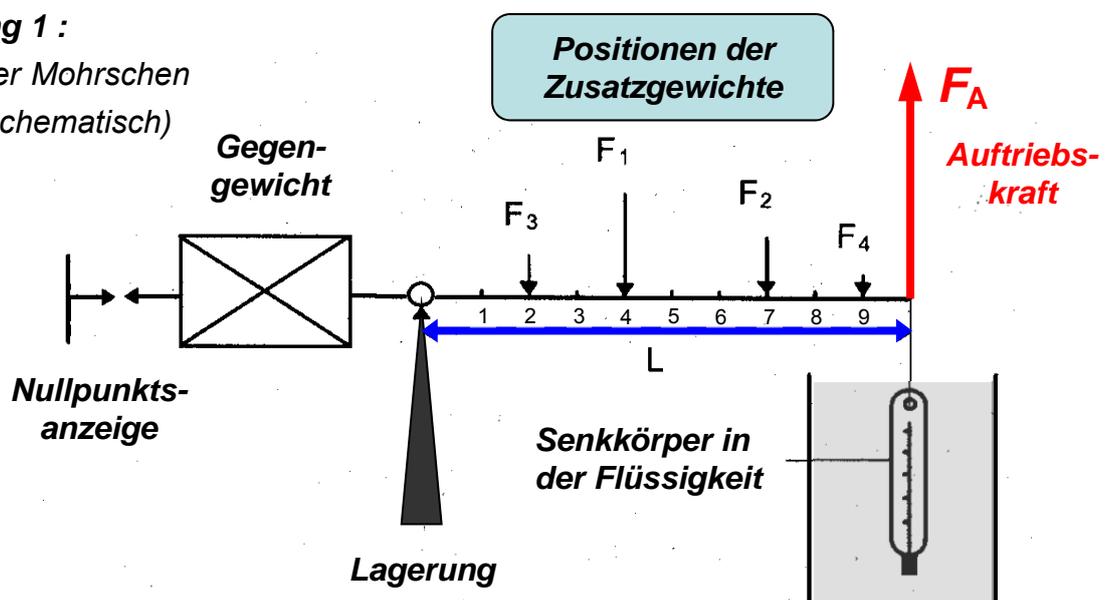
Ein Probekörper vom Volumen  $V_0$  werde nun vollständig in zwei verschiedene Flüssigkeiten eingetaucht und die jeweils auf ihn wirkenden Auftriebskräfte  $F_{A1}$  und  $F_{A2}$  gemessen. Aufgrund des Prinzips von Archimedes verhalten sie sich wie die Dichten  $\rho_1$  und  $\rho_2$  der beiden Flüssigkeiten. Dies wird in der Waage nach **Mohr-Westphal** zur Dichtebestimmung ausgenutzt. Sie ist eine Spezialform der hydrostatischen Waage.

Der Waagebalken dieser ungleicharmigen Waage ist auf einem höhenverstellbaren, auf drei Punkten stehenden Sockel drehbar gelagert. An einem Ende hängt ein aus Glas geformter Senkkörper. Durch ein Gegengewicht auf der anderen Seite wird das Gesamtsystem ausbalanciert, wenn sich der Senkkörper in Luft befindet. Dann herrscht Drehmomentengleichgewicht am Waagebalken, die Skalenanzeige ist Null.

Dieses Gleichgewicht wird nach Einbringen des Senkkörpers in eine Flüssigkeit durch die damit verbundene Vergrößerung der Auftriebskraft gestört. Der Senkkörper scheint leichter zu werden. Durch Anbringen von Zusatzgewichten auf der Seite des Senkkörpers kann der zusätzliche Auftrieb kompensiert und das Gleichgewicht wiederhergestellt werden. Der Waagebalken ist dafür durch Stifte in zehn gleiche Teile geteilt. An diesen Positionen können Wägestücke oder Reiter eingehängt werden.

### Abbildung 1 :

Aufbau der Mohrschen  
Waage (schematisch)



Die Zusatzgewichte haben die Massen  $m_1 = 10,00 \text{ g}$ ,  $m_2 = 1,00 \text{ g}$ ,  $m_3 = 0,100 \text{ g}$  und  $m_4 = 0,010 \text{ g}$ . Außer diesen Werten liegen vom Hersteller keine Angaben über Toleranzen vor. Eventuelle Abweichungen führen zu einem systematischen Fehler.

An einer Schneide am Ende des Waagebalkens wird der Senkkörper aufgehängt. Im Versuch wird dafür ein Glaskörper mit einem Volumen  $V_0 = 10,00 \text{ cm}^3$  verwendet. Auch zu diesem liegt vom Hersteller keine weitere Angabe über die Toleranz vor.

Die Massen der Wägestücke und Reiter sind so aufeinander abgestimmt, dass man aus ihrer Position auf dem Waagebalken ohne weitere Umrechnung die Dichte der Messflüssigkeit auf vier gültige Ziffern ablesen kann. Eine solche Genauigkeit ist etwa zum Nachweis der Dichteanomalie von Wasser erforderlich. Die Mohrsche Waage kann für Flüssigkeiten mit Dichtewerten  $\rho_{fl} \leq 2 \text{ g/cm}^3$  verwendet werden.

### Messbeispiel

Die Einstellung des Drehmomentengleichgewichts am Waagebalken und der sich daraus ergebende Wert für die Dichte soll hier anhand eines Fallbeispiels vorgeführt werden. Es beruht auf der Annahme, zur Einstellung des Gleichgewichtes seien folgende Zusatzgewichte (Wägestücke und Reiter) notwendig gewesen :

Reiter	Masse	Position	$x_i = L_i / L$	Ausgeübtes Drehmoment
1	$m_1 = 10,00 \text{ g}$	$L_1 = 0,4 L$	0,4	$M_1 = m_1 g x_1 L$
2	$m_2 = 1,00 \text{ g}$	$L_2 = 0,7 L$	0,7	$M_2 = m_2 g x_2 L$
3	$m_3 = 0,100 \text{ g}$	$L_3 = 0,2 L$	0,2	$M_3 = m_3 g x_3 L$
4	$m_4 = 0,010 \text{ g}$	$L_4 = 0,9 L$	0,9	$M_4 = m_4 g x_4 L$

Der Betrag der nach oben gerichteten Auftriebskraft  $F_A$  auf den vollständig in die Flüssigkeit der Dichte  $\rho_{fl}$  eingetauchten Senkkörper mit seinem Volumen  $V_0$  ist :

$$(1) \quad F_A = m_{fl} g = V_0 \rho_{fl} g$$

Sie greift senkrecht zum Waagebalken an dessen Ende im Abstand  $L$  zum Lager an und ergibt ein linksdrehendes (mathematisch positives) Drehmoment  $M_{pos}$  vom Betrag :

$$(2) \quad M_{pos} = F_A L = V_0 \rho_{fl} g L$$

Die Gewichtskraft der einzelnen Zusatzgewichte  $m_i$  an den Positionen  $x_i$  ergibt jeweils ein rechtsdrehendes (mathematisch negatives) Drehmoment auf den Waagebalken. Der Betrag der Summe  $M_{neg}$  aller dieser Drehmomente ist

$$M_{neg} = m_1 g x_1 L + m_2 g x_2 L + m_3 g x_3 L + m_4 g x_4 L$$

Drehmomentengleichgewicht herrscht bei Betragsgleichheit, also für  $M_{neg} = M_{pos}$  :

$$V_0 \rho_{fl} g L = m_1 g x_1 L + m_2 g x_2 L + m_3 g x_3 L + m_4 g x_4 L$$

damit gilt

$$(3) \quad \rho_{fl} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{V_0}$$

Im vorliegenden Fall mit einem Volumen des Senkkörpers von  $V_0 = 10,00 \text{ cm}^3$  und den Massen der Zusatzgewichte von 10,00 g, 1,00 g, 0,100 g und 0,010 g folgt aus Gln (3):

$$\rho_{fl} = \frac{x_1 10 \text{ g} + x_2 1 \text{ g} + x_3 0,1 \text{ g} + x_4 0,01 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3}$$

$$(4) \quad \rho_{fl} = \left( x_1 + \frac{1}{10} x_2 + \frac{1}{100} x_3 + \frac{1}{1000} x_4 \right) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Die Werten für  $x_i$  aus dem Fallbeispiel ergeben also eine Dichte von  $\rho_{fl} = 0,4729 \text{ g/cm}^3$

### Weitere Kommentare

- Ein nicht benutztes Zusatzgewicht liefert für seine Dezimale den Wert 0.
- Für Flüssigkeiten der Dichte  $\rho_{fl} > 1 \text{ g/cm}^3$  hängt der schwerste Reiter mit  $m_1 = 10,00 \text{ g}$  in der Aufhängung für den Senkkörper. Wird kein zweiter Reiter der Masse  $m_1 = 10,00 \text{ g}$  mehr benötigt, dann ist die zweite gültige Ziffer, also die erste Stelle hinter dem Dezimalpunkt, eine Null.
- Um genaue Messwerte zu erhalten, ist die gemessene Dichte noch zu korrigieren :
  - Auf den Senkkörper wirkt bereits bei der Justierung in Luft eine Auftriebskraft
  - Auf die angehängten Zusatzgewichte wirkt in Luft ebenfalls ein Auftrieb

In Worten ausgedrückt ergibt sich die folgende Situation:

*Wahre Masse der verdrängten Flüssigkeit*

$$= \text{gemessene scheinbare Masse der verdrängten Flüssigkeit} \\ + (\text{Volumen Senkkörper} - \text{Volumen Wägestücke}) \times \text{Dichte der Luft}$$

Um den gemessenen scheinbaren Dichtewert  $\rho_{\text{mess}}$  auf den korrigierten Dichtewert  $\rho_{\text{korr}}$  umzurechnen, muss durch das Volumen  $V_0$  des Senkkörpers dividiert werden

$$(5) \quad \rho_{\text{korr}} = \rho_{\text{mess}} + \left( 1 - \frac{V(\text{Zusatzgewichte})}{V_0} \right) \rho_{\text{Luft}}$$

Im Fall des Versuchsaufbaus sind folgende Daten zu berücksichtigen

Senkkörper aus Glas :	$V_0 = 10,00 \text{ cm}^3$
Zusatzgewichte aus Messing	$\rho_{\text{Messing}} = 8,4 \text{ g / cm}^3$
Dichte von trockener Luft bei 20°C	$\rho_{\text{Luft}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ g / cm}^3$

Damit beträgt das Volumen der Zusatzgewichte bei einer Gesamtmasse von 11,11 g etwa

$$V(\text{Zusatzgewichte}) = m / \rho_{\text{Messing}} = 1,32 \text{ cm}^3$$

Aus Gleichung (5) folgt damit

$$(6) \quad \rho_{\text{korr}} = \rho_{\text{mess}} + \left( 1 - \frac{1,32 \text{ g cm}^{-3}}{10 \text{ g cm}^{-3}} \right) 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ g cm}^{-3} = \rho_{\text{mess}} + 1,04 \cdot 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$$

## Experimentelle Hinweise zur Mohr-Westphalschen Nachfolgewaage (Phywe)

Senkkörper aus Glas:  $V_0 = 10,00 \text{ cm}^3$

Wägekörper/Reiter: Gesamtmasse  $m = 30,0 \text{ g}$  in Luft im Gleichgewicht mit dem Gegenkörper auf dem linken Waagebalken.

Einhängethermometer  $0^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 30^\circ\text{C}$

### **Durchführung der Messung**

Die Waage wird mit eingehängtem Senkkörper in Luft so aufgestellt, dass sie im Gleichgewicht ist. Die Justierschraube wird so eingestellt, dass sich die Spitzen von Waagebalken und Ablese skala genau gegenüberstehen. Danach wird der Senkkörper in die zu messende Flüssigkeit eingetaucht. Dabei ist zu beachten

- Vor und nach der Messung ist die Temperatur im Labor zu ermitteln.
- Der Senkkörper muss vollständig eintauchen.
- Der Senkkörper darf keinen Kontakt mit der Wand haben.
- Der Senkkörper muss frei von Luftblasen sein.
- Die Wägestücke/Reiter müssen frei von Verunreinigungen sein.
- Die Reiter nur mit der Pinzette anfassen!

Wie bei jeder Wägung beginnt man mit dem größten Wägestück ( $m = 10 \text{ g}$ ). Der Ausschlag beim Einhängen an der Schneide mit dem Tauchkörper zeigt sofort an, ob die Dichte der untersuchten Flüssigkeit größer oder kleiner als  $\rho = 1,0 \text{ g cm}^{-3}$  ist. Ist die Dichte kleiner, so hängt man das Wägestück nacheinander auf die Stifte 9, 8, usw. bis die Spitze des Waagebalkens sich gerade unterhalb der Spitze auf der Skalseite befindet. Dann nimmt man das jeweils nächstkleinere Wägestück oder den betreffenden Reiter und verfährt in gleicher Weise. Die Reiter können auch ineinander gehängt werden, es können also zwei verschiedene Wägestücke/Reiter am gleichen Stift hängen.

Wenn die Waage im Gleichgewicht ist wird die Dichte wie oben beschrieben durch Ablesen der Positionen der Zusatzgewichte bestimmt.

# HAAKE

## PRÜFSCHEIN

Calibration Certificate  
Certificat d'étalonnage

Kugelfall Viskosimeter

Falling Ball Viscometer  
Viscosimètre à chute de bille

Modell: B Nr: 90049

Fallrohr Durchmesser: 15.940 mm  
Nr: D8263 Distanz: 100 mm

# Kugeln/Balls/Billes #

#	Durchmesser [mm]	Gew. [g]	Dichte $\rho_1$	Konstante $K / \text{mPa} \cdot \text{s} \frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \frac{1}{\text{s}}$
1	15.82	4.590	2.216	0.00731
2	15.67	4.466	2.216	0.0525
3	15.63	16.251	8.144	0.0799
4	15.26	15.123	8.135	0.543
5	14.27	11.748	7.717	4.66
6	11.12	5.550	7.711	33.1

$$\eta = t \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot K \text{ [mPa} \cdot \text{s]}$$

Die Berechnung der absoluten Viskosität in mPa·s ist gemäß Bedienungsanweisung für HAAKE-Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler nach vorstehender Formel vorzunehmen.

The absolute viscosity in mPa·s is calculated as stated in the instruction manual of the HAAKE-Falling Ball Viscometer.

La viscosité absolue en mPa·s est calculée conformément aux instructions de service du HAAKE Viscosimètre à chute de bille.

Instrument geprüft am: 26.6.1990

Prüfer:

*Sergio R.*  
*CP*

Kontrolle:

HAAKE-Mess-Technik GmbH u. Co.  
Dieselstr. 4 \*\* D-7500 Karlsruher 41  
Telefon (0721) 4094-1  
Telex 7 826 739  
Federal Republic of Germany

Falls keine höhere Genauigkeit der Meßresultate als +/-1% gefordert wird, so kann die folgende Tabelle benutzt werden. Man sucht in der Tabelle den zur Kugel und zur Dichte der Flüssigkeit  $\rho_2$  gehörigen Kugelfaktor. Dieser ergibt mit der Fallzeit multipliziert direkt die absolute Viskosität der Flüssigkeit in mPa·s. Durch entsprechende Interpolierung von Zwischenwerten der Dichte kann die angegebene Genauigkeit erhöht werden.

If no greater accuracy than +/-1% is required the following table may be used. The factor in the table relating to the ball used and the specific gravity of the liquid  $\rho_2$  is multiplied by the measuring time to obtain the absolute viscosity of the liquid directly in mPa·s. The accuracy stated can be increased by interpolation of intermediate values of the specific gravity.

Dans le cas où une précision supérieure à +/-1% n'est pas de rigueur, on peut se servir de la table suivante. On cherche dans la table le facteur relatif à la boule et à la densité du liquide  $\rho_2$ . Ce facteur, multiplié par le temps de chute, exprime directement la viscosité absolue du liquide en mPa·s. La précision indiquée est susceptible d'être augmentée par interpolation des valeurs intermédiaires de la densité.

$\rho_2$	# 1	# 2	# 3
0.70	0.01108	0.0796	0.0005
0.75	0.01071	0.0770	0.0001
0.80	0.01035	0.0744	0.0007
0.85	0.00999	0.0718	0.0000
0.90	0.00963	0.0691	0.0000
1.00	0.00890	0.0665	0.0007
1.05	0.00854	0.0639	0.0001
1.10	0.00818	0.0613	0.0007
1.15	0.00782	0.0586	0.0000
1.20	0.00746	0.0560	0.0000
1.25	0.00710	0.0534	0.0000
1.30	0.00674	0.0508	0.0001
1.35	0.00638	0.0482	0.0007
1.40	0.00602	0.0455	0.0000
1.45	0.00566	0.0429	0.0000
1.50	0.00530	0.0403	0.0000
1.55	0.00494	0.0377	0.0007
1.60	0.00458	0.0350	0.0000

$\rho_2$	# 4	# 5	# 6
0.70	4.04	0.0000	0.0000
0.75	4.01	0.0000	0.0000
0.80	3.98	0.0000	0.0000
0.85	3.95	0.0000	0.0000
0.90	3.92	0.0000	0.0000
1.00	3.85	0.0000	0.0000
1.05	3.82	0.0000	0.0000
1.10	3.79	0.0000	0.0000
1.15	3.76	0.0000	0.0000
1.20	3.73	0.0000	0.0000
1.25	3.70	0.0000	0.0000
1.30	3.67	0.0000	0.0000
1.35	3.64	0.0000	0.0000
1.40	3.61	0.0000	0.0000
1.45	3.58	0.0000	0.0000
1.50	3.55	0.0000	0.0000
1.55	3.52	0.0000	0.0000
1.60	3.49	0.0000	0.0000