Fachhochschule Esslingen
Hochschule für Technik

Labor Physik-Grundlagen

Reversionspendel

1 Zur Vorbereitung

Folgende Begriffe kommen vor und sollten bekannt sein:

Winkelbeschleunigung, mathematisches Pendel, Fadenpendel, physikalisches Pendel, Reversionspendel, Schwingungsdauer, Auslenkung, Massenpunkt, starrer Körper, Massenträgheitsmoment, Schwingungsmittelpunkt, reduzierte Pendellänge.

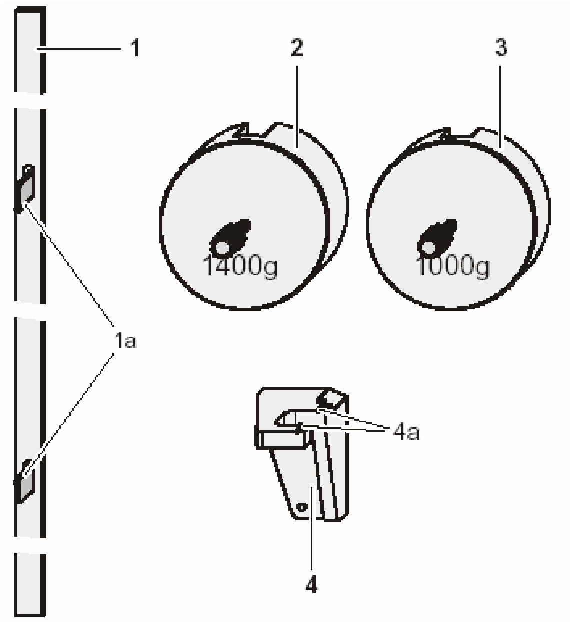
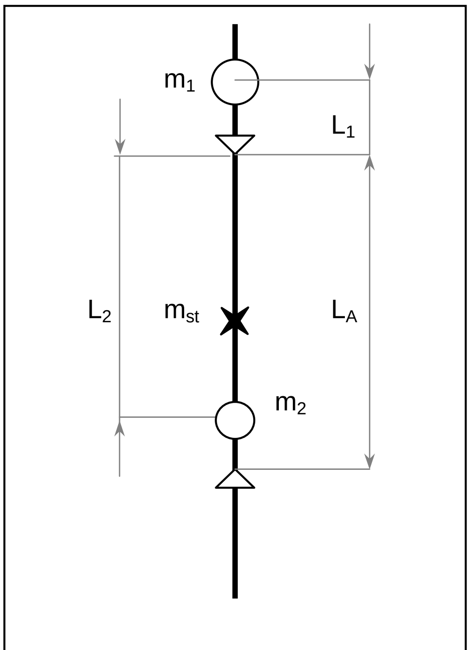


Bild 1: Bauteile des Reversionspendels

1 **Pendelstab** mit zwei Schneiden (1a)
2 **Metallscheibe 1400 g**
3 **Metallscheibe 1000 g**
4 **Wandhalterung** mit Schneidenlager (4a)

Das Reversionspendel ist ein physikalisches Pendel. Das Gerät besteht aus einer Pendelstange, die im Abstand von L_A = (0,994 ± 0,001) m zwei einander zugewendete Schneiden trägt (s. Bild 2). An der Wandhalterung befindet sich ein Lager, in das die Schneiden des Reversionspendels gelegt werden können.



Zwei Metallscheiben m_1 und m_2 lassen sich auf der Pendelstange verschieben, um die Massenverteilung und damit das Massenträgheitsmoment des Pendels zu verändern. Die Metallscheibe, die zwischen den beiden Schneiden angebracht ist, hat eine Masse von m_2=1,0 kg, während die andere, außerhalb der Schneiden, eine Masse von m_1=1,4 kg besitzt.

Bild 2: Skizze des Reversionspendels

2 Grundlagen

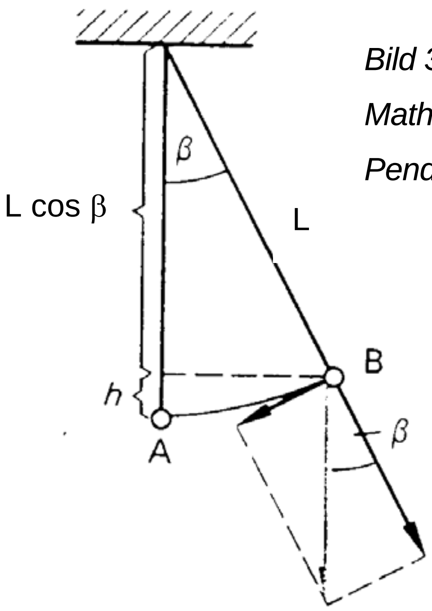


Bild 3: Mathematisches Pendel

2.1 Das Fadenpendel

Das Fadenpendel besteht aus einer Kugel, die an einem dünnen Faden aufgehängt ist. In erster Näherung kann man das Fadenpendel als ein mathematisches Pendel interpretieren. Ein mathematisches Pendel besteht aus einer punktförmigen Masse, die an einem unelastischen, masselosen Faden der Länge L aufgehängt ist. Im Bild ist die punktförmige Masse eine Kugel, deren Masse man sich im Schwerpunkt vereinigt denken kann. Der Faden ist nahezu masselos.

Die Differentialgleichung für das mathematische Pendel lautet

(1) $$\ddot{\beta} + \frac{g}{L} \sin \beta = 0 \, .$$

Für kleine Auslenkungen gilt $\sin\beta = \beta$, so dass

(2) $$\ddot{\beta} + \frac{g}{L}\beta = 0$$ ist.

Nach der allgemeinen Darstellung der Differentialgleichung für ungedämpfte Schwingungen gilt

(3) $$\ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta = 0 \, .$$

Daraus folgt für die Kreisfrequenz der Grundschwingung ω_0 und die Schwingungsdauer T_0 zu

(4) $$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \, , \qquad \text{bzw.} \qquad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \, .$$

Allgemein, also auch bei endlich großen Winkeln muss ein Winkelkorrekturfaktor k eingeführt werden, mit dem die Schwingungsdauer korrigiert wird. Dann gilt

(5) $$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \; k \, , \qquad \text{wobei} \;\; k = [1 + \frac{1}{2^2}\sin^2\frac{\beta}{2} + \frac{1}{2^2}\frac{3^2}{4^2}\sin^4\frac{\beta}{2} + ...]$$ ist.

2.2 Das physikalische Pendel

Das Reversionspendel stellt ein physikalisches Pendel dar. Die Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels der Masse m beträgt

(6) $$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{m\, g\, s_A}} \, k,$$

wobei J_A das Massenträgheitsmoment, m die Masse, g die Fallbeschleunigung, s_A der Abstand zwischen Aufhängepunkt und Schwerpunkt und k der Winkelkorrekturfaktor ist.

Nach dem Steinerschen Satz gilt für das Massenträgheitsmoment J_A

(7) $$J_A = J_S + m\, s_A^2.$$

J_S ist das Massenträgheitsmoment um die durch den Schwerpunkt gehende Achse. Die zur Drehachse gehörige reduzierte Pendellänge L_A des physikalischen Pendels wird so definiert, dass ein mathematisches Pendel der Länge L_A gerade dieselbe Schwingungsdauer besitzt, wie das entsprechende physikalische Pendel.

Ein Vergleich von Gleichung (5) und (6) mit $T_0 = T_A$ liefert somit

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{m\, g\, s_A}} \text{ bzw.}$$

(10) $$l_A = J_A / m\, s_A.$$

Zieht man vom Drehpunkt A ausgehend eine gerade Linie über den Schwerpunkt S hinaus mit dem Abstand L_A (siehe Bild 4), so kommt man zu einem neuen Punkt M_A, der auch der zur Drehachse A gehörige Schwingungsmittelpunkt genannt wird.

In ihm könnte man die gesamte Masse des physikalischen Pendels konzentrieren, ohne die Schwingungsdauer zu verändern.

Wird in Gleichung (10) das Trägheitsmoment J_A durch Gleichung (7) ersetzt, so ergibt sich für die reduzierte Pendellänge

(11) $$L_A = J_S/m\, s_A + s_A.$$

Wird das Reversionspendel nun umgedreht und im Schwingungsmittelpunkt M_A aufgehängt, so lässt sich eine neue reduzierte Pendellänge L_M angeben, indem man in Gleichung (11) die Größe s_A durch die Gruppe $L_A - s_A$ ersetzt, denn nun ist $L_A - s_A$ der neue Abstand Drehpunkt-Schwerpunkt.

(12) $$L_M = \frac{J_S}{m\,(L_A - s_A)} + L_A - s_A,$$

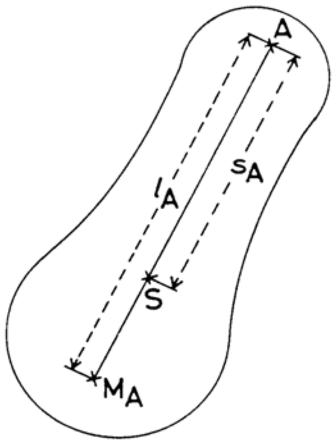


Bild 4: Lage des Schwingungsmittelpunkts M_A

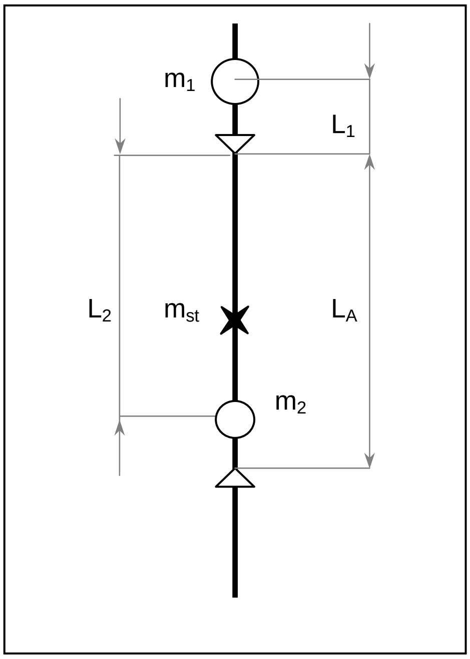
Durch mathematische Umformungen [Einsetzen von Gl. (11) in Gl. (12)] lässt sich zeigen, dass $L_M = L_A$ ist.

<u>Fazit:</u>

Wird also ein physikalisches Pendel statt in seinem Aufhängepunkt im zugeordneten Schwingungsmittelpunkt M_A aufgehängt, so bleibt die Schwingungsdauer unverändert. Von diesem Ergebnis wird beim Reversionspendel Gebrauch gemacht.

Betrachtet man nun erneut Bild 2, so lässt sich erkennen, dass durch das Verschieben der Masse m_2 das Massenträgheitsmoment des Reversionspendels solange verändert werden kann, bis die Schwingungsdauern um zwei vorgegebene Aufhängepunkte identisch werden. Für diesen Sonderfall ist der eine Aufhängepunkt zu dem anderen der zugehörige Schwingungsmittelpunkt und umgekehrt. Dann ist die reduzierte Pendellänge dieses Pendels gleich dem Abstand der Aufhängepunkte.

3 Versuchsdurchführung



Versuchsablauf:

Um ein möglichst genaues Ergebnis zu bekommen ist es ratsam, den Schwerpunkt von m_1 ca. 8-12 cm über der oberen Schneide zu platzieren.

Die Position von m_1 darf während des Versuchs nicht mehr verändert werden.

Nun werden die Schwingungsdauern T_1 und T_2 bei unterschiedlichen Positionen von m_2 gemessen werden. Dazu wird m_2 in 5 cm Schritten zwischen den Schneiden verschoben. Zweckmäßiger Weise beginnt man mit einem L_2 von ca. 10 cm und setzt die Messungen bis ca. 90 cm fort.

Zur Messung der Schwingungsdauer wird zunächst m_2 an der gewünschten Position L_2 fixiert und dann das Pendel um einen bestimmten Winkel ausgelenkt (Es ist ratsam einen Anschlag zu verwenden, da die Auslenkung während des Versuchs möglichst konstant sein sollte). **Schätzen Sie den Auslenkwinkel φ und dessen Fehler $\Delta\varphi$ ab.** Mit einer Lichtschranke (oder einer Stoppuhr) wird dann die Schwingungsdauer T_1 gemessen.

Um T_2 zu bestimmen wird die Stange an der anderen Schneide aufgehängt, wobei m_2 nicht verschoben werden darf. Dies wird für jede Position von L_2 durchgeführt. Die Messergebnisse können in der vorgefertigten Tabelle eingetragen werden (s. Anhang).

Nun sollen die Meßergebnisse von T_1 und T_2 in Abhängigkeit der Position L_2 in einem Diagramm veranschaulicht werden. Bei korrekter Versuchsdurchführung ergeben sich zwei Schnittpunkte. Falls sich die Kurven nicht schneiden, muss der Versuch mit verändertem L_1 so lange wiederholt werden, bis mindestens ein eindeutiger Schnittpunkt feststeht (s. Bild 5).

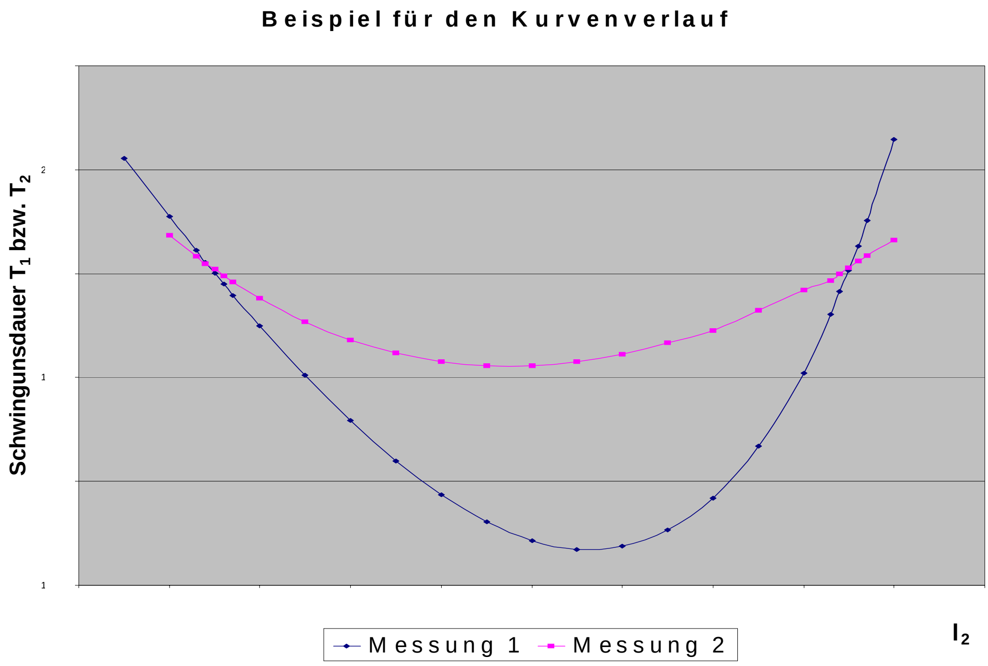


Bild 5: Graphische Auswertung

Nun wird im Bereich (± 5 cm) um einen der beiden Schnittpunkte der Versuch in 1 cm-Schritten wiederholt, um den Schnittpunkt exakter zu bestimmen.

Auch dieses Ergebnis wird graphisch dargestellt. Der Schnittpunkt liefert dann die zum Schneidenabstand als reduzierte Pendellänge gehörige Schwingungsdauer T_A.

Durch die folgende Bestimmungsgleichung lässt sich aus dem ermittelten Wert für die Schwingungsdauer T_A die Fallbeschleunigung

$$g = 4\pi^2 \frac{L_A}{T_A^2} k^2 \tag{14}$$

bestimmen, wobei $L_A = (0.994 \pm 0.001)$ m der Abstand der beiden Schneiden bzw. die reduzierte Pendellänge darstellt.

Hinweis: Entscheiden Sie selbst, ob für den Winkelkorrekturfaktor k (s. Gl. 5) eine Näherung bis zum $\sin^4(\beta/2)$ Term notwendig ist.

4. Zusammenfassung der Aufgabenstellung

a) Ermitteln Sie graphisch (wie in Kap. 3 beschrieben) die zum Schneidenabstand als reduzierte Pendellänge gehörige Schwingungsdauer des gegebenen Reversionspendels und bestimmen Sie daraus die Fallbeschleunigung g.

b) Schätzen Sie den absoluten und den relativen Fehler von g ab.
Hinweis: Hierzu benötigen Sie auch eine Fehlerabschätzung der Schwingungsdauer T_A aus der Graphik.

5 Literatur

1. Hering,Martin,Stohrer; Physik für Ingenieure; Springer.
2. Bergmann,Schäfer; Band 1, Mechanik, Akustik, Wärme; Walter de Gruyter-Verlag.
3. Holzmann/Meyer/Schumpich, Technische Mechanik, Teubner.

Anhang:

Tabelle für Messwerte (5cm-Schritte)

L_2 [cm]	**Schwingungsdauer T_1** [s] (m_1 oben)	**Schwingungsdauer T_2** [s] (m_1 unten)

Tabelle für Messwerte (1cm-Schritte)

L_2 [cm]	**Schwingungsdauer T_1** [s] (m_1 oben)	**Schwingungsdauer T_2** [s] (m_1 unten)