

Anleitung zum Praktikumsversuch

Beugung am Spalt

Zusammenfassung

Im Versuch wird die Beugung von Licht aus einem Helium-Neon-Laser an Spalten verschiedener Breite gemessen und mit den theoretischen Voraussagen verglichen.

Wichtige Begriffe

Interferenz, Prinzip von Huygens, Kohärenz; Beugung an Spalt, Doppelspalt und Gitter.

Literatur

Hering, Martin, Stohrer: Physik für Ingenieure, Springer, 11. Auflage (2012)

Kuypers: Physik für Ingenieure und Naturwissenschaftler (Band 2), Wiley VCH, 3. Auflage (2012)

1. Theorie

Die geometrische Optik beschreibt die Ausbreitung des Lichts durch geradlinige Lichtstrahlen. Dies wird bei ungestörter Ausbreitung in homogenen Medien auch beobachtet. Stören Hindernisse die geradlinige Ausbreitung, dann treten Beugungserscheinungen auf. Diese sind am einfachsten im Rahmen der Wellenoptik zu verstehen. Die Beugungseffekte sind besonders ausgeprägt, wenn die Dimension des Hindernisses und die Lichtwellenlänge in vergleichbarer Größenordnung liegen.

Beugungserscheinungen werden üblicherweise nach den beiden Entdeckern FRAUNHOFER und FRESNEL klassifiziert, die als erste eine Beschreibung für die jeweiligen Rahmenbedingungen gaben. Bei der FRAUNHOFERSchen Beugung sind die in einem Aufpunkt ankommenden Strahlen näherungsweise parallel. Experimentell lässt sich dies durch einen großen Abstand zwischen beugendem Objekt und Beobachtungschirm oder durch die Fokussierung parallelen Lichts durch eine Sammellinse realisieren. Ist der Abstand zwischen Spalt und Beobachtungschirm endlich und werden keine Linsen benutzt, liegt FRESNELSche Beugung vor. Die Beschreibung von FRESNELScher Beugung ist aufwendiger und schwieriger als im Fall der FRAUNHOFERSchen Beugung. Deshalb wird im Versuch eine Anordnung nach FRAUNHOFER benutzt und die Theorie dazu vorgestellt.

Interferenz tritt auf, wenn es durch Überlagerung von Wellenzügen zur gegenseitigen Verstärkung bzw. Auslöschung kommt; dabei entstehen typische Beugungsmuster. Das Muster für einen einzelnen Spalt ist qualitativ – also nicht maßstäblich – in Abb. 1 zu sehen. Helle und dunkle Streifen wechseln einander ab.

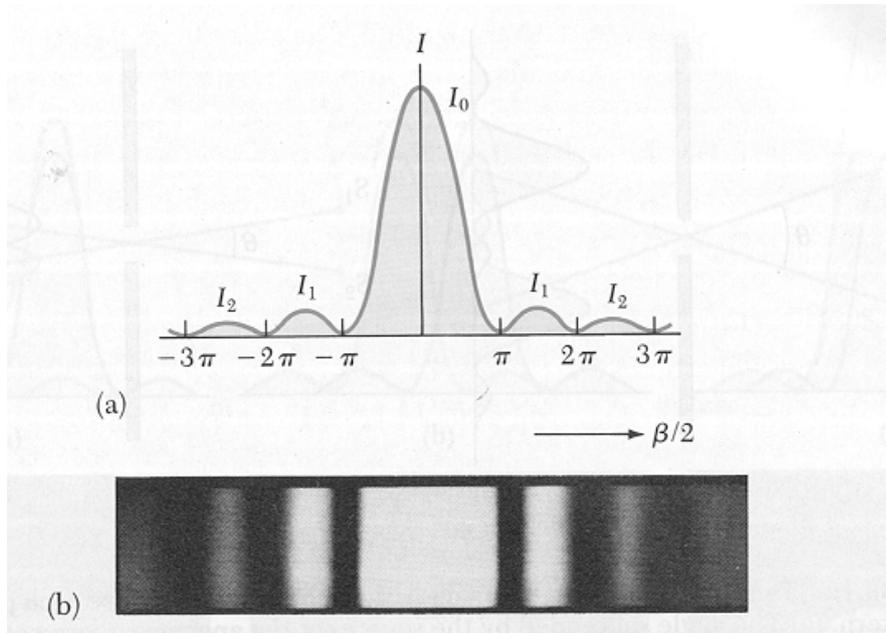


Abbildung 1 : FRAUNHOFERSche Beugung am Einzelspalt.

- (a) Intensitätsverteilung als Funktion der Beugungsrichtung (nicht maßstäblich)
(b) Schwärzung einer fotografischen Platte

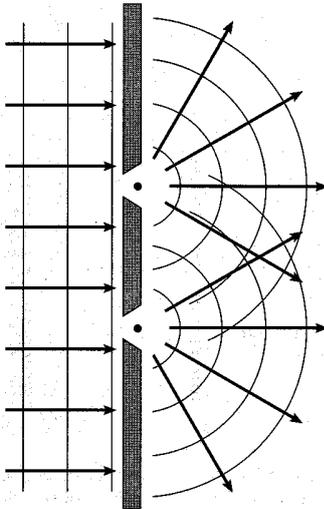


Abbildung 2 : HUYGENSSches Prinzip – Überlagerung von Elementar-Wellen hinter einem Doppelspalt

Die auftretenden Minima, bei denen Auslöschung auftritt, lassen sich einfach bestimmen. Nach dem Prinzip von HUYGENS-FRESNEL ist jeder von einer Welle getroffene Punkt Ausgangspunkt für eine neue Elementarwelle, die sich in der Ebene kreisförmig und im Raum kugelförmig ausbreitet (ein Beispiel für einen Doppelspalt findet sich in Abb. 2). Nach HUYGENS bilden die Einhüllenden aller Elementarwellen die neuen Wellenfronten.

Zur Berechnung der Winkelrichtung der Beugungsminima teilt man den Spalt in zwei Hälften (siehe Abb. 3). Die Elementarwellen sind alle in Phase, unterscheiden sich aber für eine gegebene Beobachtungsrichtung voneinander jeweils durch einen Gangunterschied. Im Beispiel findet man zu jeder Elementarwelle aus der oberen Hälfte des Spalts eine zweite aus der unteren Hälfte, die beiden einen relativen Gangunterschied Δ von einer halben Wellenlänge zueinander haben (das bedeutet $\Delta = \lambda / 2$), sich also gegenseitig auslöschten. Auslöschung (destruktive Interferenz), tritt demnach für folgende Bedingung auf:

$$\frac{a}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} \quad \text{oder} \quad \sin \alpha = \frac{\lambda}{a}$$

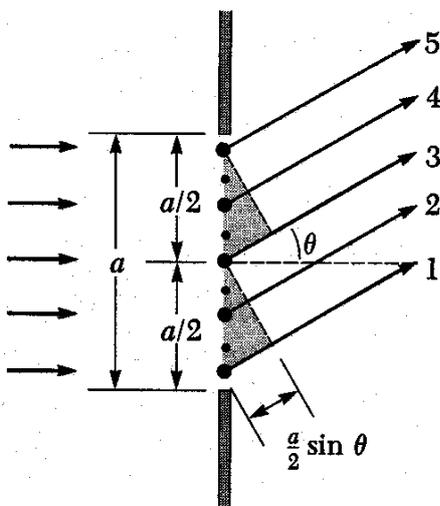


Abbildung 3 : Beugung von Licht an einem Einzelspalt (nicht maßstäblich).

Jeder Punkt des Spalts ist Ausgangspunkt einer HUYGENSSchen Elementarwelle.

Der Gangunterschied zwischen den Elementarwellen '1' und '3' bzw. zwischen den Elementarwellen '2' und '4' ist

$$\Delta = \frac{a}{2} \cdot \sin \alpha$$

Teilt man den Spalt in vier Teile und argumentiert entsprechend, dann findet man als Bedingung für Auslöschung – also destruktive Interferenz –

$$\frac{a}{4} \cdot \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} \quad \text{oder} \quad \sin \alpha = \frac{2\lambda}{a}$$

Eine Teilung in sechs Segmente ergibt mit der obigen Argumentation für Auslöschung

$$\frac{a}{6} \cdot \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} \quad \text{oder} \quad \sin \alpha = \frac{3\lambda}{a}$$

Die allgemeine Bedingung für destruktive Interferenz, also Auslöschung, lässt sich somit allgemein darstellen in der Abhängigkeit von der Ordnung m der Ablenkung

$$[1] \quad \sin \alpha_m = m \cdot \frac{\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

Dies erlaubt es, die dunklen Stellen im Interferenzbild zu bestimmen; es enthält aber keine Aussage über die hellen Stellen und über die Intensitätsverteilung auf dem Auffangschirm.

Die allgemeine Herleitung der Intensitätsverteilung hinter einem Einzelspalt erfolgt am einfachsten über ein Zeigerdiagramm. Wieder wird der Spalt in viele Teilzonen aufgeteilt. Man bestimmt den Feldvektor der elektrischen Feldstärke und berücksichtigt die Gangunterschiede zwischen benachbarten Teilstrahlen. Zusammen mit geometrischen Überlegungen erhält man schließlich (ohne Beweis) für den Betrag der Feldstärke unter einem Winkel α gegen die Normalenrichtung

$$[2] \quad E(\alpha) = E(0) \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha)\right)}{\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha)} \right]$$

Die Intensität einer Lichtwelle ist proportional zum Quadrat ihrer elektrischen Feldstärke. Damit ergibt sich für die Intensitätsverteilung der Beugungsfunktion

$$[3] \quad I(\alpha) = I(0) \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha)\right)}{\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha)} \right]^2$$

Führt man mit der Abkürzung $x = \frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha)$ einen reduzierten Winkel ein, dann lässt sich die Intensität schreiben als

$$I(x) = I(0) \cdot \left[\frac{\sin(x)}{x} \right]^2$$

Dabei ist $I(0)$ die Feldstärke, die in Geradeausrichtung ($\alpha = 0$) für die Teilwellen ohne gegenseitige Phasenverschiebung gemessen wird. In der angegebenen Beugungsfunktion ist

- $I(\alpha)$ Intensität beim Beugungswinkel α (gegen die Normalenrichtung)
- $I(0)$ Intensität beim Beugungswinkel $\alpha = 0$ (Maximum)
- α Beugungswinkel (rad)
- λ Wellenlänge des Lichts (im Versuch, die eines He-Ne-Lasers)
- d Spaltbreite des Einzelspalts

1.1 Mathematische Diskussion der Beugungsfunktion

Für den Ablenkwinkel $\alpha = 0$ ergibt sich wegen $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ richtigerweise

$$I(\alpha(0)) = I(0)$$

Für die Minima, also Auslöschung, muss der Zähler Null werden, also muss gelten

$$\sin\left[\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha)\right] = 0$$

Dies erfordert $\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha) = m\pi$ mit $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Damit

$$[1'] \quad \sin \alpha_{\min} = m \cdot \frac{\lambda}{d}$$

in Übereinstimmung mit den obigen Überlegungen zur gegenseitigen Auslöschung von Lichtwellen.

Es sei angemerkt, dass immer dann Dunkelheit herrscht, wenn Wellen, die von den Rändern des Spalts ausgehen, einen Gangunterschied haben, der einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge λ entspricht.

1.2 Nebenmaxima

Außer dem zentralen Hauptmaximum nullter Ordnung gibt es Nebenmaxima höherer Ordnung. Diese liegen *näherungsweise* in der Mitte zwischen den Minima, also bei

$$[4] \quad \sin \alpha_{\max} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{d} \quad \text{mit } m = 1, 2, 3, \dots$$

Substituiert man diese Bedingung in der Beugungsfunktion, so erhält man

$$[5] \quad I(\alpha_{\max}^m) = I(0) \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)\right)}{\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)} \right]^2$$

also für das 1. Nebenmaximum ($m = 1$)

$$I(\alpha_{\max}^{m=1}) = I(0) \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)\right)}{\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)} \right]^2 = I(0) \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)}{\frac{3}{2}\pi} \right]^2$$

für das 2. Nebenmaximum ($m = 2$)

$$I(\alpha_{\max}^{m=2}) = I(0) \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)\right)}{\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)} \right]^2 = I(0) \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{5}{2}\pi\right)}{\frac{5}{2}\pi} \right]^2$$

Für die Nebenmaxima ergibt sich also, geordnet nach den Beugungsordnungen

m	$\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)$	$\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)\right)}{\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)} \right]^2$
1	$\frac{3}{2}\pi = 4,712$	$45,0 \cdot 10^{-3}$
2	$\frac{5}{2}\pi = 7,854$	$16,2 \cdot 10^{-3}$
3	$\frac{7}{2}\pi = 11,00$	$8,3 \cdot 10^{-3}$
4	$\frac{9}{2}\pi = 14,14$	$5,0 \cdot 10^{-3}$
5	$\frac{11}{2}\pi = 17,28$	$3,3 \cdot 10^{-3}$

Die Beugungswinkel α_i für die Minima und die Nebenmaxima werden aus den gemessenen geometrischen Daten des Versuchsaufbaus bestimmt:

$$[6] \quad \tan \alpha_i = \frac{y_i}{b} \quad \text{oder} \quad \alpha_i = \arctan\left[\frac{y_i}{b}\right]$$

mit b Abstand zwischen Auffangschirm und Spalt

y_i senkrechte Entfernung zum Intensitätsmaximum

Hinweis: Da $y_i \ll b$ ist, sollten Sie sich zur Arbeitsvereinfachung eine geeignete Näherung für die Tangens-Funktion überlegen, also eine Reihenentwicklung benutzen.

2. Messaufbau

Zur Aufnahme der Intensitätsverteilung hinter einem Einzelspalt unter FRAUNHOFERSchen Bedingungen wird ein He-Ne-Laser als Lichtquelle verwendet.

Experimentelle Hinweise

- *Der Laser braucht zur Stabilisierung eine Aufwärmphase von etwa 15 Minuten*
- *Auf dem Diaträger finden sich Einzel- und Mehrfachspalte*
- *Beginn der Aufnahme von Messdaten jeweils ausgehend vom 2. Nebenmaximum*

2.1 Benutzte Geräte

- Optische Bank
- Helium-Neon Laser
- Messverschiebereiter mit Blendenhalter für die Blende mit den Einzelspalten
- Diaträger mit Einfach- und Mehrfachspalten. Einfachspalte benutzen!
(Nominalwerte $d = 0,05 \text{ mm}, 0,10 \text{ mm}, 0,20 \text{ mm}$)
- Zwei Halterungen für die Abschirmröhre
- Abschirmröhre
- Messverschiebereiter mit Silizium-Fotoelement und Spaltabdeckung
(nominal $0,3 \text{ mm}$)
- Digitalmultimeter zur Messung des Fotostroms
(hochempfindlich, Messbereich μA -Gleichstrom)
- Maßband (zur Messung des Abstands Spalt-Messblende)
- Eichskala (zum Vergleich mit den Einzelspalten)
- Mikroskop (zur Messung der effektiven Spaltbreiten)

2.2 Versuchsaufbau

Der Aufbau ist in Abb. 4 skizziert

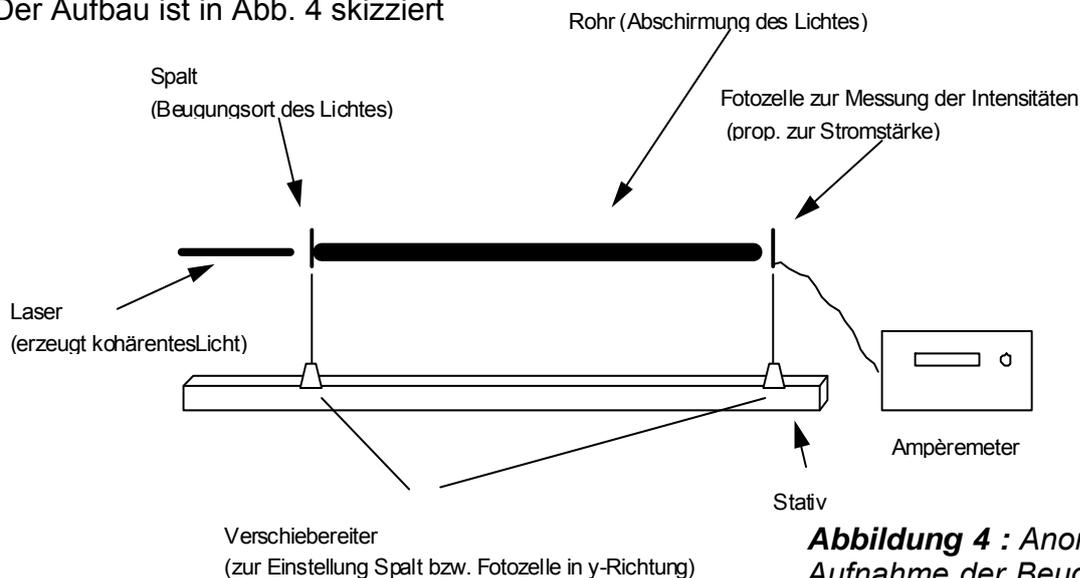


Abbildung 4 : Anordnung zur Aufnahme der Beugungsfunktion eines Einzelspalts.

Auf einem Stativ befinden sich zwei Verschiebereiter. Der erste trägt auf einem Diaträger die Einzelspalte, deren Beugungsbilder ermittelt werden sollen. Der zweite eine Fozelle, vor dem sich eine Blende der Breite $d = 0,3 \text{ mm}$ befindet. Zwischen Spalt und Fozelle verlaufen die Lichtstrahlen in einem Rohr zur Abschirmung störenden Raumlichts und zur Beachtung des Strahlenschutzes.

Lichtquelle ist ein He-Ne-Laser, der monochromatisches Licht der Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ liefert; seine Maximalleistung ist $P_{\text{max}} = 5 \text{ mW}$. Der Laser braucht eine Aufwärmphase von etwa 15 Minuten; deshalb sollte er gleich zu Beginn des Versuchs eingeschaltet werden. Eine Silizium-Fozelle liefert einen Kurzschlussstrom, der näherungsweise proportional zur auffallenden Lichtintensität ist.

2.3 Anmerkungen zur Versuchsdurchführung

Die sich auf einem Diaträger befindlichen Spalte werden so in den Verschiebereiter eingespannt, daß das Laserbündel mittig durch den zu vermessenden Spalt durchtritt. Das ist dann der Fall, wenn bei visueller Beobachtung auf der Blende eine maximale Helligkeit der Beugungsfigur sichtbar ist und damit die Fozelle maximalen Strom anzeigt.

Über den Verschiebereiter wird auf einer Seite der Beugungsfigur vom Hauptmaximum aus das erste Minimum, das erste Nebenmaximum und das zweite Minimum aufgesucht und schließlich auf das **zweite Minimum** eingestellt (dabei zu Beginn der Messreihe vorläufige Messwerte aufnehmen). Von dieser Anfangseinstellung wird nun – um mögliche Fehler durch ein Spiel der Spindel auszuschließen – in eine Verschieberichtung das symmetrische Beugungsbild auf beiden Seiten des Hauptmaximums aufgenommen.

Stellen Sie sicher, dass der Vorschub der Spindel ausreicht, um die vollständige, symmetrische Beugungsfigur aufzunehmen.

Nehmen Sie eine genügende – aber nicht zu große – Anzahl von Messpunkten auf, um aussagekräftige Beugungsbilder zu bekommen, aus denen die Intensitätsverhältnisse und die Ablenkungswinkel für die Beugungsminima gut bestimmt werden können.

Wählen Sie deshalb für die Messung geeignete Intervallschritte aus; nehmen Sie als Entscheidungshilfe Ihre vorläufigen Werte zum Auffinden des zweiten Minimums.

3 Aufgaben

- a) Ausmessen und Dokumentieren der Geometrie des Versuchsaufbaus (zur Messung des Abstands zwischen Spalt und Photozelle kann das Maßband verwendet werden)
- b) Aufnahme der Beugungsfunktionen (Intensitätsverteilungen) für die drei Spalte
- c) Bestimmung der effektiven Spaltbreiten der drei Einzelspalte durch Vergleich mit einer Kalibrierskala unter dem Mikroskop.
- d) Zeichnen Sie am Labortermin die Intensitätsverteilung für einen der Spalte *von Hand* auf Millimeterpapier auf und legen Sie das Diagramm zum **Vortestat** vor

4. Auswertung

- a) Die gemessenen Intensitätsverteilungen sind alle von Hand auf Millimeterpapier aufzutragen. Zum Vergleich kann eine Anpassung mit einem PC-Programm erfolgen (für Experten...). *Das Diagramm für einen der Spalte war bereits Vortestat am Praktikumstag.*
- b) Die gemessenen Intensitätswerte werden mit den jeweils nach der Spaltbeugungsfunktion zu erwartenden Werten verglichen. Berechnen Sie für eine Spaltbreite den Vergleich schrittweise und ausführlich.

Für die beiden anderen Spaltbreiten können Sie auch ein Tabellenkalkulationsprogramm benutzen. Schätzen Sie die jeweiligen Größtfehler ab. Tragen Sie die Ergebnisse in eine Tabelle ein.

- c) Die gemessenen Ablenkungswinkel für Intensitätsmaxima und -minima sind mit den theoretisch erwarteten Werten zu vergleichen; dazu müssen die linearen Verschiebungen y_i des Verschiebereiters auf Ablenkungswinkel α umgerechnet werden.

Machen Sie für alle Spaltbreiten einen Vergleich in der Form

- theoretisch zu erwartende Ablenkungswinkel für Minima und Maxima
- gemessene Ablenkungswinkel mit Fehlerangabe.

- d) Dokumentieren Sie die Ergebnisse in geeigneter Form.

5. Fragen

- Wie arbeitet der He-Ne Laser?
- Wie arbeitet die Silizium-Photozelle?
- Wie sieht das Beugungsbild eines Doppelspalts aus – qualitative Beschreibung?