

FH Esslingen – Hochschule für Technik

Physikalisches Praktikum

Versuch 12

Dichtebestimmung in Flüssigkeiten

1. Theoretische Grundlagen

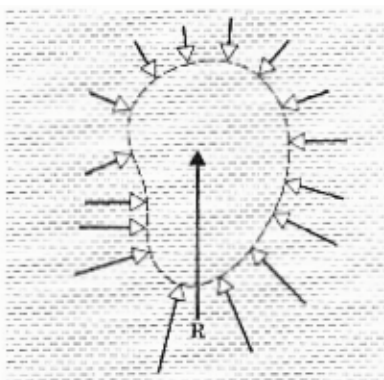
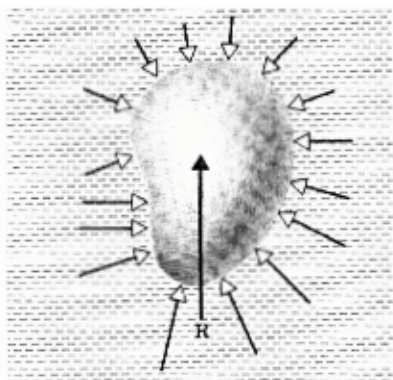
1.1 Auftrieb – ARCHIMEDESSchesPrinzip – [ARCHIMEDES etwa 250 v Chr.]

Ein in eine Flüssigkeit eintauchender Körper wird scheinbar leichter. Für diesen Effekt verantwortlich ist der 'Auftrieb' auf den eintauchenden Körper

Für einen ganz oder teilweise eingetauchten Körper gilt: die umgebende Flüssigkeit übt auf jedes Oberflächenelement, das mit der Flüssigkeit in Kontakt ist, eine Druckkraft aus. Die Resultierende aller Kräfte ist nach oben gerichtet.

Weil der Druck auf die Oberfläche des eingetauchten Körpers unabhängig vom Material des eingetauchten Körpers ist, 'ersetzt' man den Körper im Gedankenversuch durch die Flüssigkeit selbst. Dieser 'Ersatzkörper' wird die gleichen Kräfte spüren wie der eingetauchte Körper und er wird in Ruhe sein.

Alle horizontalen Beträge zur Kraft auf den eingetauchten Körper heben sich auf.



Nach ARCHIMEDES gilt:

Da in vertikaler Richtung die resultierende Kraft ebenfalls Null ist, muss die Auftriebskraft gleich der auf das **verdrängte** Volumen wirkenden Gewichtskraft sein. Die Auftriebskraft ist damit gegeben durch

$$[1] \quad \left| \vec{F}_{\text{Auftrieb}} \right| = m_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g \\ = V_{\text{Flüssigkeit}} \cdot \rho_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g$$

Die Auftriebskräfte ein und desselben Körpers in zwei verschiedenen Flüssigkeiten verhalten sich wie die Dichten dieser beiden Flüssigkeiten.

1.2 MOHR-WESTPHALSche Waage zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten

Die Waage nach MOHR-WESTPHAL ist eine spezielle Anordnung einer hydrostatischen Waage.

Der zweiarmige Waagebalken der ungleicharmigen Waage wird mit einer Schneide in eine Kerbe auf einem höhenverstellbaren Sockel eingehängt. Der Sockel ist – mit einer Stellschraube – auf drei Punkten gelagert.

An dem einen Ende des Waagebalkens hängt ein Glaskörper K; durch ein Gegengewicht auf der anderen Seite des Waagebalkens ist das Gesamtsystem im Gleichgewicht (Skalenwert Null) wenn sich der Glaskörper K in Luft befindet. Ihr Aufbau ist so gewählt, dass die Waage mit eingehängtem Senkkörper K **in Luft** genau im Gleichgewicht steht; es herrscht Gleichgewicht der Drehmomente.

Dieses Gleichgewicht wird nach Einbringen des Glaskörpers in eine Flüssigkeit durch den Auftrieb gestört. Der Glaskörper wird scheinbar leichter. Anbringen von Zusatzgewichtsstücken auf den Waagebalken auf der Seite des Glaskörpers stellen das Gleich

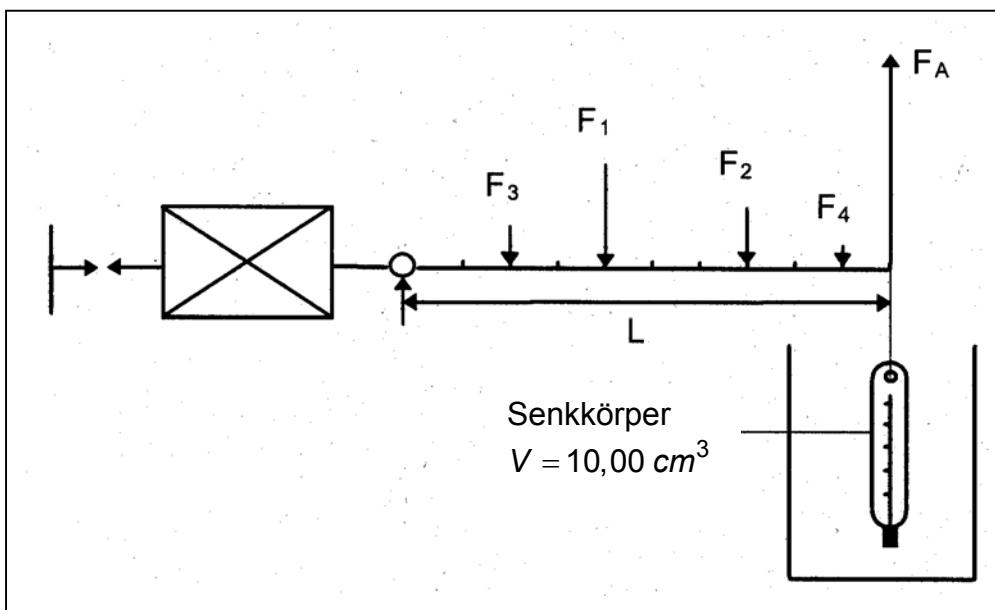
gewicht wieder her. Das Auftriebsdrehmoment des eingetauchten Senkkörpers wird kompensiert durch das Drehmoment der Gewichtsstücke, die am rechten Waagebalken eingehängt werden.

Die Dichte von Flüssigkeiten kann auf vier gültige Ziffern genau gemessen werden (für Dichten $\rho \leq 2 \text{ g cm}^{-3}$). Diese Genauigkeit ist zum Nachweis der H_2O -Anomalie erforderlich.

Als Wägestücke dienen Metallkörper oder Reiter mit den (exakten) Massen $m_1 = 10,00 \text{ g}$, $m_2 = 1,00 \text{ g}$, $m_3 = 0,100 \text{ g}$ und $m_4 = 0,010 \text{ g}$ (ohne Angabe von Toleranzen durch den Hersteller; mögliche Abweichungen bedingen einen systematischen Fehler!). Der zur Messung des Auftriebs – und damit zur Bestimmung der Dichte – dienende Waagebalken ist durch Stifte in zehn äquidistante Teile geteilt, in die die Wägestücke/Reiter eingehängt werden können, um wieder ein Gleichgewicht der Drehmomente herzustellen.

Die Schneide am Ende des Waagebalkens dient zum Aufhängen des Glaskörpers. Das Volumen des Senkkörpers ($V = 10,00 \text{ cm}^3$; ohne Angabe eine Toleranzen durch den Hersteller; eine mögliche Abweichung bedingt einen systematischen Fehler!) und die Massen der Reiter sind so geschickt aufeinander abgestimmt, dass man aus der Reiterstellung – ohne weitere Umrechnung – die Dichte einer Flüssigkeit auf vier gültige Ziffern ablesen kann.

Das **Drehmomentengleichgewicht** und die daraus resultierende Bestimmung der Dichte soll an einem Fallbeispiel gezeigt werden.



Der Betrag der Auftriebskraft auf den Senkkörper ist

$$\begin{aligned} |\vec{F}_{\text{Auftrieb}}| &= m_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g \\ &= V_{\text{Senkkörper}} \cdot \rho_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g \end{aligned}$$

Ausgeübtes Drehmoment (linksdrehend)

$$[2] \quad |\vec{M}| = |\vec{F}_{\text{Auftrieb}}| \cdot L = V_{\text{Senkkörper}} \cdot \rho_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g \cdot L$$

Wägestücke/Reiter

Reiter	Masse	Position	$x_1 = \frac{L_i}{L}$	Ausgeübtes Drehmoment
1	$m_1 = 10,0 \text{ g}$	$L_1 = 0,4 L$	0,4	$M_1 = m_1 g x_1 L$
2	$m_2 = 1,00 \text{ g}$	$L_2 = 0,7 L$	0,7	$M_2 = m_2 g x_2 L$
3	$m_3 = 0,100 \text{ g}$	$L_3 = 0,2 L$	0,2	$M_3 = m_3 g x_3 L$
4	$m_4 = 0,010 \text{ g}$	$L_4 = 0,9 L$	0,9	$M_4 = m_4 g x_4 L$

Die von den Gewichtskräften auf die Wägestücke/Reiter ausgeübten Drehmomente sind rechtsdrehend.

Drehmomentengleichgewicht fordert

$$V_{\text{Senkkörper}} \cdot \rho_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g \cdot L = m_1 g x_1 L + m_2 g x_2 L + m_3 g x_3 L + m_4 g x_4 L$$

$$[3] \quad \rho_{\text{Flüssigkeit}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{V_{\text{Senkkörper}}}$$

Durch geschickte und wohlüberlegte Abstimmung des Volumens (Zahlenwert) des Senkkörpers ($V = 10,0 \text{ cm}^3$) und der Massen (Zahlenwerte) der Reiter (10,0 g, 1,0 g, 0,10 g und 0,010 g) ergibt sich daraus allgemein

$$\begin{aligned} \rho_{\text{Flüssigkeit}} &= \frac{10 \text{ g } x_1 + 1 \text{ g } x_2 + 0,1 \text{ g } x_3 + 0,01 \text{ g } x_4}{10 \text{ cm}^3} \\ &= \left(x_1 + \frac{1}{10} x_2 + \frac{1}{100} x_3 + \frac{1}{1000} x_4 \right) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

spezielles Beispiel: für $x_1 = 0,4$ $x_2 = 0,7$ $x_3 = 0,2$ $x_4 = 0,9$

$$\begin{aligned} \rho_{\text{Flüssigkeit}} &= \left(x_1 + \frac{1}{10} x_2 + \frac{1}{100} x_3 + \frac{1}{1000} x_4 \right) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ &= \left(0,4 + \frac{1}{10} 0,7 + \frac{1}{100} 0,2 + \frac{1}{1000} 0,9 \right) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ &= (0,4 + 0,07 + 0,002 + 0,0009) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ &= 0,4729 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

Ein nicht benutzter Reiter liefert für seine Dezimale den Wert 0.

Für eine Dichte $\rho_{\text{Flüssigkeit}} > 1$ hängt der schwerste Reiter $m_1 = 10,0 \text{ g}$ in der Aufhängung für den Senkkörper. Wird kein zweiter Reiter mit $m_1 = 10,0 \text{ g}$ benötigt, dann wird die zweite gültige Ziffer (die erste Stelle hinter dem Dezimalkomma) Null.

Korrekturen der gemessenen Dichte sind anzubringen für

- den Auftrieb des Glaskörpers bei der Justierung in Luft
- den Auftrieb der angehängten Gewichtsstücke in Luft bei der Kompensation der Auftriebskraft

Es ist

wahre Masse der verdrängten Flüssigkeit = scheinbare Masse der verdrängten Flüssigkeit + (Volumen Glaskörper – Volumen Wägestücke) x Dichte der Luft.

Umgerechnet auf die Dichte (durch Division des Volumens des Glaskörpers)

$$[4] \quad \rho_{\text{Korr}}(\text{Flüssigkeit}) = \rho_{\text{gem}}(\text{Flüssigkeit}) + \left[1 - \frac{V_{\text{Gewichtsstücke}}}{V_{\text{Glaskörper}}}\right] \rho_{\text{Luft}}$$

- Senkkörper aus Glas:
Volumen $V = 10,0 \text{ cm}^3$ (ohne Toleranzangabe durch den Hersteller)
- Gewichtsstücke:
Material: Messing
Dichte $\rho_{\text{Messing}} = 8,4 \text{ gcm}^{-3}$
- Dichte von trockener Luft im Bereich Zimmertemperatur:

$$\rho_{\text{Luft}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ gcm}^{-3}$$

Näherung für die Wägestücke der Masse $m = 10 \text{ g}$;

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{10 \text{ g}}{8,4 \text{ gcm}^{-3}} = 1,19 \text{ cm}^3$$

$$[5] \quad \left[1 - \frac{V_{\text{Gewichtsstücke}}}{V_{\text{Glaskörper}}}\right] \rho_{\text{Luft}} = \left[1 - \frac{1,19 \text{ gcm}^{-3}}{10 \text{ gcm}^{-3}}\right] \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ gcm}^{-3} = 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ gcm}^{-3}$$

2. Aufgabe

2.1 MOHR-WESTPHALSche Nachfolgewaage – PHYWE

Senkkörper aus Glas: $V = 10,0 \text{ cm}^3$

Wägekörper/Reiter

Gesamtmasse $m = 30,0 \text{ g}$ in Luft im Gleichgewicht mit dem Gegenkörper auf dem linken Waagebalken.

Einhängethermometer $0 \text{ }^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 30 \text{ }^\circ\text{C}$.

2.2 Durchführung der Messung

Die Waage wird mit eingehängtem Senkkörper in Luft so aufgestellt, dass sie im Gleichgewicht ist. Die Justierschraube wird so eingestellt, dass die Spitzen von Waagbalken und Ableseskala sich genau gegenüberstehen. Danach wird der Senkkörper in die zu messende Flüssigkeit eingetaucht. Dabei ist zu beachten

- Der Senkkörper muss vollständig eintauchen.
- Der Senkkörper darf keinen Kontakt mit der Wand haben.
- Der Senkkörper muss frei von Luftblasen sein.
- Die Wägestücke/Reiter müssen frei von Verunreinigungen sein.
- Die Reiter nur mit der Pinzette anfassen.
- Temperaturkonstanz während einer Messung.

Wie bei jeder Wägung beginnt man mit dem größten Wägestück ($m = 10 \text{ g}$). Der Ausschlag beim Einhängen an der Schneide mit dem Tauchkörper zeigt sofort an, ob die Dichte der untersuchten Flüssigkeit größer oder kleiner als $\rho = 1,0 \text{ g cm}^{-3}$ ist. Ist die Dichte kleiner, so hängt man das Wägestück nacheinander auf die Stifte 9, 8, usw. bis die Spitze des Waagebalkens sich gerade unterhalb der Spitze auf der Skalenseite befindet. Dann nimmt man das jeweils nächst kleine Wägestück bzw. den Reiter und verfährt entsprechend. Die Reiter können auch ineinander gehängt werden, es können also zwei verschiedene Wägestücke/Reiter am gleichen Stift hängen.

Ist die Waage im Gleichgewicht, wird die Dichte durch die Positionen der Reiter bestimmt.

Auf Temperaturkonstanz während einer Messung ist zu achten.

2.3 Bestimmung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten

Bestimmung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten

Der Ausdehnungskoeffizient ist definiert als

$$[6] \quad \alpha = \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial T} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial T}$$

Für H_2O hängt die Dichte und damit der Ausdehnungskoeffizient nicht-linear von der Temperatur ab. Für Glycerin hängt die Dichte im betrachteten Temperaturintervall linear von der Temperatur ab, der Ausdehnungskoeffizient ist damit in diesem Intervall konstant.

2.4 Temperatureinstellung

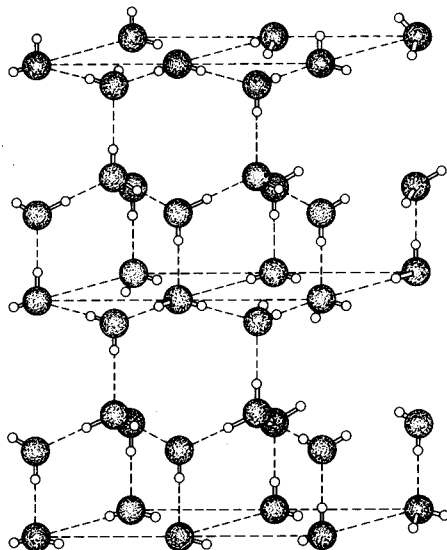
Die zu untersuchende Flüssigkeit befindet sich in einem Standzylinder; sie wird im Wasserbad temperiert. Die Umwälzpumpe des Thermostaten sorgt für einen schnellen Temperaturengleich. Ein Eis-Wasser-Gemisch erlaubt eine Temperatureinstellung von $\vartheta = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Durch Zusatz von Natriumchlorid (Eis-Wasser-Salz-Gemisch) wird die Temperierung im Bereich von $\vartheta = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ möglich.

Die Temperatur im Standzylinder wird mit einem Thermometer gemessen. Der Versuch beginnt mit einem Eis-Wasser-Gemisch. Durch kurzzeitiges Einschalten (ca. 30 s) der Heizung wird die Temperatur des Wasserbades schrittweise erhöht. Ab etwa $\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ kann die gewünschte Temperatur am Thermostaten eingestellt werden. Sie wird durch eine Regelung konstant gehalten.

2.5 Dichte von H₂O – Theorie und Auswertung

Die Wechselwirkungskräfte zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit nehmen mit der Entfernung sehr schnell ab. Es gibt daher nur kleine Bereiche mit kristallähnlicher Struktur (Nahordnung), aber keine Fernordnung. In den untersuchten Flüssigkeiten Wasser und Glyzerin ist die Wasserstoffbrückenbindung die strukturbestimmende Kraft. Im Eis wird jedes O-Atom von vier H-Atomen in tetraedischer Anordnung umgeben (siehe Abb.). Zwei H-Atome sind durch Valenzbindung gebunden und liegen daher etwas näher (10 nm) am O-Atom als die beiden durch Wasserstoffbrückenbindung gebundenen H-Atome (17 nm). Die Anordnung der Wassermoleküle im Eis entspricht nicht der dichtesten Packung. Beim Übergang in den flüssigen Zustand wird ein Teil der Wasserstoffbrückenbindungen aufgebrochen, und die Moleküle rücken dichter zusammen, wodurch die bei Temperaturerhöhung zunächst zunehmende Dichte des Wassers erklärt wird. Auch im flüssigen Zustand existieren Molekülketten und -ringe.

Das Glyzerin gehört zu den glasartigen Stoffen, es besitzt keinen scharfen Schmelzpunkt, sondern erweicht beim Erwärmen allmählich. Die Dichte von Flüssigkeiten nimmt im allgemeinen mit zunehmender Temperatur ab, wenn sich nicht andere Effekte überlagern wie beim Wasser.



● Sauerstoffatom

○ Wasserstoffatom

3. Messprogramm und Auswertung

Die Dichte der Flüssigkeit wird nach der Auftriebsmethode mit der MOHR-WESTPHALSchen Waage gemessen.

1. Messung der Dichte eines Gemisches von Spiritus in Abhängigkeit von der Konzentration in Wasser.

Stellen Sie 7 Lösungen verschiedener Konzentration von Spiritus und Wasser im Konzentrationsbereich zwischen 20 % und 80 % her. Messen Sie die Temperaturen der Lösungen und bringen sie alle Lösungen auf die gleiche Temperatur. Beginnen Sie zunächst mit der Messung der Dichte von reinem Spiritus und reinem Wasser.

Die Ergebnisse sind grafisch darzustellen. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit Literaturwerten. Bewerten und diskutieren Sie die Resultate und mögliche Fehlerquellen.

2. Bestimmung der Konzentration eines unbekanntes Wasser-Alkohol-Gemisches (Eestii Viin)

Bestimmen Sie zunächst die Dichte des Gemisches. Ermitteln Sie die Konzentration anhand Ihrer in 1 gemessenen Eichkurve. Überlegen Sie, wie groß der Fehler ist.

Bewerten Sie das Ergebnis.