Hochschule Esslingen
University of Applied Sciences

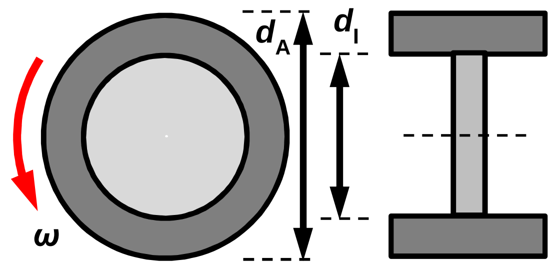
Fakultät Grundlagen

Sommersemester 2018	Blatt 1 (von 6) + Millimeterpap.
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001
Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 120 Minuten

Gesamtpunktzahl: 120

<u>Aufgabe 1:</u> KERS (Kinetic Energy Recovery System) (20 Punkte)

Nachdem in der Formel 1 Systeme zur kurzzeitigen Speicherung kinetischer Energie mit Hilfe eines Schwungrads zugelassen wurden, erprobte Volvo ab 2012 ihre Verwendung im Pkw. Auf Basis publizierter und geschätzter Daten werden hier einige Abschätzungen vorgenommen.



Angaben:

Durchmesser außen	d_A	= 20 cm
Durchmesser innen	d_I	= 14 cm
Masse Außenring	m_R	= 5,4 kg
Masse Trägerscheibe	m_T	= 0,6 kg
Maximale Drehzahl	n_m	= 64000 min^{-1}

Massenträgheitsmoment eines Hohlzylinders der Masse m mit den Außen- und Innenradien r_A und r_I:

$$J = \frac{1}{2}\, m(r_A^2 + r_I^2)$$

a) Welches Massenträgheitsmoment J hat das Schwungrad insgesamt ?

b) Welche Rotationsenergie E_{max} kann das Schwungrad maximal speichern ?

c) Welche Tangentialgeschwindigkeit hat ein Punkt auf der Außenfläche des Schwungrads bei maximaler Drehzahl? Welche Beschleunigung wirkt dabei auf diesen Punkt und welche Richtung hat sie ?

d) Die gespeicherte Energie E_{max} wird innerhalb einer Zeitspanne von 5,5 s abgegeben. Welche mittlere Leistung liefert das System dabei ?

e) Welchen Drehimpuls hat das Schwungrad bei maximaler Drehzahl ? Welches mittlere Bremsdrehmoment und welche Winkelbeschleunigung wirkt während der Energieabgabe in Teilaufgabe d) auf das Schwungrad ?

f) Durch eine sehr kleine Unwucht des Schwungrads regt es eine Schwingung mit der Kreisfrequenz seiner Rotation an. Welche Frequenz hat diese Schwingung bei maximaler Drehzahl ? Wäre sie im Prinzip - bei ausreichender Amplitude - hörbar ?

Lösungsvorschlag KERS ***Autor H Käß***

a) Massenträgheitsmoment ist Summe aus zwei Anteilen:
Zentrale Scheibe $J_T = ½·m_T·(d_I / 2)^2 = ½·0,6\ kg · (7·10^{-2}\ m)^2 = 1,47·10^{-3}\ kg·m^2$
Außenring $J_R = ½·m_R·((d_I/2)^2+(d_A/2)^2) = ½·5,4\ kg·1,49·10^{-2}\ m^2 = 4,023·10^{-2}\ kg·m^2$

Damit $J = J_T + J_R$ = $\mathbf{4,17·10^{-2}\ kg·m^2}$

b) Dies ist die Rotationsenergie bei maximaler Drehzahl $n_m = 64000 / 60\ s = 1066,66\ s^{-1}$

Damit ist $E_{max} = ½·J·\omega_m^2 = ½·J·(2\pi·n_m)^2 = 9,365·10^5\ Nm$ = **936 kJ**

c) Tangentialgeschw. $v_{Bahn} = r_A·\omega_m = (d_A/2)·\omega_m = 0,1·2·\pi·1066,66\ m·s^{-1}$ = **670,2 m/s**

Zentripetalbeschl. $a_Z = r_A·\omega_m^2 = 2·\pi·1066,66·s^{-1}·670,2\ m·s^{-1}$ = $\mathbf{4,492·10^6\ m/s^2}$

Im ***ruhenden*** Koordinatensystem wirkt die Zentripetalbeschleunigung **radial** Richtung ***Mittelpunkt*** der Kreisbahn, also der Scheibe (im ***mitrotierenden*** Koordinatensystem spricht man von der radial ***nach außen*** gerichteten Zentripetalbeschleunigung).

d) Mittlere Leistung $P_m = \Delta E / \Delta t = 9,365·10^5\ Nm / 5,5\ s = 1,7023·10^5\ W$ = **170,2 kW**

e) Drehimpuls $L = J·\omega_m = 4,17·10^{-2}\ kg·m^2·2·\pi·1066,66\ s^{-1}$ = $\mathbf{2,795·10^2\ Nms}$

Bremsdrehmoment $M = \Delta L / \Delta t = 2,7948·10^2\ Nms / 5,5\ s$ = **50,814 Nm**

Aus $M = J·\alpha$ folgt $\alpha = M / J = 50,8138\ Nm / 4,17·10^{-2}\ kg·m^2$ = $\mathbf{1,2186·10^3\ s^{-2}}$

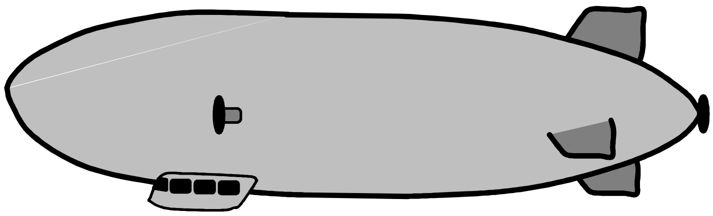
alternativ: $\alpha = \Delta\omega / \Delta t = 2·\pi·1066,66\ s^{-1} / 5,5\ s = 1218,55\ s^{-2}$

f) Die Kreisfrequenz der Rotation ist $2\pi·n_m$ und die Schwingungsfrequenz selbst n_m.

Bei maximaler Drehzahl beträgt die Frequenz $\mathbf{n_m = 1066,66\ Hz}$

Sie ist **gut hörbar** (liegt im Bereich der höchsten Empfindlichkeit des Gehörs !).

<u>Aufgabe 2:</u> Luftschiff **(20 Punkte)**



1993 begann in Friedrichshafen die Entwicklung des Luftschiffs *Zeppelin NT*, von dem inzwischen fünf Serienexemplare hergestellt wurden. Nachfolgend werden auf Basis der publizierten technischen Daten einige Abschätzungen seiner Eigenschaften vorgenommen.

a) Die Hülle des Luftschiffs kann maximal 8425 m^3 Traggas fassen. Welche Gesamtmasse dürfte das Luftschiff demnach höchstens aufweisen, damit es bei abgeschalteten Propellern in Ruhe schwebt ?

b) Welche Masse hat das in der Hülle des Luftschiffs enthaltene (und zu seiner in Teilaufgabe a) berechneten Gesamtmasse zählende) Helium ?

Um zur Änderung der Flughöhe kein Traggas ablassen zu müssen, wird jedoch – anders als bei früheren Luftschiffen - ein Teil des nötigen Auftriebs durch die Propeller erzeugt.

c) Welche Auftriebskraft liefern die Propeller, wenn das voll beladene Luftschiff schwebt ?

Zur Vereinfachung werde nun angenommen, der Querschnitt des Luftschiffs sei kreisrund.

d) Welche Luftwiderstandskraft ergibt sich bei Bewegung mit der Höchstgeschwindigkeit und welche mechanische Antriebsleistung ist erforderlich, um sie zu halten ?

Der Startplatz des Luftschiffs in Friedrichshafen liegt 400 m über dem Meeresspiegel.

e) Das Luftschiff startet bei einem Luftdruck von 0,970 bar und steigt bis zur Dienstgipfelhöhe auf. Welcher Luftdruck herrscht in dieser Höhe (die Temperatur sei konstant) ?

<u>Abmessungen:</u>

Gesamtmasse voll beladen	m_{ges}	= 10690 kg
Durchmesser	d	= 14,16 m
Hüllenvolumen	V	= 8425 m^3
c_w-Wert	c_w	= 0,08
Dichte Helium	ρ_{He}	= 0,178 g/dm^3
Dichte Luft	ρ_{Lu}	= 1,200 g/dm^3

<u>Geschwindigkeiten und Steighöhe:</u>

Höchstgeschwindigkeit	125 km/h
Reisegeschwindigkeit	115 km/h
Dienstgipfelhöhe	2600 m

Lösungsvorschlag ***Luftschiff*** ***Autor H Käß***

a) Statischer Auftrieb = Gewichtskraft des verdrängten Fluids (also Luft)

$F_G \quad = m_{Luft} \cdot g \quad = \rho_{Luft} \cdot V \cdot g$

Maximale Masse des schwebenden Luftschiffs = Masse der verdrängten Luft

$m_{Luft} \quad = \rho_{Luft} \cdot V \quad = 1{,}2\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}\ 8425\ \mathrm{m^3} = 10110\ \mathrm{kg} = \mathbf{10{,}11\ t}$

b) Masse des im Luftschiff enthaltenen Heliumgases

$m_{He} \quad = \rho_{He} \cdot V \quad = 0{,}178\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}\ 8425\ \mathrm{m^3} = 1499{,}65\ \mathrm{kg} = \mathbf{1{,}5\ t}$

c) Die Gesamtmasse des voll beladenen Luftschiffs beträgt (Angaben) m_{ges} = 10690 kg

Bei Schweben ohne Motor darf es jedoch maximal die in a) berechnete Masse haben.

Also liefern die Propeller Auftriebskraft für die Masse $\Delta m = m_{ges} - m_{Luft} = 580\ \mathrm{kg}$

Die Auftriebskraft der Propeller beträgt demnach $F_{Prop} = \Delta m \cdot g = \mathbf{5690\ N}$

d) Luftwiderstandskraft $F_W \quad = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A \cdot c_w$ mit v = 125 km / h = 34,722 m/s

und Querschnitt $A \quad = \pi \cdot (d/\ 2)^2 \quad = \pi \cdot 50{,}126\ \mathrm{m^2} = 157{,}48\ \mathrm{m^2}$

folgt dafür $F_W \quad = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot (34{,}72)^2 \cdot 157{,}48 \cdot 0{,}08 = \mathbf{9113{,}24\ N}$

Mechanische Leistung $P \quad = F_W \cdot v = 9113{,}2\ \mathrm{N}\ 34{,}7\ \mathrm{m\ s^{-1}} = 3{,}164 \cdot 10^5\ \mathrm{W} = \mathbf{316{,}4\ kW}$

e) Konstante Temperatur, barometrische Höhenformel $p(h) \quad = p_0 \cdot \exp(-h/H_0)$

Skalenhöhe H_0 (Bezugsdruck p_0) $H_0 \quad = p_0\ /\ (\rho_0 \cdot g)$

$= 0{,}97 \cdot 10^5\ \mathrm{N\ m^3\ s^2}\ /\ (\mathrm{m^2}\ 1{,}2\ \mathrm{kg}\ 9{,}81\ \mathrm{m})$

$= 8239{,}9\ \mathrm{m}$

Somit in 2600 m Höhe $p(2600\mathrm{m}) \quad = p_0 \cdot \exp(-(2600 - 400)\ \mathrm{m}\ /\ 8239{,}9\ \mathrm{m})$

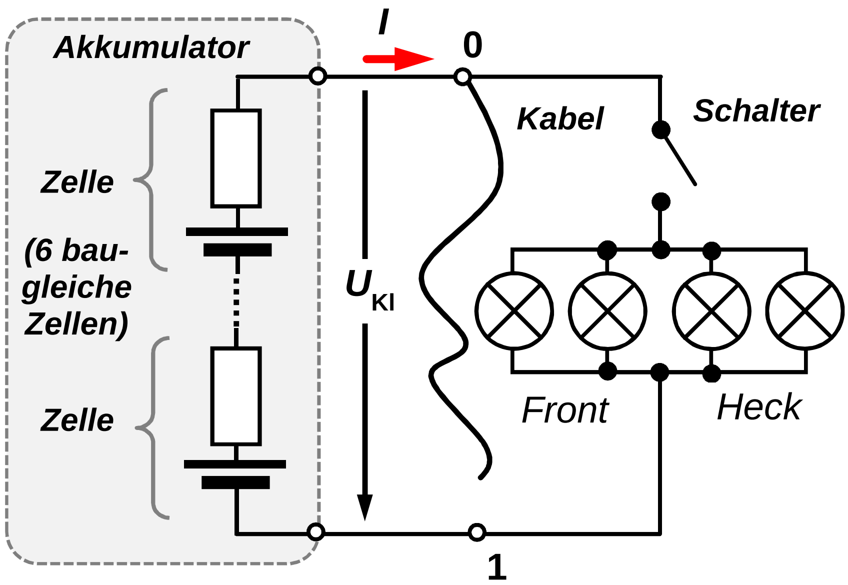
$= p_0 \cdot 0{,}76568 \quad = \mathbf{0{,}7427\ bar}$

<u>Aufgabe 3:</u> Autobatterie (Akkumulator) **(18 Punkte)**

Eine Autobatterie enthält sechs baugleiche Zellen in Serienschaltung. Die Klemmenspannung U_{Kl} zwischen ihren Polen hängt von der Belastung ab.

Der Wert der Klemmenspannung ohne Belastung heißt Leerlaufspannung U_0.

Allen Abschätzungen zum Speichervermögen wird die etwas kleinere Nennspannung U_N zugrunde gelegt.



Die Skizze zeigt schematisch das elektrische Schaltbild eines Autos mit dieser Batterie und dem Stromkreis für die Abblendbeleuchtung. Die zugehörigen Lampen an Front und Heck werden mit dem Schalter in Betrieb genommen.

<u>Angaben</u>

Kapazität Akkumulator	C	=	72 Ah
Leerlaufspannung	U_0	=	12,8 V
Nennspannung	U_N	=	12,0 V

a) Welche Energiemenge enthält der voll aufgeladene Akkumulator *(Angabe in J)* ?

b) Bei Abblendlicht sind in den beiden Frontscheinwerfern Lampen einer Leistung von jeweils 55 W in Betrieb, in den beiden Heckleuchten solche von je 5 W. Diese Werte gelten für 12 V Betriebsspannung. Welche Widerstände haben diese Lampen ?

Bei Einschalten des Abblendlichts sinkt die Klemmenspannung von U_0 (12,8 V) auf 12,7 V.

c) Welcher Strom I fließt bei eingeschaltetem Abblendlicht ?

d) Welchen Innenwiderstand hat die Autobatterie insgesamt und welche jeweiligen Innenwiderstände haben die einzelnen Zellen ?

Der Fahrer möchte Starthilfe geben. Beim Hantieren mit dem Starthilfekabel schließt er versehentlich die Batterie kurz, so dass nun die Punkte 0 und 1 leitend verbunden sind.

e) Angenommen, alle Verbindungen und Kontaktstellen wären ideal leitend - welcher Strom würde dabei kurzzeitig durch das Kabel fließen (bis es dann durchgebrannt ist) ?

f) Welche Heizleistung würde während des Kurzschlusses in der Batterie freigesetzt ?

Lösungsvorschlag ***Autobatterie*** ***Autor H Käß***

a) Energieinhalt $E = U_N \cdot I \cdot t = U_N \cdot C = 12\text{ V} \cdot 72\text{ Ah} = 864\text{ Wh}$

$= 864\text{ W} \cdot 3600\text{ s} = 3{,}11 \cdot 10^6\text{ J} = \mathbf{3{,}11\ MJ}$

b) Zusammenhänge $P = U \cdot I$ und $R = U / I$ also $I = U / R$

daraus folgt $P = U^2 / R$ und somit $R = U^2 / P$

Frontscheinwerfer $R_F = U_N^2 / P_F = 12^2\text{ V} / 55\text{ V·A} = \mathbf{2{,}6182\ \Omega}$

Heckleuchte $R_H = U_N^2 / P_H = 12^2\text{ V} / 5\text{ V·A} = \mathbf{28{,}80\ \Omega}$

c) Gesamtleistungsaufnahme der Lampen an 12 V $P_{ges} = 2 \cdot P_F + 2 \cdot P_H = 120\text{ W}$

Gesamtwiderstand der Lampen $R_{ges} = U^2 / P_{ges} = 12^2\text{ V} / 120\text{ V·A} = 1{,}2\ \Omega$

Strom durch R_{ges} bei $U_{Kl} = 12{,}7$ V $I = U_{Kl} / R_{ges} = 12{,}7\text{ V} / 1{,}2\ \Omega = \mathbf{10{,}58\ A}$

d) Für den Akkumulator als Ganzes gilt $U_{Kl} = U_0 - I \cdot R_i$

also $R_i = (U_0 - U_{Kl}) / I = (12{,}8 – 12{,}7)\text{ V} / 10{,}58\text{ A} = \mathbf{9{,}449 \cdot 10^{-3}\ \Omega}$

Die sechs gleichen Zellen sind in Serie geschaltet. Jede einzelne Zelle hat daher den Innenwiderstand $R_{iZ} = R_i / 6 = \mathbf{1{,}575 \cdot 10^{-3}\ \Omega}$

e) Kurzschluss bedeutet, die gesamte Leerlaufspannung U_0 fällt am Innenwiderstand R_i des Akkumulators ab. Dies liefert:

Kurzschlussstrom $I_K = U_0 / R_i = 12{,}8\text{ V} / 9{,}45 \cdot 10^{-3}\ \Omega = \mathbf{1354{,}67\ A}$

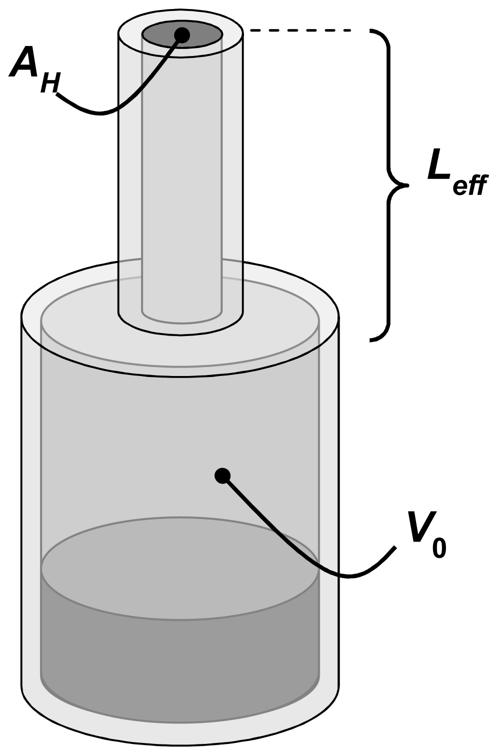
f) Freigesetzte Heizleistung $P_{Heiz} = U_0 \cdot I_K = 12{,}8\text{ V} \cdot 1354{,}67\text{ A} = 1{,}734 \cdot 10^4\text{ W}$

$= \mathbf{17{,}34\ kW}$

Sommersemester 2018		Blatt 4 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 1012001

Aufgabe 4: Flaschentöne **(32 Punkte)**

In einem Experiment wurde die Frequenz des Tons gemessen, der bei Anblasen einer teilweise mit Wasser gefüllten Flasche entsteht. Sie hängt vom aktuell vorhandenen freien Luftvolumen V_0 im Korpus der Flasche und damit vom Füllstand ab. Nach HELMHOLTZ gilt für diese Tonfrequenz f als Funktion von V_0 :



$$f(V_0) = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A_H}{V_0 \cdot L_{eff}}}$$

Angaben zum Experiment:

c	*Schallgeschwindigkeit*	340 m/s
d_H	*Halsdurchmesser*	18,5 mm
A_H	*Halsquerschnittsfläche*	kreisrund
L_{eff}	*effektive Halslänge*	

Die im Experiment gemessenen Frequenzwerte sind nachstehend aufgeführt:

V_0 / cm^3	50	100	150	200	300	450	750
f / Hz	380	285	234	208	170	140	108

a) Erstellen Sie ein Diagramm zur Überprüfung der von HELMHOLTZ aufgestellten Formel. Tragen Sie dazu die Frequenz so gegen die Volumenwerte auf, dass sich bei deren Gültigkeit eine Gerade ergibt. (*Millimeterpapier auf der letzten Seite der Klausur !)*

b) Legen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Messwerte und ermitteln Sie ihre Steigung.

c) Berechnen Sie aus dem in b) ermittelten Steigungswert der Geraden die effektive Halslänge L_{eff} der verwendeten Flasche.

d) Schätzen Sie grafisch mit Hilfe von in das Diagramm eingezeichneten Fehlergeraden die Messunsicherheit ΔL_{eff} für die effektive Halslänge ab.

e) Geben Sie das Endresultat für L_{eff} sowohl mit der absoluten als auch mit der relativen Messunsicherheit an. Runden Sie die Unsicherheit jeweils auf eine signifikante Stelle.

Lösungsvorschlag ***Flaschentöne*** ***Autor H Käß***

a) **Die Frequenz** ist **gegen** den **Kehrwert der Wurzel des Volumens** aufzutragen:

Offenbar gilt $f(V_0) = a \frac{1}{\sqrt{V_0}}$ mit der Steigung: $a = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A_H}{L_{eff}}}$

Wertetabelle:

$(V_0)^{-1/2}$ / $m^{-3/2}$	141,42	100	81,65	70,71	57,73	47,14	36,51
f / Hz	380	285	234	208	170	140	108

b) Steigung der optimalen Ausgleichsgerade **a_{opt} = 2,571 $m^{3/2}$ s^{-1}**

c) Dies ergibt $L_{eff,opt} = c^2 A_H / (4 \cdot \pi^2 \cdot a_{opt}^2) = c^2 d_H^2 / (16 \cdot \pi \cdot a_{opt}^2)$ = **0,1191 m**

c) Steigung der Fehlergerade minimaler Steigung a_{min} = 2,482 $m^{3/2}$ s^{-1}

Dies ergibt $L_{eff,max} = c^2 d_H^2 / (16 \cdot \pi \cdot a_{min}^2)$ = 0,1278 m = 12,78 cm

Steigung der Fehlergerade maximaler Steigung a_{max} = 2,725 $m^{3/2}$ s^{-1}

Dies ergibt $L_{eff,min} = c^2 d_H^2 / (16 \cdot \pi \cdot a_{max}^2)$ = 0,1060 m = 10,60 cm

Daraus folgt die Messunsicherheit zu $\Delta L_{eff} = (L_{eff,max} - L_{eff,min})/2$ = **1,09 cm**

d) Die relative Messunsicherheit beträgt $\Delta L_{eff} / L_{eff} = 9{,}1527 \cdot 10^{-2}$ = 9,15 %

Damit ergibt sich nach Rundung als Endresultat für die effektive Halslänge:

absolute Angabe der Messunsicherheit L_{eff} = **(12 ± 1) cm**

relative Angabe der Messunsicherheit L_{eff} = **12 (1 ± 9 %) cm**

4

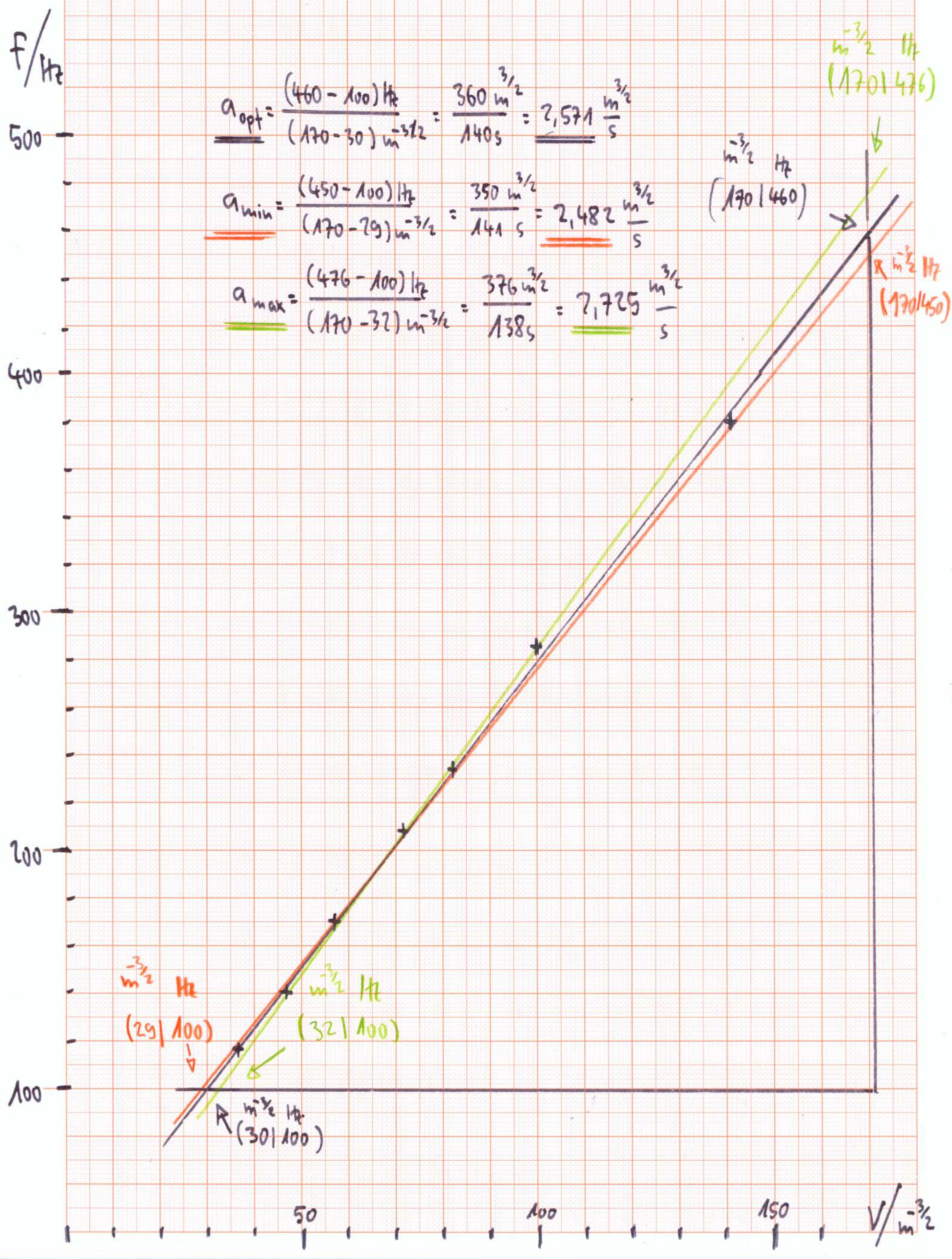
Flaschentöne

Frequenz in Abhängigkeit vom Kehrwert der Wurzel des Volumens

$$a_{opt} = \frac{(460-100)\,Hz}{(170-30)\,m^{-3/2}} = \frac{360\,m^{3/2}}{140\,s} = 2{,}571\,\frac{m^{3/2}}{s}$$

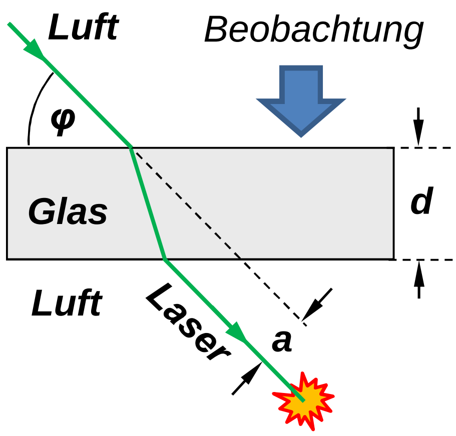
$$a_{min} = \frac{(450-100)\,Hz}{(170-29)\,m^{-3/2}} = \frac{350\,m^{3/2}}{141\,s} = 2{,}482\,\frac{m^{3/2}}{s}$$

$$a_{max} = \frac{(476-100)\,Hz}{(170-32)\,m^{-3/2}} = \frac{376\,m^{3/2}}{138\,s} = 2{,}725\,\frac{m^{3/2}}{s}$$



<u>Aufgabe 5:</u> Photoreaktion **(15 Punkte)**

In einem Gefäß soll mit Laserlicht hoher Intensität eine photoinduzierte Reaktion gestartet werden. Die Einstrahlung erfolgt – wie auch die Kontrolle der Reaktion – durch ein dickwandiges Quarzglasfenster in der Gefäßwand. Um eine Beobachtung ohne störende Reflexe zu ermöglichen, muss der Laserstrahl dabei schräg unter dem Winkel φ eingestrahlt werden. Dies führt allerdings zu einem seitlichen Versatz a des Strahls relativ zur ursprünglichen Einstrahlrichtung. Die Situation ist nebenstehend schematisch wiedergegeben.



a) Was ist der Grund für den seitlichen Versatz des Laserstrahls *(bitte kurz erklären)* ?

b) Ein Techniker behauptet, wegen der Totalreflexion müsse der Einstrahlwinkel φ unterhalb eines Grenzwerts von 43,6° bleiben. Stimmt das *(Antwort bitte begründen)* ?

c) Berechnen Sie den Versatz des Laserstrahls für die nachstehenden Werte.

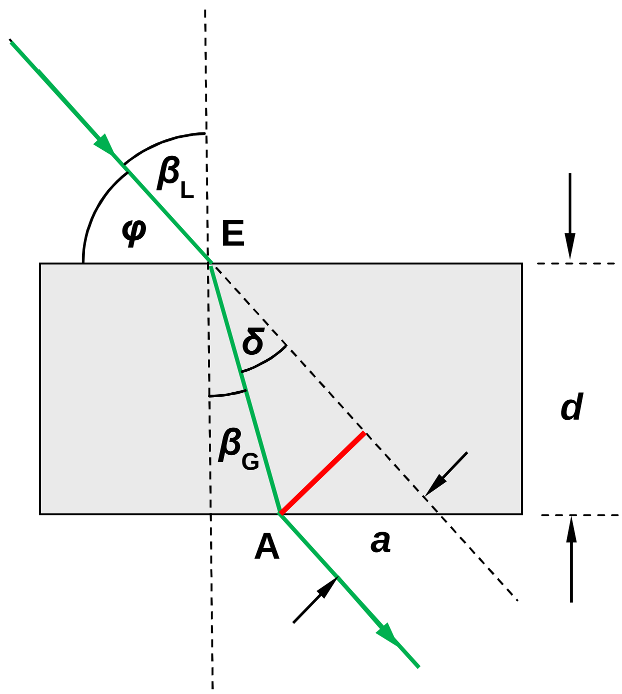
<u>Angaben</u>

Dicke Glasfenster	d = 8 mm	*Brechzahl von Quarzglas*	n_G = 1,45
Einstrahlwinkel	φ = 30°	*Brechzahl von Luft*	n_L = 1,00

a) Der Strahl tritt **schräg** ($\varphi \neq 90°$) durch die Glasplatte und durchquert dabei **zwei Grenzflächen**, zuerst „Luft – Glas“ und danach „Glas – Luft“. Dabei tritt jeweils **Brechung an der Grenzfläche** auf. Im Glas ist darum der Winkel zwischen Strahl und Eintrittslot kleiner als in der Luft. Da sich **auf beiden Seiten der Glasplatte Luft** befindet, verläuft der Strahl am Ende wieder unter dem gleichen Winkel φ zur Glasplatte wie zu Beginn, allerdings versetzt *(Voraussetzung ist außerdem, dass die Glasplatte planparallele Begrenzungsflächen hat)*.

b) **Nein, die Aussage ist falsch**. Der Lichtstrahl wird beim Übergang von Luft mit der Brechzahl $n_L = 1$ in das optisch dichtere Glas mit $n_G = 1{,}45$ **zum Einfallslot hin gebrochen**, es ist immer $\beta_L > \beta_G$. **Totalreflexion** gibt es **nur im umgekehrten Fall** des Übergangs vom Medium **höherer Brechzahl in das mit niedrigerer Brechzahl**.

c) *Bezeichnungen entsprechend Skizze …*



Es ist $\beta_L = 90° - \varphi = 60°$

Es ist $\delta = \beta_L - \beta_G$

Aus $n_L \cdot \sin(\beta_L) = n_G \cdot \sin(\beta_G)$

folgt $\sin(\beta_G) = (n_L / n_G) \sin(\beta_L)$

somit $\beta_G = \arcsin(0{,}866/1{,}45) = 36{,}67°$

und $\delta = 60° - 36{,}67° = 23{,}33°$

Aus $\cos(\beta_G) = d / \overline{AE}$

folgt $\overline{AE} = d / \cos(\beta_G) = 8\text{ mm} / 0{,}80205 = 9{,}974\text{ mm}$

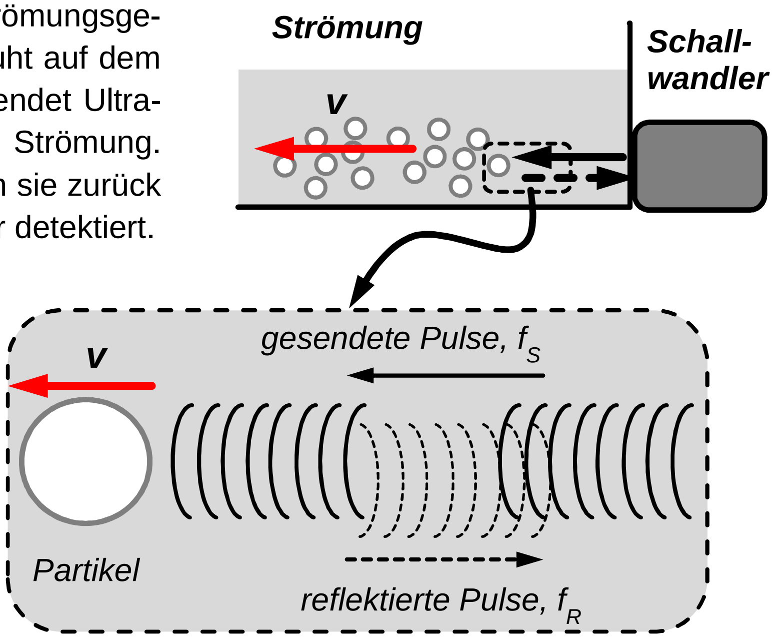
Aus $\sin(\delta) = a / \overline{AE}$

folgt $a = \overline{AE} \cdot \sin(\delta) = 9{,}974\text{ mm} \cdot 0{,}396$ $= \mathbf{3{,}950\ mm}$

Sommersemester 2018	Blatt 6 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001

<u>Aufgabe 6:</u> Strömungsmessung **(15 Punkte)**

Eine Methode zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit von Flüssigkeiten beruht auf dem Doppler-Effekt: Ein Schallwandler sendet Ultraschall-Pulse der Frequenz f_S in die Strömung. Treffen sie darin auf Partikel, werden sie zurück reflektiert und mit dem Schallwandler detektiert.



Der Wandler misst für die Frequenz des von den Partikeln zurück reflektierten Schalls den Wert f_R. Dieser hängt direkt von der Geschwindigkeit v der Partikel ab. In der skizzierten Geometrie gilt:

$$\frac{f_S - f_R}{f_S} = \frac{\Delta f}{f_S} = 2 \cdot \frac{v}{c}$$

Dabei ist c die Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit.

<u>Angaben für einen Messaufbau</u>

Schallgeschwindigkeit	c	= 1500 m/s
Sendefrequenz Ultraschall	f_S	= 625 kHz
Messbereich	0,05 m/s … 9 m/s	

a) Zwischen welchen Grenzwerten bewegt sich die Frequenzverschiebung Δf für den angegebenen Messbereich des Aufbaus ?

b) Mit welcher Genauigkeit muss die Frequenzmessung erfolgen, um eine Änderung der Strömungsgeschwindigkeit von 0,01 m/s noch nachweisen zu können ?

c) Welche Auswirkung auf die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessung würde eine Erhöhung der Sendefrequenz f_S haben *(Antwort bitte begründen)* ?

d) Leiten Sie den oben angegebenen Ausdruck für Δf / f_S her. Unter welcher Voraussetzung gilt die dabei verwendete Näherung ?

Lösungsvorschlag ***Strömungsmessung*** ***Autor H Käß***

a) Frequenzverschiebung $\Delta f = f_S \cdot 2 \cdot (v / c)$

Also maximale Verschiebung $\Delta f_{max} = 625\text{ kHz} \cdot 2 \cdot (9 / 1500) =$ **7500 Hz**

und minimale Verschiebung $\Delta f_{min} = 625\text{ kHz} \cdot 2 \cdot (0{,}05 / 1500) =$ **41,66 Hz**

b) Geschwindigkeitsänderung $\Delta v = 0{,}01\text{ m/s}$

=> Frequenzverschiebung $\Delta f = f_S \cdot 2 \cdot (\Delta v / c) = 625\text{ kHz} \cdot 2 \cdot (0{,}01 / 1500) =$ **8,33 Hz**

Also muss die **Messung mit einer Auflösung von 8 Hz** erfolgen

c) Bei gleichbleibender Strömungsgeschwindigkeit folgt aus der Erhöhung der Sendefrequenz $\boldsymbol{f_S}$ eine Erhöhung der Frequenzverschiebung $\boldsymbol{\Delta f}$, die Größen **sind zueinander proportional**. Das bedeutet, bei gleichbleibender Auflösung der Frequenzmessung **wird die Messgenauigkeit höher**.

d) Frequenz f_P der auf das Partikel treffenden und von ihm reflektierten Schallwelle:
(bewegter Beobachter, ruhende Quelle): $f_P = f_S\,(1 - v / c)$

Frequenz f_R der vom Partikel reflektierten und am Wandler eintreffenden Schallwelle:
(ruhender Beobachter, bewegte Quelle): $f_R = f_P / (1 + v / c)$

Kombination liefert: $f_R = f_S\,(1 - v / c) / (1 + v / c) = f_S\,(c - v) / (c + v)$

Die Verschiebung ist $\Delta f = f_S - f_R$

$$= f_S\,(1 - (c - v) / (c + v))$$
$$= f_S\,((c + v) / (c + v) - (c - v) / (c + v))$$
$$= f_S\,(2 \cdot v / (c + v))$$

Damit wird die relative Änderung $\Delta f / f_S = 2 \cdot v / (c + v)$

Für Strömungsgeschwindigkeiten v sehr viel kleiner als die Schallgeschwindigkeit c kann der Nenner vereinfacht werden: Für $\boldsymbol{c \gg v}$ gilt $c + v \approx c$

Somit wird $\boldsymbol{\Delta f / f_S \approx 2 \cdot v / c}$