

Wintersemester 2016/17	Seite: 1 von 18
Studiengang:	Prüfungsfach: (Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht)
Prüfungsnummer: (Fachnummer)	Teil von:
Semester:	Semestergruppe:
Name Dozent(in): Dr. W. Engelhart;	Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar), 1 Blatt DinA4 (beidseitig beschrieben)

Dauer: 90 Minuten.

Bitte die Lösungen ausschließlich auf den beiliegenden Lösungsblättern notieren. Zusatzblätter sind von der Aufsicht abzeichnen zu lassen!

1 Kinematik (20 Punkte)

Ein Schwimmer möchte einen Fluss (Breite $b = 15 \text{ m}$) überqueren. In ruhigem Gewässer hat er eine Geschwindigkeit von $v = 2 \text{ km/h}$. Zunächst geht er von einer über die Breite des Flusses konstanten Strömungsgeschwindigkeit w des Wassers aus. Um die Strömungsgeschwindigkeit zu bestimmen, beobachtet er ein kleines Stückchen Holz, das im Wasser treibt. Das Holz hat in einer Minute einen Weg von 30 m zurückgelegt. Schwimmt er senkrecht zum Ufer, so erreicht er nicht die direkt gegenüberliegende Uferseite im Punkt B, sondern treibt entlang der Strömungsrichtung des Wassers ab und erreicht das Ufer im Punkt B'.

1. Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit w des Wassers. Unter welchem Winkel θ muss der Schwimmer gegen die Strömung schwimmen, um das direkt gegenüberliegende Ufer im Punkt B zu erreichen.

$$w = 30 \text{ m}/60\text{s} = 0.5 \text{ m/s}$$

$$v = 2 \text{ km/h} = 0.55 \text{ m/s}$$

$$\sin \theta = w/v \Rightarrow \theta = 65^\circ$$

2. Wie lange benötigt er jeweils, um das Ufer im Punkt B und B' zu erreichen? Wie groß ist der Abstand zwischen B und B'?

$$t_B = b/(v \cos(\theta)) = 36 \text{ s}$$

$$t_{B'} = b/v = 27.3 \text{ s}$$

$$\Delta t = 8.7 \text{ s}$$

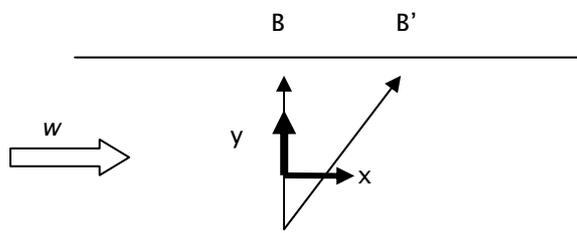
$$s = wt = 4.4 \text{ m}$$

Im Folgenden ist die Strömungsgeschwindigkeit w quer zur Flussrichtung nicht mehr konstant, sondern wird durch die Funktion $w(y) = a y^2 + b'$ beschrieben. Am Ufer ist die Fließgeschwindigkeit jeweils Null $w(-7.5 \text{ m}) = w(7.5 \text{ m}) = 0$ und in der Mitte des Flusses ist die Strömung maximal $w(0) = 0.8 \text{ m/s}$.

3. Begründen Sie die Annahme, dass am Ufer die Fließgeschwindigkeit jeweils Null ist.
4. Bestimmen Sie die Parameter a und b' .

$$a = -0,014 \text{ 1/ms}$$

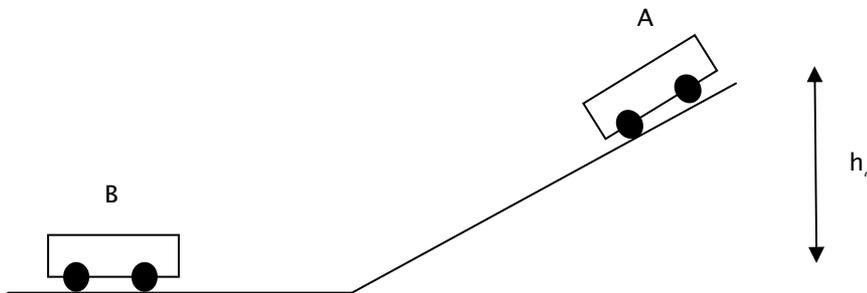
$$b' = 0.8 \text{ m/s}$$



2 Energieerhaltung und Impulserhaltung (20 Punkte)

Ein Fahrzeug A mit einer Masse von $m_a = 2 \text{ t}$ rollt aus der Ruhelage von einem $h_0 = 10 \text{ m}$ hohen Hang auf ein ruhendes ungebremstes Fahrzeug B, das auf einer horizontalen Fahrbahn steht. Nach dem Zusammenstoß hat das Fahrzeug B mit der Masse $m_b = 500 \text{ kg}$ eine Geschwindigkeit von $v_b' = 5 \text{ m/s}$. Reibung zwischen den Fahrzeugen und der Bahn kann vernachlässigt werden.

- Bestimmen Sie einen Ausdruck für die Geschwindigkeit v_a von Fahrzeug A als Funktion der Höhe h , gemessen von dem Niveau der horizontalen Fahrbahn.
 $mg(h_0 - h) = 1/2 m v_a^2 \Rightarrow v_a = \sqrt{2g(h_0 - h)}$
- Sehen Sie sich das Ergebnis der vorherigen Aufgabe bezüglich der Masse an. Welches physikalische Grundprinzip erklärt, dass die Geschwindigkeit v_a von der Masse unabhängig ist.
Äquivalenzprinzip: schwere Masse = träge Masse (Höhere Masse \Rightarrow Höhere Beschleunigungskräfte \Rightarrow höhere Trägheit)
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Fahrzeugs A direkt vor dem Stoß.
 $v_a = \sqrt{2gh_0} = 14 \text{ m/s}$
- Wie schnell und in welche Richtung bewegt sich das Fahrzeug A nach dem Stoß:
 $m_a v_a = m_a v_x + m_b v_b' \Rightarrow v_x = +12.7 \text{ m/s}$
Beim Stoß ändert sich die Bewegungsrichtung von Fahrzeug A nicht.



3 Schwingung (20 Punkte)

In einem U-Rohr mit der Querschnittsfläche $A = 1 \text{ cm}^2$ befindet sich eine Flüssigkeit mit der Dichte $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, die durch einen einmaligen Druckstoß in Schwingung versetzt wird. Das Volumen der Flüssigkeitssäule kann durch $V = Al$ berechnet werden, wobei $l = 10 \text{ cm}$ ist.

Ohne Dämpfung:

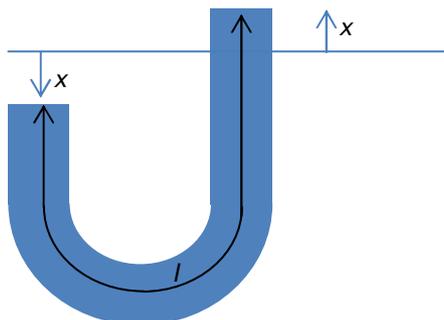
1. Zeigen Sie, dass es sich um eine harmonische Schwingung handelt.
 $F_r = -mg = -\rho Vg = -\rho g A 2x \sim x \Rightarrow$ Rückstellkraft proportional zur Auslenkung
2. Bestimmen Sie die Differentialgleichung zur Beschreibung der Schwingung
 $m \cdot a = F_r$
 $\rho A l \ddot{x} + \rho g A 2x = 0$
 $\ddot{x} + (g/2l)x = 0$
3. Berechnen Sie Dauer für einen Schwingungsvorgang.
Aus DGL bzw. durch Vergleich der Rückstellkraft mit einem Feder-Masse System

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{l}} = 14 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.45 \text{ s}$$

Mit schwacher Dämpfung:

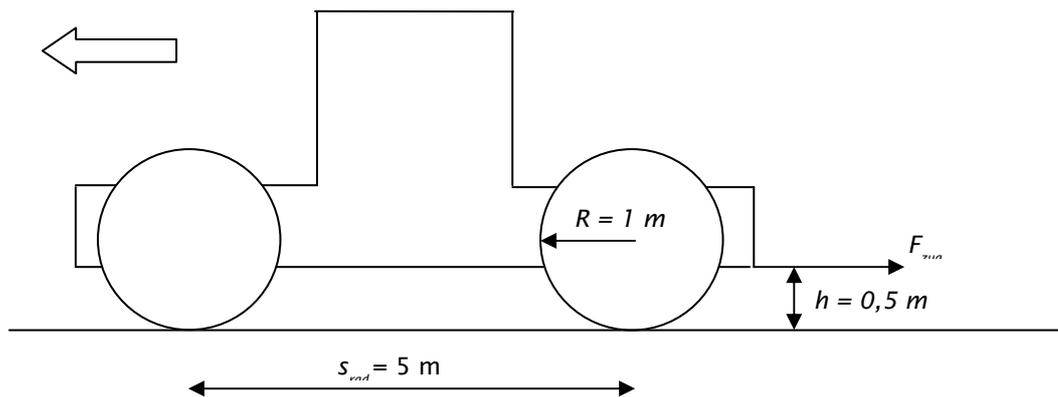
4. Nach fünf Schwingungen ist die Amplitude auf ein Drittel abgefallen. Berechnen Sie den Dämpfungsgrad D
 $1/3 C = C \exp(-\gamma 5T)$
 $\gamma = \ln(3) / 5T = 0.45 \text{ 1/s}$
 $D = \gamma / \omega = 0.04$



4 Drehmomente (20 Punkte)

Eine Zugmaschine mit Hinterradantrieb fährt mit einer Geschwindigkeit von 36 km/h auf einer horizontalen Straße. Sowohl Vorder- als auch Hinterreifen haben einen Durchmesser von $d = 2 \text{ m}$. Der Radstand s_{rad} beträgt 5 m . Ohne angehängte Last drückt jedes Rad mit einer Kraft von 50 kN auf den Boden. (Rechnen Sie mit $g = 10 \text{ m/s}^2$)

1. Mit welcher Winkelgeschwindigkeit ω drehen sich die Räder?
Wie groß ist das Gesamtmasse M der Zugmaschine?
 $\omega = v/r = 36 \text{ km/h} / 1 \text{ m} = 10 \text{ 1/s}$
 $M = 20 \text{ t}$
2. Auf einer Höhe $h = 50 \text{ cm}$ ist die Zugvorrichtung angebracht, die maximal zulässige Anhängelast ist $F_{\text{zug}} = 50 \text{ kN}$. Wie groß ist die Kraft, mit der das Vorderrad bei maximaler Zuglast den Boden belastet?
 $M = F r = 50 \text{ kN} \cdot 0.5 \text{ m} = 25 \text{ kNm}$ (Beitrag durch angehängte Last)
 $F = M / r = 25 \text{ kNm} / 5 \text{ m} = 4 \text{ kN}$ (Beitrag durch angehängte Last)
 $F_{\text{ges}} = 4 \text{ kN} + 50 \text{ kN} = 54 \text{ kN}$
3. Was ändert sich, wenn die Höhe h der Zugvorrichtung variiert wird? Welchen Einfluss hat der Reifendurchmesser auf das Drehmoment an der Hinterachse (bei konstanter Reibung μ)?
Je weiter die Last unterhalb der Achse angehängt wird, desto höher wird die Last auf die Vorderachse. Wird die Last oberhalb der Hinterachse angehängt, so wird die vordere Achse entlastet.
Bei konstanter Reibungskraft F ist durch größere Räder ein höheres Drehmoment $M = F r$ an der Hinterachse notwendig.
4. Wie groß ist die Bewegungsenergie des leeren Fahrzeugs, wenn ein einzelnes Rad eine Masse von 300 kg und ein Massenträgheitsmoment $J = 200 \text{ kgm}^2$ hat?
 $E = \frac{1}{2}(m + 4m_{\text{rad}})v^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} J \omega^2$
 $= 1060 \text{ kJ} + 40 \text{ kJ} = 110 \text{ kJ}$



4 Textaufgaben (10 Punkte)

1. Beschreiben Sie jedes der 3 Newton'schen Axiome mit jeweils einem Satz
1tes Axiom:
Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Bewegungszustands gezwungen wird

2tes Axiom:
Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional $F=ma$.

3tes Axiom:
Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio)
2. Wovon hängt die Gravitationskraft ab? Wie hängt die Anziehung zwischen zwei Massen vom Abstand ab?
Die Gravitationskraft hängt von den Massen und vom Abstand ab.
Die Massenanziehung ist proportional zu r^{-2}