

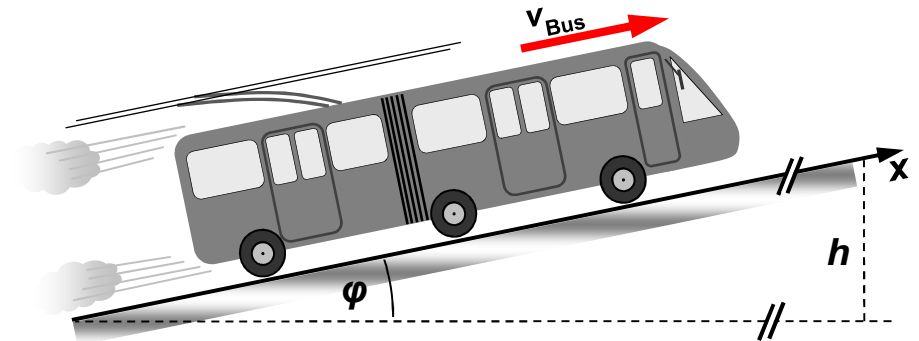
Wintersemester 2016/17	Blatt 1 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012
Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 120 Minuten

**Gesamtpunktzahl: 120**

**Aufgabe 1: Oberleitungs-Bus (O-Bus)**

**(30 Punkte)**

Seit 2016 wird die Buslinie 113 in Esslingen von O-Bussen mit Akkumulatoren bedient. Diese können auch Wegstrecken ohne Oberleitung mit rein elektrischem Antrieb zurücklegen.



Vereinfachend wird angenommen, dass der Wirkungsgrad  $\eta_{\text{sys}}$  des Gesamtsystems bei Umwandlung von dem Akkumulator entnommener elektrischer Energie in durch die Räder abgegebene mechanische Arbeit konstant ist. Auch die Luftreibung wird vernachlässigt.

- Der Bus fährt über eine Steigungsstrecke mit konstantem Neigungswinkel  $\varphi$  in den Stadtteil Zollberg. Die Strecke ist 1,8 km lang, die Höhendifferenz beträgt  $h = 100$  m. Welche mechanische Arbeit wird für diese Fahrt benötigt ?
  - Welche mittlere mechanische Leistung ist erforderlich, wenn der Bus die Steigungsstrecke aus Teilaufgabe a) mit der mittleren Geschwindigkeit 40 km/h zurücklegt ?
  - Welches Drehmoment muss der Antrieb in Teil b) insgesamt an die Räder abgeben ?
- In Zollberg endet die Oberleitung, die Weiterfahrt erfolgt im reinen Akkumulatorbetrieb.
- Welche Strecke benötigt der Bus mindestens, um bei Weiterfahrt nach einem Halt aus der Ruhe auf die übliche Fahrgeschwindigkeit von 50 km/h zu beschleunigen ?
  - Welche elektrische Energie ist notwendig, um den Bus wie in Teilaufgabe d) nach dem Stop an einer Haltestelle wieder auf 50 km/h Fahrgeschwindigkeit zu beschleunigen ?
  - Welche elektrische Energie wird dem Akkumulator entnommen, um die 3 km lange, ebene Strecke von Zollberg nach Berkheim zu fahren ? An dieser Strecke liegen sechs Haltestellen, zudem muss der Bus dabei an zwei roten Ampeln anhalten.
  - Angenommen, der Akkumulator war in Zollberg voll aufgeladen – welche elektrische Restenergie (Angabe in kWh) ist dann bei Ankunft in Berkheim noch darin enthalten ?

**Antrieb:**

Leistung Elektromotor	$P_{\text{mot}} = 320$ kW
Energieinhalt Akkumulator	$E_{\text{akk}} = 37$ kWh
Maximalbeschleunigung	$a_{\text{max}} = 1,4$ m/s <sup>2</sup>
Gesamtwirkungsgrad	$\eta_{\text{sys}} = 0,5$

**Bus:**

Reibung zwischen Reifen und Boden:	
Rollreibungszahl	$\mu_{\text{R}} = 0,025$
Masse Bus	$m = 28$ t
Raddurchmesser	$d = 970$ mm

**Lösungsvorschlag**

**O-Bus**

**Autor H Käß**

- a) Hubarbeit besteht aus vertikaler Hubarbeit und Reibungsarbeit auf der schiefen Ebene

Vertikale Hubarbeit  $W_{\text{hub}} = m \cdot g \cdot h_{\text{max}} = 28000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m} = 27,468 \cdot 10^6 \text{ J}$

Neigungswinkel  $\sin(\varphi) = h / x_S$   $\varphi = \arcsin(100 / 1800) = 3,185^\circ$   
(Bei Interpretation als horizontale Distanz:  $\varphi = \arctan(100 / 1800) = 3,180^\circ$ )

Reibungskraft  $F_R = \mu_R \cdot F_N = \mu_R \cdot m \cdot g \cdot \cos(\varphi) = 6856,4 \text{ N}$

Reibungsarbeit  $W_R = F_R \cdot x_S = 6856,4 \cdot 1800 \text{ Nm} = 12,341 \cdot 10^6 \text{ J}$

Gesamte Arbeit damit  $W_{\text{ges}} = W_{\text{hub}} + W_R = 39,809 \cdot 10^6 \text{ J} = \mathbf{39,81 \text{ MJ}}$  (11,1 kWh)

- b) Fahrdauer folgt aus  $v_m = x_S / \Delta t$   $\Delta t = x_S / v_m = 1800 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 0,5 \text{ s}$   
 $= 162 \text{ s}$

Mittlere Leistung  $P_{\text{ges}} = \Delta W_{\text{ges}} / \Delta t = 39,809 \cdot 10^6 \text{ J} / 162 \text{ s} = \mathbf{245,74 \text{ kW}}$

- c) Hangabtriebskraft  $F_H = m \cdot g \cdot \sin(\varphi) = m \cdot g \cdot h / x_S = 15260 \text{ N}$

Benötigte Vortriebskraft  $F_{\text{vor}} = F_H + F_R = 15260 \text{ N} + 6856,4 \text{ N} = 22116,4 \text{ N}$

Gesamtdrehmoment damit  $M_{\text{ges}} = F_{\text{vor}} \cdot d / 2 = 22116,4 \text{ N} \cdot 0,485 \text{ m} = \mathbf{10726,5 \text{ Nm}}$

- d) Beschleunigung auf  $v_{\text{end}}$  aus dem Stand in der Horizontalen ... dabei:  $a_{\text{max}} = 1,4 \text{ m/s}^2$

Beschleunigungsdauer  $a_{\text{max}} = v_{\text{end}} / t_B$   $t_B = v_{\text{end}} / a_{\text{max}} = 50000 \text{ s} / (1,4 \cdot 3600)$   
 $= 13,88 \text{ s} / 1,4 = 9,92 \text{ s}$

Beschleunigungsweg  $s_B = 0,5 \cdot a_{\text{max}} \cdot t_B^2 = 1,6 \text{ m/s}^2 = \mathbf{68,89 \text{ m}}$

- e) Beschleunigung  $W_B = 0,5 \cdot m \cdot v_{\text{end}}^2 = 14000 \text{ kg} \cdot 13,88^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 2,70 \cdot 10^6 \text{ J}$

Reibungsarbeit  $W_R = F_R \cdot s_B = F_G \cdot \mu_R \cdot s_B = 28000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,025 \cdot 68,89 \text{ m}$   
 $= 0,473 \cdot 10^6 \text{ J}$

Gesamte mechanische Arbeit also  $W_{\text{ges}} = W_B + W_R = 3,173 \cdot 10^6 \text{ J}$

Die erforderliche elektrische Energie ist  $W_{\text{el}} = W_{\text{ges}} / \eta_{\text{sys}} = \mathbf{6,346 \cdot 10^6 \text{ J}}$  (1,76 kWh)

- f) Fahrstrecke in der Ebene 3 km => geschwindigkeitsunabhängige Reibungsarbeit

Reibungskraft in der Ebene  $F_R = F_G \cdot \mu_R = m \cdot g \cdot \mu_R = 6867 \text{ N}$

Reibungsarbeit somit  $W_R = 6867 \cdot 3000 \text{ Nm} = 20,601 \cdot 10^6 \text{ J}$

Sechs Haltestellen und zwei Ampeln bedeuten acht Beschleunigungsvorgänge

Dafür erforderliche Arbeit  $W_B = 8 \cdot 2,70 \cdot 10^6 \text{ J} = 21,605 \cdot 10^6 \text{ J}$

Mechanischer Energiebedarf  $W_{\text{ges}} = W_R + W_B = 42,206 \cdot 10^6 \text{ J}$

Elektr. Energie aus Akkumulator  $W_{\text{el}} = W_{\text{ges}} / \eta = \mathbf{84,412 \cdot 10^6 \text{ J}}$  (23,45 kWh)

- f) Voller Akkumulator in Zollberg:  $E_{\text{akk}} = 37 \text{ kWh}$

Entnahme bis Ankunft Berkheim  $\Delta W_{\text{el}} = 84,401 \cdot 10^6 \text{ J} = 23,44 \text{ kWh}$

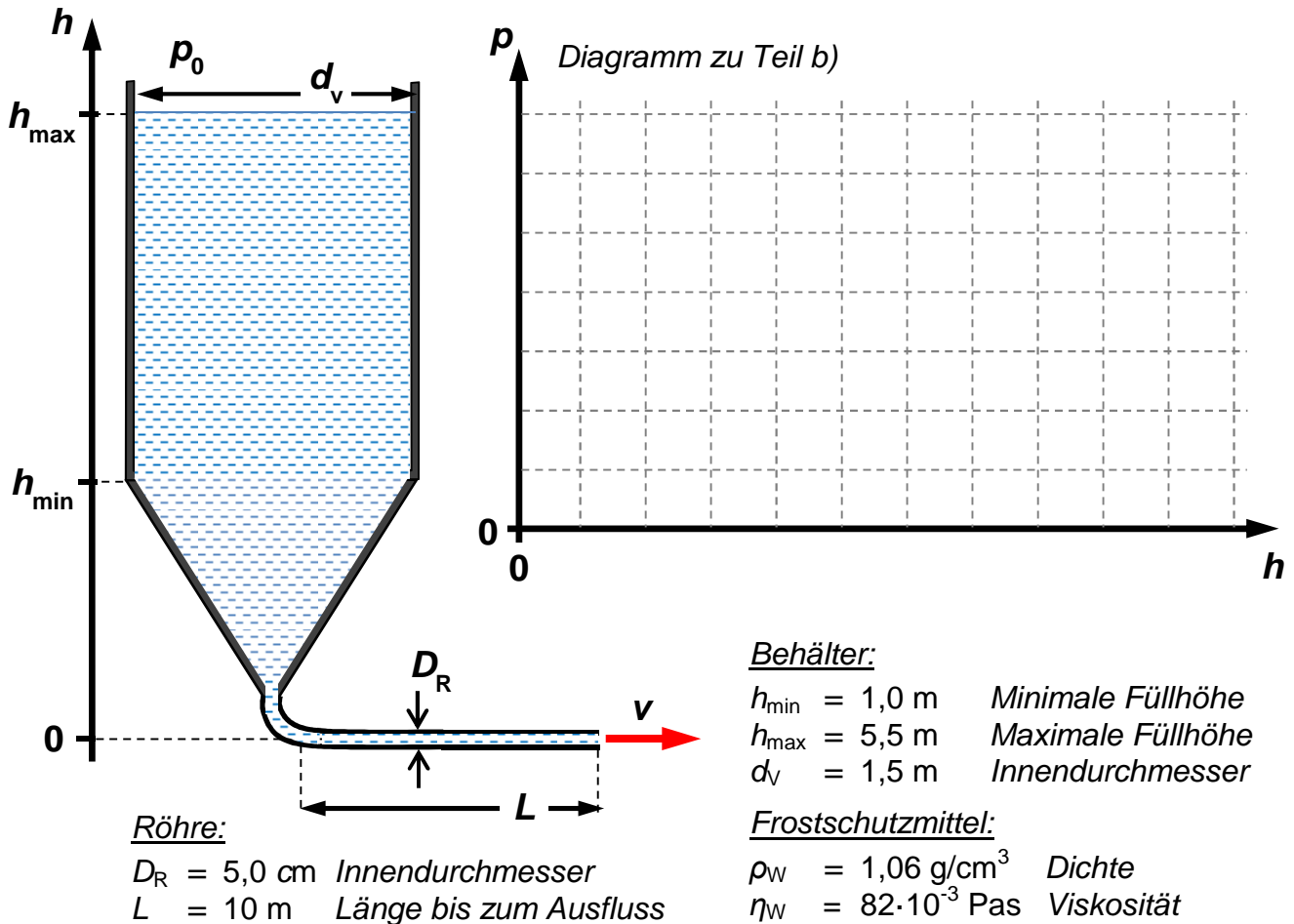
Restenergie damit  $E_{\text{rest}} = (37 - 23,44) \text{ kWh} = \mathbf{13,55 \text{ kWh}}$

Wintersemester 2016/17	Blatt 2 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

**Aufgabe 2: Frostschutzmittel**

**(16 Punkte)**

Eine Abfüllanlage enthält einen großen Behälter zur Speicherung einer Propylenglykol-Wasser-Mischung, die später als Frostschutzmittel abgefüllt und verkauft werden soll.



a) Im Betrieb variiert die Füllhöhe im zylindrischen Behälterteil zwischen  $h_{\max}$  und  $h_{\min}$ . Um welchen Wert ändert sich sein Gewicht, wenn er von  $h_{\min}$  auf  $h_{\max}$  aufgefüllt wird?

Der Behälter ist nun bis  $h_{\max}$  mit Flüssigkeit aufgefüllt, der Außendruck beträgt  $p_0 = 1 \text{ bar}$ .

b) Welcher Gesamtdruck herrscht in der Flüssigkeit bei  $h = h_{\min}$  und  $h = h_{\max}$ ? Skizzieren Sie im obenstehenden Diagramm den Druckverlauf zwischen  $h = 0$  und  $h = h_{\max}$ !

Die Flüssigkeit fließt durch die am Behälter angeschlossene Röhre aus, der Füllstand werde dabei vereinfachend als konstant bei  $h = h_{\max}$  angenommen.

c) Welcher Volumenstrom an Flüssigkeit fließt dabei durch die Röhre?

d) Mit welcher Geschwindigkeit  $v$  tritt die Flüssigkeit am Ende der Röhre aus?

**Lösungsvorschlag**

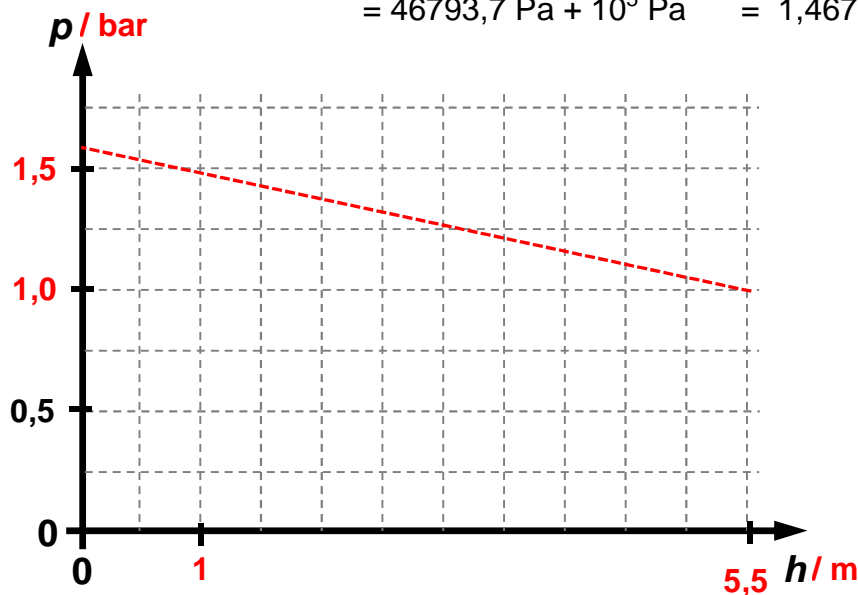
**Frostschutzmittel**

**Autor H Käß**

a) Volumen Behälterteil:  $V = \pi (d_V/2)^2 \cdot (h_{\max} - h_{\min}) = 1,767 \text{ m}^2 \cdot 4,5 \text{ m} = 7,952 \text{ m}^3$   
 Änderung Gewichtskraft  $F_G = V \cdot \rho_S \cdot g = 7,952 \text{ m}^3 \cdot 1060 \text{ kgm}^{-3} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2}$   
 $= 82691,3 \text{ N}$

b) Der Druck bei  $h_{\max}$  ist gleich dem Außendruck  $p(h_{\max}) = 1 \text{ bar}$

Der Druck bei  $h_{\max}$  ist  $p(h_{\min}) = \rho \cdot g \cdot (h_{\max} - h_{\min}) + p(h_{\max})$   
 $= 1060 \text{ kgm}^{-3} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 4,5 \text{ m} + 10^5 \text{ Pa}$   
 $= 46793,7 \text{ Pa} + 10^5 \text{ Pa} = 1,4679 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1,468 \text{ bar}$



c) Druck am Auslass :  $p(0) = \rho \cdot g \cdot h_{\max} + p(h_{\max})$   
 $= 1060 \text{ kgm}^{-3} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 5,5 \text{ m} + 10^5 \text{ Pa}$   
 $= 57192,3 \text{ Pa} + 10^5 \text{ Pa} = 1,5719 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1,571 \text{ bar}$

Am Ende der Röhre der Länge  $L$  herrscht der Außendruck  $p_0$ .

Die die Strömung treibende Druckdifferenz ist  $\Delta p = p(0) - p_0 = 0,571 \text{ bar}$

Nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille ist:  $\Delta V/\Delta t = \pi R^4 \Delta p / (8 \eta_W L)$

Somit  $\Delta V/\Delta t = \pi (D_R/2)^4 \Delta p / (8 \eta_W \cdot L)$   
 $= \pi 3,906 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 \cdot 0,5719 \cdot 10^5 \text{ Pa} / (8 \cdot 82 \cdot 10^{-3} \text{ Pas } 10 \text{ m})$   
 $= 1,0699 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s} = 10,7 \text{ Liter / s}$

d) Kontinuitätsgleichung  $\Delta V/\Delta t = v \cdot A$

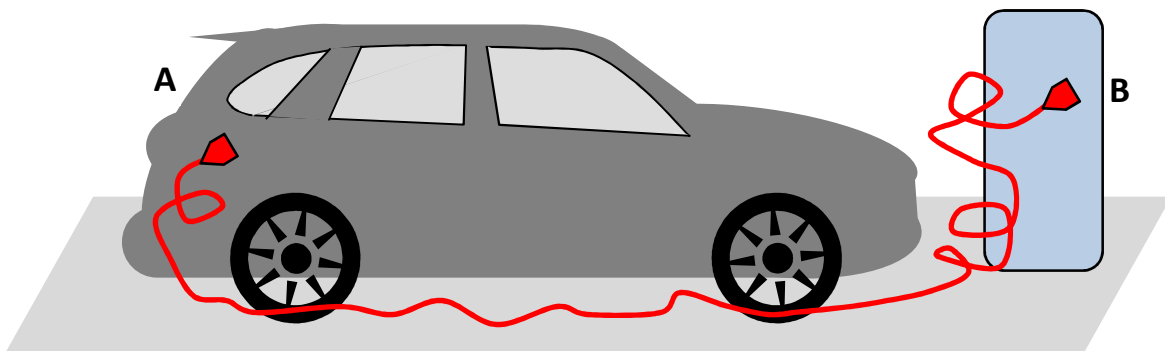
Damit  $v = (\Delta V/\Delta t) \cdot (1/A) = (\Delta V/\Delta t) \cdot 1 / (\pi (D_R/2)^2)$   
 $= 1,0699 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} / (\pi 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2)$   
 $= 5,449 \text{ m/s}$

Wintersemester 2016/17	Blatt 3 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

**Aufgabe 3: Ladestation**

**(18 Punkte)**

Der Akkumulator eines Hybrid-Fahrzeugs wird an einer Ladestation geladen. Dabei wird die elektrische Verbindung mit einem Kabel hergestellt, das zwischen den Steckern A und B insgesamt 10 m lang ist (Skizze) und zwei stromführende Adern aus Kupfer enthält.



Kapazität Akkumulator  $E_{el} = 8,7 \text{ kWh}$       Masse Fahrzeug  $m = 2600 \text{ kg}$   
 Spezifischer Widerstand Kupfer  $\rho_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$       Wirkungsgrad Antrieb  $\eta_{El} = 0,5$   
 Durchmesser Kabeladern  $d = 1,8 \text{ mm}$

- Welchen Widerstand hat jede der beiden Adern in dem Kabel ?
- Welche Spannung steht an Stecker A zur Ladung des Akkumulators zur Verfügung, wenn die Ladestation an Stecker B eine Spannung von genau 400 V liefert und der Ladestrom 16 A beträgt ?
- Welche Leistung geht während des Ladevorgangs im Kabel verloren ?
- Wie lange dauert das Aufladen des völlig entleerten Akkumulators an der Ladestation ? Welche Ladungsmenge fließt dabei in den Akkumulator ?
- Nach vollständiger Aufladung fährt das Fahrzeug im rein elektrischen Betrieb von der Ladestation auf einen Berg. Dabei sind 260 m Höhendifferenz zu überwinden. Welcher relative Anteil der anfangs im Akkumulator gespeicherten Energie wird dafür mindestens benötigt (von Beschleunigungsvorgängen und Reibung werde abgesehen) ?
- Bei Aufladung des Akkumulators an einer Haushaltssteckdose mit 230 V Spannung wird der Ladestrom auf 8 A begrenzt. Welche Ladezeit ergibt sich in diesem Fall ?

Lösungsvorschlag

Ladestation

Autor H Käß

- a) Der Gesamtwiderstand der beiden 10 m langen Kupferadern beträgt jeweils:

$$\begin{aligned} \text{Widerstand pro Ader} \quad R_A &= \rho_{\text{Cu}} \cdot L / A = 0,017 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m} \cdot 10 \text{ m} / (\pi 0,81 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2) \\ &= \mathbf{0,0668 \Omega} \end{aligned}$$

- b) Der effektive Gesamtwiderstand des Kabels beträgt  $R_K = 2 \cdot R_A = 0,1336 \Omega$

$$\text{Der Spannungsabfall am Kabel ist damit} \quad U_K = R_K \cdot I_L = 0,1336 \Omega \cdot 16 \text{ A} = 2,138 \text{ V}$$

$$\text{Die Ladespannung an Stecker A ist also} \quad U_L = 400 \text{ V} - 2,138 \text{ V} = \mathbf{397,86 \text{ V}}$$

- c) Im Kabel verlorene Leistung  $P_K = U_K \cdot I_L = 2,138 \text{ V} \cdot 16 \text{ A} = \mathbf{34,205 \text{ W}}$

- d) Aus der Ladespannung  $U_L$  folgt die Ladeleistung  $P_L$  für den Akkumulator

$$\text{Ladeleistung} \quad P_L = U_L \cdot I_L = 397,86 \text{ V} \cdot 16 \text{ A} = 6,366 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned} \text{Die Ladedauer folgt aus} \quad E_{\text{el}} &= P_L \cdot t_L \quad \text{zu} \quad t_L = E_{\text{el}} / P_L = 8700 \text{ Wh} / 6366 \text{ W} \\ &= 1,3667 \text{ h} = \mathbf{4920 \text{ s}} = 1 \text{ h } 22 \text{ min} \end{aligned}$$

$$\text{Die geflossene Ladungsmenge ist} \quad Q_{\text{akku}} = I_L \cdot t_L = \mathbf{78720 \text{ C}}$$

- e) Benötigte Hubarbeit :  $W_{\text{hub}} = m \cdot g \cdot h = 2600 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 260 \text{ m} = 6,632 \cdot 10^6 \text{ J}$

$$\text{Benötigte elektrische Arbeit} \quad W_{\text{el,hub}} = W_{\text{hub}} / \eta_{\text{el}} = 13,264 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,684 \text{ kWh}$$

$$\begin{aligned} \text{Anteil an der Anfangsenergie} \quad W_{\text{el,hub}} / E_{\text{el}} &= 3,684 \text{ kWh} / 8,7 \text{ kWh} \\ &= 0,4235 = \mathbf{42,3 \%} \end{aligned}$$

- f) Die Ladespannung  $U_L$  am Akkumulator ist wegen des Spannungsabfalls  $U_K$  im Kabel wieder etwas niedriger als die Spannung  $U_H$  an der Haushaltssteckdose

$$\text{Spannungsabfall} \quad U_K = R_K \cdot I_L = 0,1336 \Omega \cdot 8 \text{ A} = 1,0688 \text{ V}$$

$$\text{Ladespannung} \quad U_L = 230 \text{ V} - 1,0688 \text{ V} = 228,93 \text{ V}$$

$$\text{Ladeleistung damit} \quad P_L = U_L \cdot I_L = 228,93 \text{ V} \cdot 8 \text{ A} = 1,831 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned} \text{Die Ladedauer folgt aus} \quad E_{\text{el}} &= P_L \cdot t_L \quad \text{zu} \quad t_L = E_{\text{el}} / P_L = 8700 \text{ Wh} / 1831 \text{ W} \\ &= 4,75 \text{ h} = \mathbf{17100 \text{ s}} = 4 \text{ h } 45 \text{ min} \end{aligned}$$

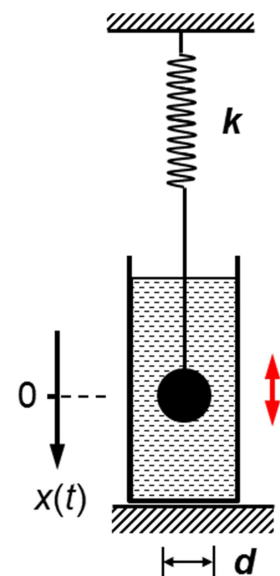
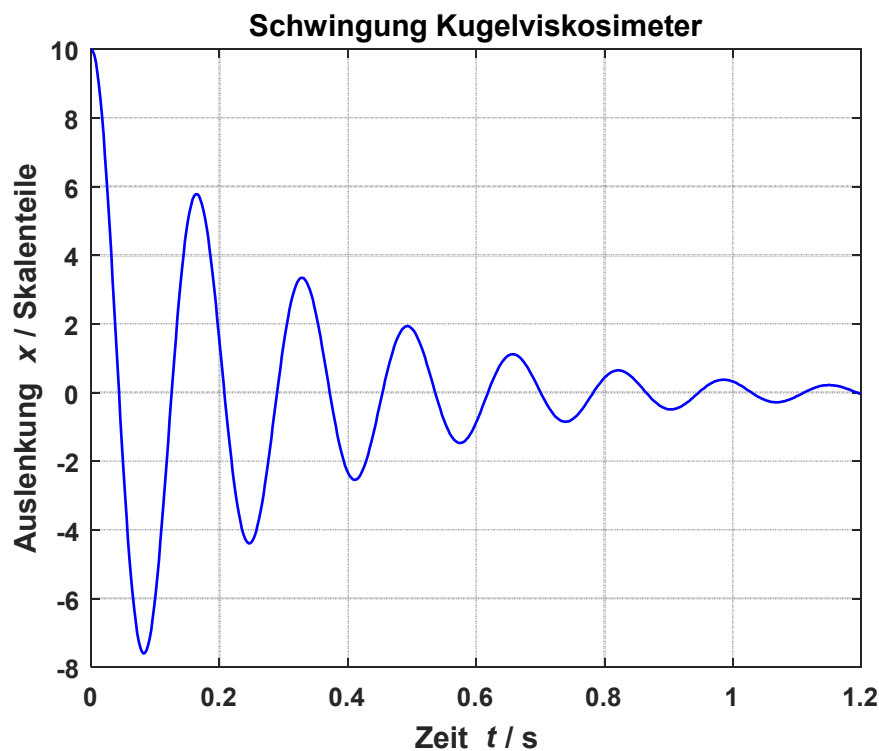
Kommentar: Hier wurden durchweg idealisierte Verhältnisse vorausgesetzt. Die Realität ist wesentlich komplexer, denn (1) hat ein Akkumulator natürlich eine vom Ladestrom abhängige Ladekurve, er darf (2) nicht komplett entladen werden, um (3) den gleichen Akkumulator einerseits mit 400 V und andererseits mit 230 V laden zu können, ist einiges an – verlustbehafteter - Elektronik zur Spannungswandlung erforderlich sowie wegen der Steckernormen auch (5) ein anderes Kabel und schließlich (6) kommt aus der Haushaltssteckdose natürlich Wechselstrom ...

Wintersemester 2016/17	Blatt 4 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

**Aufgabe 4: Kugelviskosimeter**

**(22 Punkte)**

Die Viskosität einer Flüssigkeit wird aus dem Zeitverlauf einer freien, von ihr gedämpften Schwingung ermittelt. Dazu wird eine Stahlkugel mit Durchmesser  $d$  an eine Feder der Federkonstante  $k$  gehängt und in die Flüssigkeit eingetaucht. Die Kugel wird um eine Anfangsamplitude aus der Nulllage bewegt, aus der Ruhe losgelassen und schwingt danach frei (Skizze). Ihre Auslenkung  $x$  als Funktion der Zeit  $t$  zeigt das nachstehende Diagramm.



Angaben:

$d = 20 \text{ mm}$ ;  $k = 50 \text{ N/m}$   
 $\rho = 8,1 \text{ g/cm}^3$  Dichte Stahl

- Mit welcher Frequenz  $f_0$  würde das System bei Wegfall der Dämpfung schwingen ?  
 Das Diagramm zeigt die Auslenkungs-Zeit-Funktion der Kugel bei vorliegender Dämpfung.
- Tragen Sie die Werte der jeweiligen Schwingungsamplitude zu Beginn der einzelnen Perioden logarithmisch über der Zeit auf. Liegt eine viskose Dämpfung vor ? (Bitte Antwort begründen ! Millimeterpapier „lin-log“ für die Auftragung im Anhang)
- Ermitteln Sie aus Ihrer Auftragung die Abklingkonstante  $\delta$  und den Dämpfungsgrad  $\vartheta$ .  
 Für den Betrag der Reibkraft bei laminarer Umströmung gilt:  $F_{\text{Stokes}} = 3 \pi \cdot \eta \cdot d \cdot v$   
 Hier ist  $v = dx/dt$  die Relativgeschwindigkeit zwischen Strömung und Kugel.
- Wie lautet bei Vorliegen dieser Reibung die Differenzialgleichung der Schwingung ?
- Koeffizientenvergleich mit der bekannten Differenzialgleichung für ein viskos gedämpftes Feder-Masse-System liefert den Zusammenhang von  $\delta$  und  $\eta$ . Berechnen Sie daraus die Viskosität der Flüssigkeit.

**Lösungsvorschlag**

**Kugelviskosimeter**

**Autor H Käß**

a) Masse der Kugel  $m = (4/3) \cdot \pi \cdot (d/2)^3 \cdot \rho = (4/3) \cdot \pi \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 8100 \text{ kgm}^{-3}$   
 $= 3,3929 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 33,93 \text{ g}$

Es ist  $\omega_0^2 = k / m = 50 \text{ N} / 3,3929 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m} = 1,47366 \text{ s}^{-2}$

Freie Kreisfrequenz  $\omega_0 = 38,388 \text{ s}^{-1}$  und damit  $f_0 = \mathbf{6,1097 \text{ Hz}}$

b) Periodendauer (von Hand im Diagramm ausgewertet)

Zeitachse insgesamt  $1,2 \text{ s} = 102 \text{ mm}$

abgemessene Strecke  $7 T_d = 97 \text{ mm}$

$$T_d = 1,2 \text{ s} \cdot 97 / (102 \cdot 7) = \mathbf{0,163 \text{ s}}$$

Kreisfrequenz aus Diagramm  $\omega_d = 2 \pi / 0,1637 = 38,541 \text{ s}^{-1}$

*Amplitudenwerte ablesen und im einfach logarithmischen Diagramm auftragen:*

**Die Messpunkte liegen auf einer Gerade, offenbar liegt viskose Dämpfung vor !**

c) *Ausgleichsgerade einzeichnen, Steigung m ermitteln (Fehlergeraden nicht gefordert !)*  
*Da  $\ln \hat{x} = \ln \hat{x}_0 - \delta \cdot t$  folgt  $\delta$  aus dem Steigungswert ...*

Optimale Gerade  $m_{\text{opt}} \quad m_{\text{opt}} = -\ln 0,01042 / (8,3 \cdot T_d) = -3,373 \text{ 1/s}$

(graphischer) Mittelwert also  $\delta_{\text{opt}} = -1 \cdot m_{\text{opt}} = \mathbf{3,373 \text{ 1/s}}$

Daraus folgt der Dämpfungsgrad  $\vartheta = \delta / \omega_0 = \mathbf{8,7866 \cdot 10^{-2}} = 0,0879$

d) Differentialgleichung folgt aus 2. Axiom:  $m \ddot{x} = \text{Summe Kräfte auf Kugel}$

Das sind die Rückstellkraft der Feder  $F_F = -k x$   
 und die Reibungskraft nach Stokes :  $F_R = -3 \pi \eta d v$

Somit gilt  $m \ddot{x} = F_F + F_R = -k x - 3 \pi \eta d \dot{x}$

oder umgestellt  $m \ddot{x} + 3 \pi \eta d \dot{x} + k x = 0$

e) Die Standardform der DGL lautet  $m \ddot{x} + d^* \dot{x} + k x = 0$

Mit  $\delta = d^* / 2m$  wird daraus  $m \ddot{x} + 2m \delta \dot{x} + k x = 0$

*Hinweis: Das Dämpfungsglied in der DGL ist zur Unterscheidung mit  $d^*$  bezeichnet*

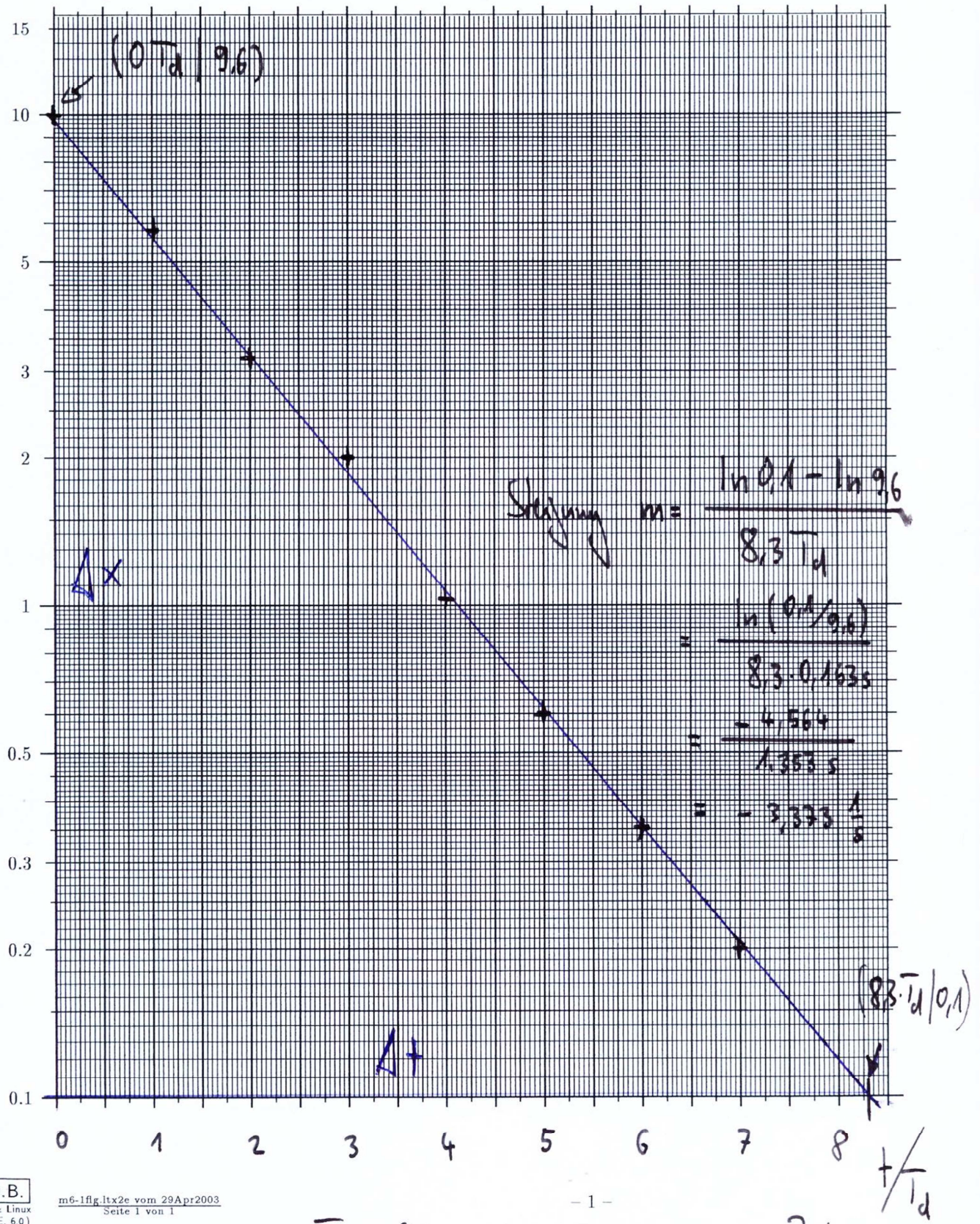
Koeffizientenvergleich ergibt  $3 \pi \eta d = 2m \delta$

Die Viskosität folgt zu  $\eta = 2 m \delta / (3 \pi d) =$   
 $= 6,7858 \cdot 10^{-2} \text{ kg } 3,373 \text{ s}^{-1} / (3 \pi 2 \cdot 10^{-2} \text{ m})$   
 $= 1,2143 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} = \mathbf{1,2143 \text{ Pas}}$



Einfach-logarithmisches Papier, mittels L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X für 300 dpi - Laserdrucker und M6 erzeugt. Kopieren gestattet.

Auslenkung / Schalenteile



$$T_d = \frac{9.7}{102} \cdot 1.7 s \cdot \frac{1}{7} = 0.163 s$$

Zeit  $\frac{t}{T_d}$

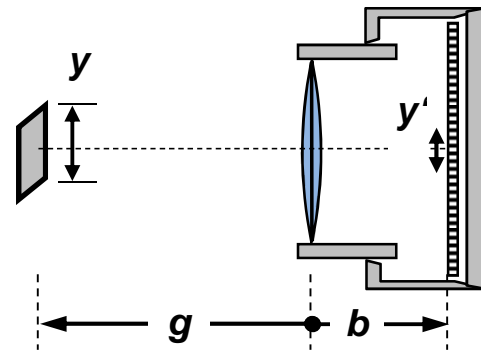
Wintersemester 2016/17	Blatt 5 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

**Aufgabe 5: Systemkamera**

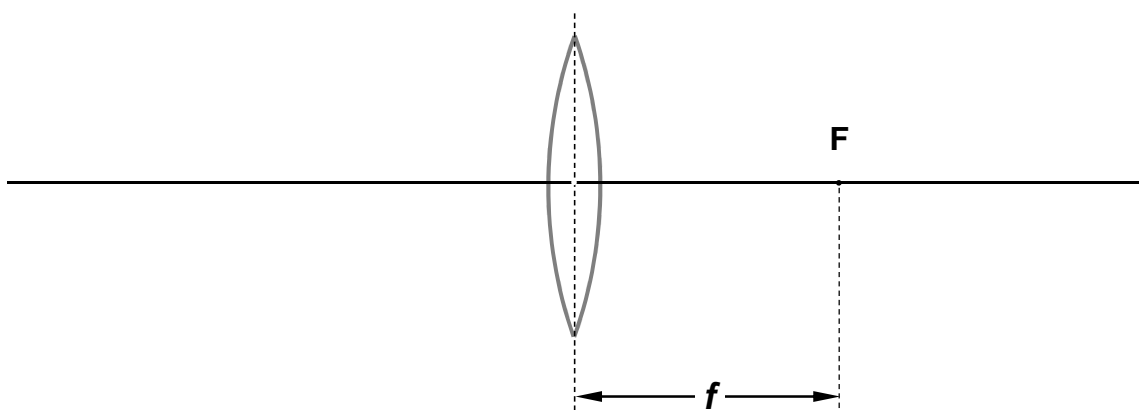
(18 Punkte)

Eine moderne Digitalkamera bietet die Möglichkeit, mit Wechselobjektiven verschiedener Brennweite unterschiedlich große Objekte optimal zu erfassen. Nachfolgend werden diese Objektive näherungsweise als dünne Linsen betrachtet.

Die Pixel auf dem Bildsensor der Kamera haben den Abstand  $8 \mu\text{m}$ .

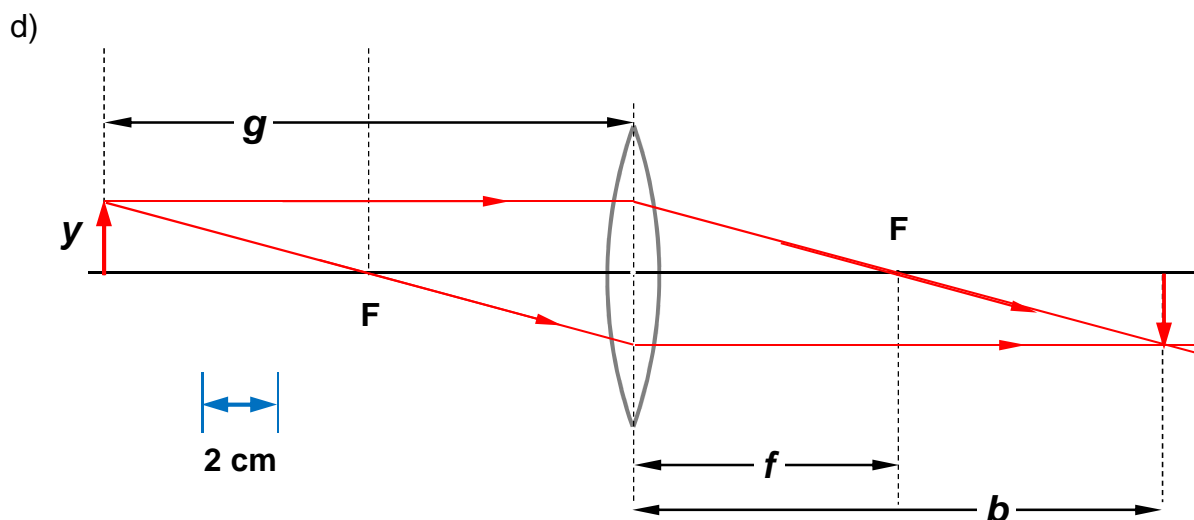


- Welche Brennweite und Brechkraft hat ein Objektiv, das bei Fokussierung auf weit entfernte Objekte (Einstellung „unendlich“)  $30 \text{ mm}$  vom Sensor entfernt ist ?
- Welchen Abbildungsmaßstab  $\beta$  ergibt dieses Objektiv für den Objektabstand  $g = 1 \text{ m}$  ?
- Mit einem Makroobjektiv der Brennweite  $f_M = 70 \text{ mm}$  soll ein Objekt im Abbildungsverhältnis  $1 : 1$  ( $\beta = -1$ ) abgebildet werden. In welcher Entfernung  $d$  zum Sensor muss das Objekt positioniert werden ?
- Zeichnen Sie eine Übersicht des Strahlengangs der Anordnung aus Teil c) mit einem Objekt der Größe  $y = 2 \text{ cm}$ , indem Sie die nachstehende Skizze geeignet ergänzen.



- Nun wird ein Teleobjektiv der Brennweite  $f_T = 100 \text{ mm}$  verwendet. Welche Entfernung  $g$  von der Kamera darf ein damit aufgenommener Lattenzaun (Lattenbreite  $10 \text{ cm}$ , Lattenabstand  $10 \text{ cm}$ ) maximal haben, damit seine Struktur im Bild gerade noch erkennbar aufgelöst wird ?

- a) Abbildungsgleichung :  $1 / f = 1 / b + 1 / g$   
Für  $g \rightarrow \infty$  folgt daraus  $1 / f = 1 / b = 1 / 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$   
Also ist die Brechkraft  $D = 1 / f = 33,33 \text{ dpt}$   
Die Brennweite folgt zu  $f = 30 \text{ mm}$
- b) Aus Abbildungsgleichung  $1 / b = 1 / f - 1 / g = 1 / 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} - 1 \text{ m}^{-1} = 32,33 \text{ m}^{-1}$   
 $b = 3,093 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 30,928 \text{ mm}$   
Abbildungsmaßstab  $\beta = B / G = -b / g = -30,928 / 1000 = -30,93 \cdot 10^{-2}$
- c) Aus dem Abbildungsmaßstab  $\beta = -b / g = -1$   
folgt für diesen Fall direkt  $b = g$   
Die Abbildungsgleichung ergibt  $1 / f = 1 / b + 1 / g = 1 / b + 1 / b = 2 / b$   
Also wird  $b = g = 2 f = 140 \text{ mm} = 0,14 \text{ m}$   
Abstand Objekt und Sensor damit:  $d = g + b = 0,28 \text{ m}$



- e) Damit der Zaun gerade noch erkennbar ist, darf die Lücke zwischen zwei Zaunlatten minimal eine Pixelbreite auf dem Sensor haben. Der Abbildungsmaßstab ist dann:
- Teleobjektiv  $\beta_{\text{Tele}} = B / G = -8 \cdot 10^{-6} \text{ m} / 10 \cdot 10^{-2} \text{ m} = -8 \cdot 10^{-5}$   
Abbildungsgleichung  $1 / f = 1 / b + 1 / g = 1 / (-\beta_{\text{Tele}} g) + 1 / g$   
 $= (\beta_{\text{Tele}} - 1) / (\beta_{\text{Tele}} g)$   
Also  $g = f (\beta_{\text{Tele}} - 1) / \beta_{\text{Tele}}$   
 $= 0,1 \text{ m} (-8 \cdot 10^{-5} - 1) / -8 \cdot 10^{-5} = 1250 \text{ m}$

Wintersemester 2016/17	Blatt 6 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012 (2011)

**Aufgabe 6: Alphorn**

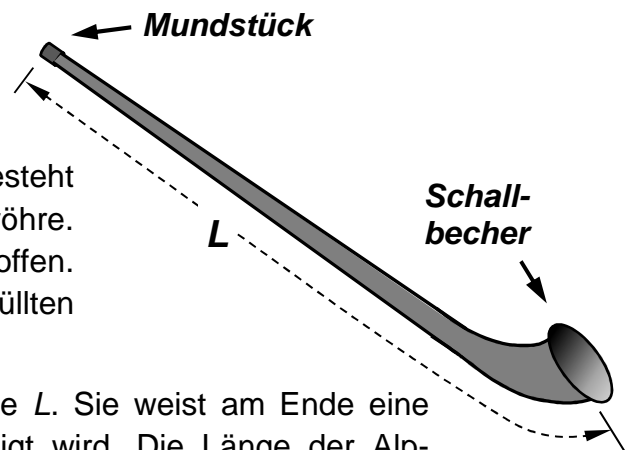
**(16 Punkte)**

Ein Klassiker der alpinen Musikinstrumente ist das Alphorn. Außer in der Schweiz ist es auch in den deutschen Alpen verbreitet.

Bis auf den Schallbecher am unteren Ende besteht es im Wesentlichen aus einer geraden Holzröhre. Am Mundstück sowie am Schallbecher ist sie offen. Zur Tonerzeugung wird in dieser mit Luft gefüllten Röhre eine stehende Welle angeregt.

Die Luftsäule im Alphorn hat die Gesamtlänge  $L$ . Sie weist am Ende eine Krümmung auf, die nachfolgend vernachlässigt wird. Die Länge der Alphörner – und damit die Länge der Luftsäule - ist regional unterschiedlich.

Die Länge eines Alphorns ist nicht veränderbar. Daher kann es beim Blasen nur die sogenannten Naturtöne abgeben, also den Grundton und die zugehörigen Obertöne bei den Frequenzen der Oberwellen.



Angaben

Typische Länge eines Alphorns aus der Schweiz

$$L_{CH} = 3,47 \text{ m}$$

Typische Länge eines deutschen Alphorns

$$L_D = 3,68 \text{ m}$$

Temperaturabhängige Schallgeschwindigkeit in Luft

$$c = (331,5 + 0,6 \vartheta / ^\circ\text{C}) \text{ m/s}$$

- Welche Frequenz hat der tiefste Ton (Grundton), den ein Alphorn aus der Schweiz bei der sommerlichen Temperatur  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  abgibt ? Wie groß sind Wellenzahl  $k_0$  und Kreisfrequenz  $\omega_0$  der zugehörigen stehenden Welle ?
- Welches sind die vier tiefsten Töne, die das Alphorn aus Teil a) abgeben kann ?
- Welche Frequenz hat bei einem Alphorn aus der Schweiz der Grundton, wenn man es im Herbst bei einer Temperatur von  $\vartheta = 5^\circ\text{C}$  spielt ?
- Deutsche Alphörner sind in der Regel länger als die Alphörner aus der Schweiz. Welche Frequenz hat somit der Grundton eines deutschen Alphorns bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  ?
- Angenommen, ein deutscher Senn und sein schweizer Kollege stehen im Sommer bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  nebeneinander auf der Alm und produzieren mit ihren Alphörnern gleichzeitig die jeweiligen Grundtöne, deren Schallwellen sich in der sauberen Bergluft überlagern. Was hört ein zufällig vorbeikommender Bergwanderer (Antwort möglichst quantitativ) ?

- a) Schallgeschwindigkeit bei 20°C  $c(20^\circ\text{C}) = (331,5 + 0,6 \cdot 20^\circ\text{C} / \text{C}) \text{ m/s} = 343,5 \text{ m/s}$   
Schweizer Alphorn, stehende Welle

Grundton:  $L_{\text{CH}} = \lambda_0 / 2$

also  $\lambda_{0,\text{CH}} = 2 \cdot L_{\text{CH}} = 6,94 \text{ m}$

und  $f_{0,\text{CH}} = c / \lambda_{0,\text{CH}} = c / (2 \cdot L_{\text{CH}}) = \mathbf{49,496 \text{ Hz}}$

Somit  $\omega_{0,\text{CH}} = 2 \pi f_{0,\text{CH}} = \mathbf{310,99 \text{ s}^{-1}}$  und  $k_{0,\text{CH}} = 2 \pi / \lambda_0 = \mathbf{0,9054 \text{ m}^{-1}}$

- b) Frequenzen Obertöne  $f_{n,\text{CH}} = (n + 1) f_0 = (n + 1) c / (2 \cdot L_{\text{CH}})$

vier tiefste Töne also  $f_{0,\text{CH}} = \mathbf{49,50 \text{ Hz}}$

vier tiefste Töne also  $f_{1,\text{CH}} = \mathbf{99,00 \text{ Hz}}$

vier tiefste Töne also  $f_{2,\text{CH}} = \mathbf{148,50 \text{ Hz}}$

vier tiefste Töne also  $f_{3,\text{CH}} = \mathbf{198,00 \text{ Hz}}$

- c) Bei 5°C wird  $c(5^\circ\text{C}) = (331,5 + 0,6 \cdot 5^\circ\text{C} / \text{C}) \text{ m/s} = 334,5 \text{ m/s}$

Also  $f_{0,\text{CH}} = c / (2 \cdot L_{\text{CH}}) = \mathbf{48,199 \text{ Hz}}$

- d) Deutsches Alphorn bei 20°C, also mit  $c(20^\circ\text{C}) = 343,5 \text{ m/s}$

Grundton:  $\lambda_{0,\text{D}} = 2 \cdot L_{\text{D}} = 7,36 \text{ m}$

sowie  $f_{0,\text{D}} = c / \lambda_{0,\text{D}} = c / (2 \cdot L_{\text{D}}) = \mathbf{46,671 \text{ Hz}}$

- e) Die beiden Wellen der Frequenzen 49,50 Hz und 46,67 Hz überlagern sich und der Zuhörer vernimmt eine **Schwebung**, das bedeutet eine periodische Variation der Lautstärke der überlagerten Schwingung.

Die Modulation der Lautstärke erfolgt mit der **Schwebungsfrequenz**, dies ist die Differenzfrequenz der beiden Wellen  $f_s = \Delta f = 49,50 \text{ Hz} - 46,67 \text{ Hz} = \mathbf{2,83 \text{ Hz}}$

Die Frequenz der wahrgenommenen Schwingung selbst ist gleich dem **Mittelwert** der beiden Einzelfrequenzen  $f_m = (49,50 \text{ Hz} + 46,67 \text{ Hz}) / 2 = \mathbf{48,085 \text{ Hz}}$