# Technische Physik, SS 2016 – Lösungen

## Aufgabe 1: Messgerät – 20 Punkte

**(a)** Für die obere und die untere Parallelschaltung der drei bzw. zwei Federn gilt

$$k_{oben} = 3k\,, \qquad k_{unten} = 2k\,.$$

Für die Reihenschaltung der oberen und unteren Ersatzfedern gilt weiter

$$\frac{1}{k_{ers}} = \frac{1}{k_{oben}} + \frac{1}{k_{unten}} = \frac{5}{6k}\,, \qquad \text{also} \qquad k_{ers} = \frac{6}{5}\,k\,.$$

**(b)** Es ist

$$k_{ers} = \frac{m_G \cdot g}{x_0} = 294.3\,N/m\,.$$

Mit Aufgabenteil **(a)** folgt daraus

$$k = 245.3\,N/m\,.$$

**(c)** Zunächst ist

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{ers}}{m_G + m_B}} = 19.18\,s^{-1}\,.$$

Daraus folgt

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3.053\,Hz\,, \qquad T_0 = \frac{1}{f_0} = 0.328\,s\,.$$

**(d)** Die Beschleunigungsamplitude $\hat{a}$ der Schwingung muß kleinergleich $g$ sein. Mit

$$x(t) = \hat{x} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

ist

$$a(t) = \ddot{x}(t) = -\omega_0^2 \hat{x} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

und damit

$$\hat{a} = \omega_0^2 \hat{x} \overset{!}{\leqslant} g\,.$$

Auflösen nach $\hat{x}$ ergibt

$$\hat{x} \leqslant \frac{g}{\omega_0^2} = \frac{g \cdot (m_G + m_B)}{k_{ers}} = 2.667\,cm\,.$$

**(e)** Es gilt

$$e^{-6\delta\, T_d} = \frac{x(6T_d)}{x(0)} = \frac{1}{10}\,.$$

Auflösen nach $\delta$ liefert mit der Näherung $\omega_d \approx \omega_0$, also $T_d \approx T_0$

$$\delta = \frac{1}{T_0} \cdot \frac{\ln(10)}{6} = \frac{\omega_0}{2\pi} \cdot \frac{\ln(10)}{6} = 1.171\,s^{-1}$$

und damit

$$\vartheta = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{\ln(10)}{12\pi} = 0.061\,.$$

**(f)** Zunächst gilt für die Amplitude der Schwingungen

$$\hat{x} = \hat{x}_D \cdot V(u)\,;$$

darin ist $\hat{x}_D$ die (gesuchte) Amplitude der Schwingung der Decke mit $f_D = 25\,Hz$ und

$$V(u) = \frac{1}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (2\vartheta u)^2}}\,, \qquad u = \frac{f_D}{f_0} = 8.190\,.$$

Auflösen nach $\hat{x}_D$ liefert

$$\hat{x}_D = \hat{x} \cdot \sqrt{(1-u^2)^2 + (2\vartheta u)^2}\,.$$

Mit dem Zusammenhang zwischen Auslenkungs- und Beschleunigungsamplitude,

$$\hat{a} = \omega_D^2 \hat{x} = u^2 \cdot \omega_0^2 \cdot \hat{x}$$

folgt

$$\hat{x}_D = \frac{\hat{a}}{\omega_0^2} \cdot \frac{\sqrt{(1-u^2)^2 + (2\vartheta u)^2}}{u^2}\,.$$

Aus $\hat{a} < 1\,m/s^2$ ergibt sich jetzt

$$\hat{x}_D < 2.678\,mm\,.$$

**Aufgabe 2: Flugzeugstart – 15 Punkte**

**(a)** Aus

$$L_I = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_B}{I_0}\right) dB$$

folgt

$$I_B = I_0 \cdot 10^{L_I/10\,dB} = 1.99 \cdot 10^{-2}\, W/m^2 .$$

Mit

$$I_B = \frac{dE}{dV} \cdot c$$

ergibt sich weiter

$$\frac{dE}{dV} = \frac{I_B}{c} = 5.87 \cdot 10^{-5}\, J/m^3 .$$

**(b)** Für die akustische Leistung gilt

$$P = 4\pi x_B^2 \cdot I_B = 1.003 \cdot 10^4\, W = 10.03\, kW .$$

**(c)** Wenn eines der Triebwerke ausfällt, so ist die verbleibende Schallintensität im Punkt $B$ gegeben durch

$$I_{B'} = \frac{3}{4} \cdot I_B .$$

Für den Schallintensitätspegel ergibt sich damit

$$\begin{aligned} L_{I'} &= 10 \cdot \lg\left(\frac{I_{B'}}{I_0}\right) dB = 10 \cdot \lg\left(\frac{3/4 \cdot I_B}{I_0}\right) dB = \\ &= 10 \cdot \lg\left(\frac{I_B}{I_0}\right) dB + 10 \cdot \lg\left(\frac{3}{4}\right) dB = \\ &= L_I + 10 \cdot \lg\left(\frac{3}{4}\right) dB = 101.8\, dB . \end{aligned}$$

**(d)** Es soll gelten $L_{I,H} \leqslant 65\, dB$. Für die Schallintensität in $H$ gilt wie in Aufgabenteil **(a)**

$$I_H = I_0 \cdot 10^{L_{I,H}/10\,dB} .$$

Der Zusammenhang der Schallintensitäten in $B$ und $H$ ist (Punktquelle, $I \sim 1/r^2$)

$$\frac{I_B}{I_H} = \frac{x_H^2 + h^2}{x_B^2} ;$$

dabei ergibt sich der Abstand des Flugzeugs vom Punkt $H$ mit dem Satz des Pythagoras aus der Flughöhe $h = 2\,500\, m$ und dem horizontalen Abstand $x_H$, der gesucht ist.

Auflösen nach $x_H^2$ ergibt

$$\begin{aligned} x_H^2 &= \frac{I_B}{I_H} \cdot x_B^2 - h^2 = \frac{I_0 \cdot 10^{L_I/10\,dB}}{I_0 \cdot 10^{L_{I,H}/10\,dB}} \cdot x_B^2 - h^2 = \\ &= 10^{(L_I - L_{I,H})/10\,dB} \cdot x_B^2 - h^2 \end{aligned}$$

und damit

$$x_H = 15.7\, km .$$

**Aufgabe 3: Doppler-Sonar – 15 Punkte**

**(a)** Dopplereffekt bei bewegter Quelle (Schiff $A$) und bewegtem Empfänger (Schiff $B$): Es ist

$$f_1 = \frac{c + v_B}{c - v_A} \cdot f_0 \,.$$

**(b)** Dopplereffekt bei bewegter Quelle (Schiff $B$) und bewegtem Empfänger (Schiff $A$): Es ist

$$f_2 = \frac{c + v_A}{c - v_B} \cdot f_1 \,.$$

Mit Aufgabenteil **(a)** ist

$$f_2 = \frac{c + v_A}{c - v_B} \cdot \frac{c + v_B}{c - v_A} \cdot f_0 \,.$$

**(c)** Dann ist $v_B = -v_A$. (Vorzeichenkonvention !)

Das bedeutet, daß die Schiffe mit gleicher Geschwindigkeit (und damit konstantem Abstand) hintereinander her fahren.

**(d)** Löst man die Formel aus Aufgabenteil **(b)** nach $v_B$ auf, so erhält man

$$v_B = c \cdot \frac{\frac{c - v_A}{c + v_A} \cdot \frac{f_2}{f_0} - 1}{\frac{c - v_A}{c + v_A} \cdot \frac{f_2}{f_0} + 1} = c \cdot \frac{(c - v_A)\, f_2 - (c + v_A)\, f_0}{(c - v_A)\, f_2 + (c + v_A)\, f_0} \,.$$

Mit den angegebenen Zahlenwerten erhält man

$$v_B = 44.8\, km/h \,.$$

**(e)** Für den Dopplereffekt ist dann nur jeweils die Geschwindigkeitskomponente parallel zur direkten Verbindungslinie von $A$ und $B$ maßgebend; man kann also aus $f_2$ nicht auf $v_B$ zurückschließen. In Formeln mit der Notation der Zeichnung:

$$f_2 = \frac{c + v_A \cos(\alpha)}{c - v_B \cos(\beta)} \cdot \frac{c + v_B \cos(\beta)}{c - v_A \cos(\alpha)} \cdot f_0 \,.$$

**(f)** Die Laufzeit der Impulse: Wenn der reflektierte Impuls nach der Zeit $\Delta t$ nach Aussenden des Impulses registriert wird, so beträgt der Abstand

$$d = c \cdot \frac{\Delta t}{2} \,.$$