Hochschule Esslingen
University of Applied Sciences

Sommersemester 2016	
Studiengang:	**Prüfungsfach:**
Prüfungsnummer: **(Fachnummer)**	(Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht) **Teil von:**
Semester:	**Semestergruppe:**
Name Dozent(in): F. Stedile; Dr. W. Engelhart;	**Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar), 1 Blatt DinA4 (beidseitig beschrieben)**

Dauer: 90 Minuten.

Bitte die Lösungen ausschließlich auf den beiliegenden Lösungsblättern notieren. Evtl. Zusatzblätter von der Aufsicht abzeichnen lassen!

1 Kinematik (20 Punkte)

Eine Rakete steigt aus dem Stand mit einer konstanten Beschleunigung von a = 4 m/s² senkrecht nach oben. Nach einer Höhe von 10 m ist der Treibstoff verbraucht und die Beschleunigung der Rakete ist dann gleich der Erdbeschleunigung.

a) Nach welcher Zeit geht der Treibstoff aus? Wie groß ist die Geschwindigkeit, wenn der Treibstoff der Rakete ausgeht?
   $s_1 = at^2/2 \quad \Rightarrow t_1 = 2.24$ s
   $v_0 = at \quad \Rightarrow v_0 = 8.94$ m/s
b) Nach welcher Zeit wird die maximale Höhe erreicht?
   $v(t) = v_0 - gt = 0 \quad \Rightarrow t_2 = v_0/g = 0.91$s
   $t = t_1 + t_2 = 3.15$s
c) Welche Höhe erreicht die Rakete?
   $s_2 = -g\, t_2^2/2 + v_0\, t_2 = -4.06$ m $+8.11$m $= 4.05$ m
   $s = s_1 + s_2 = 14.05$ m
d) Mit welcher Geschwindigkeit trifft die Rakete auf der Erde auf?
   $s(t) = s - g t_f^2/2 = 0 \quad \Rightarrow t_f^2 = 2s/g$
   $t_f = 2.86$ s
   $v(t) = -gt \quad \Rightarrow v = 28.06$ m/s
e) Skizzieren Sie das Beschleunigungs- und Geschwindigkeits-Zeit Diagramm.

2 Energieerhaltung und Impulserhaltung (20 Punkte)

Eine horizontale Feder wird mit einer Kraft von F = 20 N um Δx = 20 cm zusammengedrückt. Vor die Feder wird eine Masse von m_1 = 1 kg gelegt, die durch entspannen der Feder beschleunigt wird. Die Reibung zwischen Masse und Unterlage soll vernachlässigt werden.

a) Berechnen Sie die Federkonstante sowie die Spannenergie der Feder.
   $k = F/\Delta x$ = 100 N/m
   $E = 1/2k\Delta x^2$ = 2 Nm
b) Wie groß ist die maximale Beschleunigung der Masse?
   a = F/m= 20 m/s²
c) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich die Masse nach dem Beschleunigen weiter?
   $v^2 = 2E/m \Rightarrow v = 2$ m/s²

Da die Masse m_1 nicht befestigt ist, bewegt sich die Masse nach entspannen der Feder geradlinig gleichförmig weiter, bis zum Zusammenstoß mit der zunächst ruhenden Masse m_2 = 3 kg. Nach dem Zusammenstoß sollen die beiden Massen aneinander kleben bleiben.

d) Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sich die beiden Massen nach dem Stoß?
   $v_n = m_1\, v/(m_2 + m_1)$ = 0.5 m/s²
e) Welcher Energiebetrag steht nach der Deformation nicht mehr als Bewegungsenergie zur Verfügung?
   $\Delta E = ½\ m_1\, v^2 - ½\,(m_2 + m_1)\, v_n^2$ = 2 Nm – 0.5 Nm = 1.5 Nm

3 Schwingungen (15 Punkte)

Ein Fadenpendel der Länge $l = 0{,}80$ m wird mit einem Anfangswinkel $\phi_0 = 4{,}0^\circ$ zum Zeitpunkt $t = 0$ s mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$ losgelassen und führt dann eine näherungsweise harmonische Schwingung aus, die zunächst als ungedämpft betrachtet werden soll.

a) Geben Sie die Voraussetzungen an, die erfüllt sein müssen, damit eine harmonische Schwingung vorliegt und begründen Sie, warum diese Voraussetzungen im vorliegenden Fall näherungsweise erfüllt sind. Berechnen Sie die Periodendauer T_0 für das ungedämpfte System.

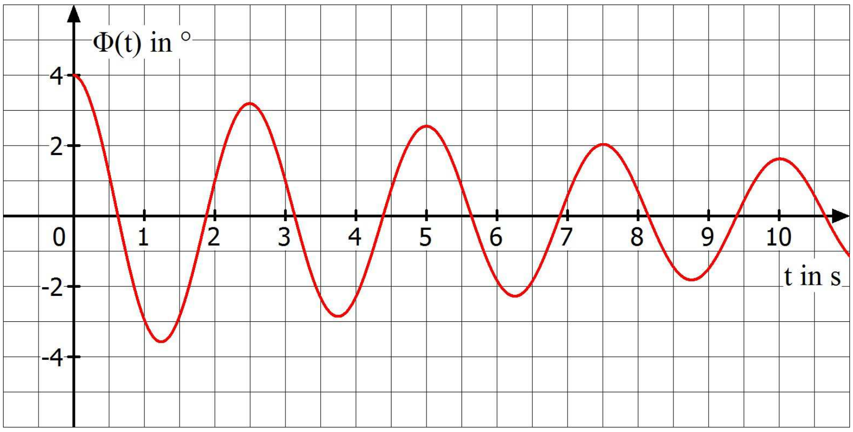
Lösung: Rückstellkraft/-moment muss proportional zur Auslenkung sein.
Kleinwinkelnäherung $\sin(\phi) \approx \phi$.

$T = 2\pi\sqrt{(l/g)} = 1{,}79$ s

b) Bestimmen Sie die Auslenkungs-Zeit-Funktion $\phi(t)$ für das ungedämpfte System und berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit des Pendels nach einer viertel Periodendauer.

Lösung: $\phi(t) = 4{,}0^\circ \cdot \cos(\omega t)$ mit $\omega = 2\pi/1{,}79\text{s} = 3{,}50$ 1/s
$\omega(t) = -14{,}0 \text{ 1/s} \cdot \sin(3{,}50 \text{ 1/s} \cdot t)$; $\omega(T/4) = -14{,}0$ 1/s

Für ein anderes Fadenpendel wird Dämpfung berücksichtigt. Es ergibt sich das im Folgenden abgebildete *$\phi(t)$* – Diagramm.



c) Entnehmen Sie dem Diagramm geeignete Werte und berechnen Sie den Dämpfungsgrad ϑ dieses Systems.

Lösung: $T_D \approx 2{,}5$ s; $\phi(3\, T_D) \approx 2^\circ$ führt zu $e^{-\delta \cdot 3T} = ½$ und $\delta = \ln(2)/7{,}5 \text{ s} \approx 0{,}0924$ 1/s
Mit $\vartheta \approx \delta/\omega_0 \approx 0{,}037$

Hinweis: Verwenden Sie die Näherung $T_0 \approx T_D$ für schwach gedämpfte Systeme

4 Wellen (10 Punkte)

Ein l =12 m langes Stahlseil ist am rechten Ende fest eingespannt und kann am linken Ende periodisch mit der Frequenz f = 4 Hz und der Amplitude y_{max} = 3 cm ausgelenkt werden. Auf dem Seil breitet sich dann eine ungedämpfte Transversalwelle mit der Geschwindigkeit c = 16 m/s aus. Die Auslenkung beginnt am linken Rand zum Zeitpunkt t = 0 aus der Nulllage nach oben.

a) Erläutern Sie, was man unter einer Transversalwelle versteht und berechnen Sie die Periodenlänge λ dieser Welle.

Lösung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Schwingungsrichtung der einzelnen Schwinger sind senkrecht zueinander. $\lambda = c/f = 4$ m

b) Zeichnen Sie ein Momentanbild der Welle zum Zeitpunkt t = 0,75 s.

Lösung: 12 m langer Träger mit 3 kompletten Sinuswellen.

Die Welle wird nach dem Erreichen der rechten Seite verlustfrei reflektiert. Ein – und auslaufende Welle können sich im Anschluss ungestört überlagern.

c) Welche neue Schwingungsform ergibt sich auf dem Seil nach der Überlagerung von ein- und auslaufender Welle? Begründen Sie, warum diese neue Schwingungsform auf dem vorliegenden Wellenträger möglich ist.

Lösung: Weil die Länge des Wellenträgers ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist ergibt sich bei Überlagerung der ein- und auslaufenden Welle auf dem fest eigespannten Wellenträger eine stehende Welle.

5 Drehimpuls (15 Punkte)

Ein Schwungrad mit dünnem Außenrand hat eine Masse m = 1,8 t und einen Durchmesser d = 1,6 m. Die Massen der Speichen und der Nabe sollen im Weiteren vernachlässigt werden.
Das Rad dreht sich zu Beobachtungsbeginn mit einer Drehzahl n_0 = 1800 U/min.

a) Begründen Sie physikalisch, warum das Massenträgheitsmoment des Rades mit der Formel $J = m \cdot r^2$ berechnet werden kann. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment J des Rades.

Lösung: Die Masse des Rades befindet sich nahezu komplett in Abstand r, sodass $J = m \cdot r^2$ gerechtfertigt ist (wie Punktmasse im Abstand r). J = 1800 kg $\cdot$(0,8 m)^2 =1152 kg$\cdot$m^2

b) Berechnen Sie die Rotationsenergie, die im rotierenden Rad gespeichert ist. Geben Sie Ihr Ergebnis auch in der Einheit kWh an.

Lösung: $\omega = 2\pi \cdot 30$ 1/s ; $E_{rot} = 1/2 \cdot J\omega^2 \approx$ 20,5 MJ $\approx$ 5,7 kWh

Das Rad wird durch einen Bremsklotz beginnend zum Zeitpunkt t_1 = 5 s nach Beobachtungsbeginn bis zum Stillstand gebremst. Die konstanten Bremskraft am äußeren Rand des Rades beträgt F = 7200 N und der Reibungskoeffizient zwischen Rad und Bremsklotz sei μ = 0,75.

c) Wie groß ist das Drehmoment, das das Rad bremst? Wie lange dauert es bis zum Stillstand des Rades? Zeichnen Sie ein ω(t) – Diagramm für den Zeitraum von Beobachtungsbeginn bis zum Stillstand des Rades.

Lösung M = r$\cdot$$F_R$ =0,8m$\cdot$7200 N $\cdot$0,75 = 4320 Nm; α=M/J =3,75 1/s^2 damit t_B = ω / α =50,3 s
Diagramm: 5 s waagrecht, dann linearer Abfall bis 0 bei 55,3 s.

d) Wie viel Umdrehungen macht das Rad bis zum Stillstand?

Lösung: Überstrichener Winkel $\phi = \omega \cdot 5s + 1/2 \cdot \alpha \cdot (50,3\ s)^2$ =5680 rad was 904 Umdrehungen entspricht.

6 Textaufgaben (10 Punkte)

1. Wie groß ist die Erdbeschleunigung im Mittelpunkt der Erde unter der Annahme, dass die Erde eine Kugel mit homogener Massenverteilung ist, und der Einfluss anderer Planeten, Mond etc. vernachlässigt werden kann? Wählen Sie Ihre Antwort unter den Möglichkeiten 0 m/s², 137 m/s² oder 1000 m/s² aus.

   Lösung: 0 m/s²

2. Erläutern Sie anhand der Zentrifugalkraft die Wirkweise einer Zentrifuge um Substanzen unterschiedlicher Dichte zu trennen.

   Medien/Partikel mit hoher Dichte bewegen sich aufgrund der Massenträgheit nach außen (Grund: Zentrifugalkraft $F=mv^2/r$). Dabei bewegen sich Medien/Partikel mit geringer Dichte nach innen. Sobald die Drehbewegung aufhört, stehen die Reaktionsgläser vertikal und die Substanzen sind bezüglich der Dichte getrennt.