Hochschule Esslingen
University of Applied Sciences

WINTERSEMESTER 2015/16	**Seite: 1 von 18**
Studiengang:	**Prüfungsfach:**
Prüfungsnummer: (Fachnummer)	(Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht) **Teil von:**
Semester:	**Semestergruppe:**
Name Dozent(in): Dr. Wolfgang Engelhart	**Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, 1 Blatt DinA4 (beidseitig beschrieben)**

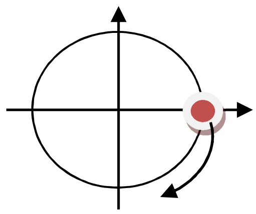
Dauer: 90 Minuten. Max. Punktezahl: 90
Bitte die Lösungen ausschließlich auf den beiliegenden Lösungsblättern lösen. Zusatzblätter von der Aufsicht abzeichnen lassen!

1 Kinematik (20 Punkte)

Gegeben ist die Bahnkurve einer Kreisbewegung. Der Ortsvektor lautet:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2\text{m}\sin(5t/s + \pi/2) \\ 2\text{m}\cos(5t/s + \pi/2) \end{pmatrix}$$

1.) Welchen Durchmesser hat die Kreisbahn der Rotationsbewegung?
4 m
2.) Skizzieren Sie ein x-y-Diagramm für die Bahnkurve und tragen Sie den Anfangsort sowie die Bewegungsrichtung ein.



3.) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$als Funktion der Zeit.

$$\vec{v}(t) = 10\begin{pmatrix} \cos(5t + \pi/2) \\ -\sin(5t + \pi/2) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = -50\begin{pmatrix} \sin(5t + \pi/2) \\ \cos(5t + \pi/2) \end{pmatrix}$$

4.) Zeigen Sie, dass der Betrag der Geschwindigkeit $|\vec{v}(t)|$ konstant ist.

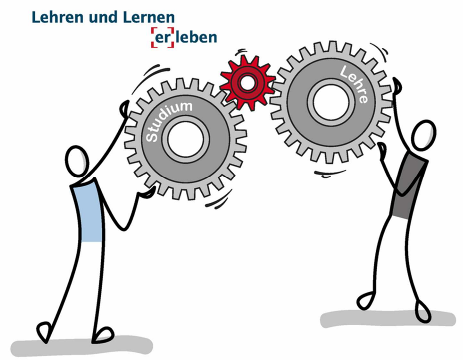
$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{(2 * 5\sin(5t + \pi/2)) + (2 * 5\cos(5t + \pi/2))} = 10\text{m/s}$$

5.) Welche Zeit wird für den Umlauf einer vollen Kreisbahn benötigt?

$$\omega = 5\,\frac{1}{s} = \frac{2\pi}{T} => T = \frac{2\pi}{5}\text{s} = 1.3\text{s}$$

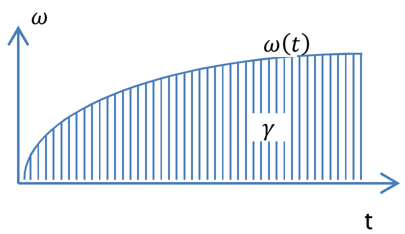
WINTERSEMESTER 2015/16	**Seite: 2 von 18**
Studiengang:	**Prüfungsfach:**
Prüfungsnummer: (Fachnummer)	(Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht) **Teil von:**
Semester:	**Semestergruppe:**
Name Dozent(in): Dr. Wolfgang Engelhart	**Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, 1 Blatt DinA4 (beidseitig beschrieben)**

2 Energieerhaltung (20 Punkte)



Zunächst wird ein 3 kg schweres Zahnrad mit einem Radius von 25 cm betrachtet. Das Zahnrad hat ein Massenträgheitsmoment von J = 0.1 kg m². Um Das Zahnrad in Bewegung zu setzen wird für eine Zeit von t = 10 s eine konstante Leistung von P = 5 Watt aufgebracht. Die Reibung soll vernachlässigt werden.

1. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit nach 10 s?
   Bestimmen Sie zunächst die verrichtete Arbeit.
   W = P t= 50 J
   W=1/2 Jω² => $\omega = \sqrt{2W/J} = 31.6$ Hz
2. Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit *ω(t)* als Funktion der Zeit für die ersten 10 s an.
   Pt=1/2 Jω(t)² => $\omega(t) = \sqrt{\frac{2Pt}{J}}$
3. Skizzieren Sie die Funktion *ω(t)* für die ersten 10 s und markieren Sie den, während der Beschleunigung überstrichenen Winkel γ.



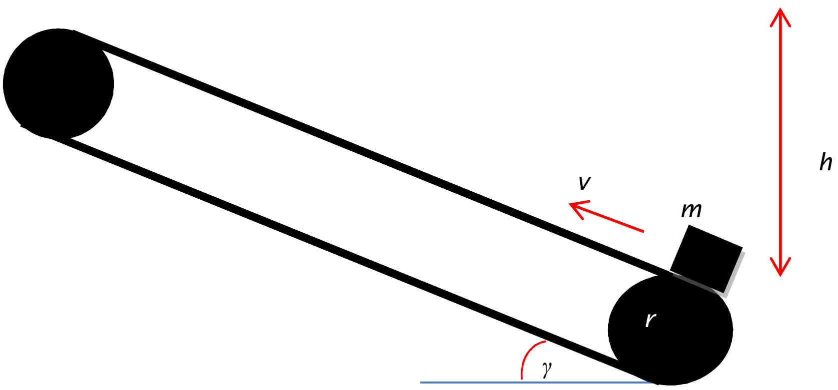
Ein System besteht aus zwei gleich großen Zahnrädern (J = 0.1 kg m², Radius von 25 cm), die durch ein weiteres Zahnrad (J_k = 0.05 kg m², Radius von 12,5 cm) miteinander verbunden sind (siehe Skizze). Die beiden großen Zahnräder sollen sich mit einer Winkelgeschwindigkeit von 5 Hz drehen.

4. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit des kleinen Zahnrads?
   ω = 5 Hz * (25 cm)/12,5 cm = 10 Hz
5. Welche Rotationsenergie hat das gesamte System bestehend aus den drei Zahnrädern. Geben Sie auch an, welche Leistung notwendig ist, um die Drehzahl innerhalb von 10 s zu erreichen?
   W = 2 ½ (0.1 Kg m²) (5 Hz)² + ½ (0.05 Kg m²) (10 Hz)²=2.5 J + 2.5 J = 5 J
   P=W/t=0.5 W W

WINTERSEMESTER 2015/16	**Seite: 3 von 18**
Studiengang:	**Prüfungsfach:**
Prüfungsnummer: (Fachnummer)	(Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht) **Teil von:**
Semester:	**Semestergruppe:**
Name Dozent(in): Dr. Wolfgang Engelhart	**Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, 1 Blatt DinA4 (beidseitig beschrieben)**

3 Kräfte (20 Punkte)

Auf einem Förderband befindet sich eine Masse von 100 kg. Das Förderband ist um einen Winkel $\gamma = 30^{\circ}$ gegenüber der Horizontalen geneigt. Am unteren und oberen Ende des Förderbands befindet sich jeweils eine Umlenkrolle. Das Förderband hat eine Länge von 7 m und wird durch die untere Rolle mit einem Radius von 10 cm angetrieben. Die Massenträgheitsmomente des Bands und der Rollen sollen vernachlässigt werden.



1. Um welche Höhe kann das Förderband die Masse nach oben befördern?
   $h = 7$ m $\sin(30°) = 3.5$ m
2. Wie groß ist die Hangabtriebskraft, Normalkraft und Reibungskraft (Haftreibungszahl $\mu = 0.6$) des Gegenstands auf dem Förderband?
   $F_g = mg = 981$ N
   $F_h = F_g \sin(\gamma) = 490{,}3$ N
   $F_n = F_g \cos(\gamma) = 849{,}6$ N
   $F_r = \mu F_n = 509{,}8$ N
3. Ab welcher Beschleunigung a_{max} beginnt die Masse zu rutschen?
   $F_h + F_{trägheit} = F_r$
   $a_{max} = F_{trägheit}/m = = (F_r - F_h)/m = 0.2$ m/s²
4. Wie groß ist die Winkelbeschleunigung α an der unten Rolle, um die Masse mit der maximalen Beschleunigung a_{max} nach oben zu fördern?

$a_{max} = r\ \alpha$

$\alpha = a_{max} / r = 2\ s^{-2}$

5. Mit welchem Drehmoment muss die untere Rolle angetrieben werden, um die Beschleunigung a_{max} zu erhalten?

   $M = F\ r = (F_h + F_{träg})\ r = F_{reib}\ r = 50.9$ Nm

WINTERSEMESTER 2015/16	**Seite: 4 von 18**
Studiengang:	**Prüfungsfach:**
Prüfungsnummer: (Fachnummer)	(Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht) **Teil von:**
Semester:	**Semestergruppe:**
Name Dozent(in): Dr. Wolfgang Engelhart	**Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, 1 Blatt DinA4 (beidseitig beschrieben)**

4. Schwingungen (20 Punkte)

Ein Feder-Masse System (Federkonstante *c* = 5 N/m; Masse 200 g) wird in Schwingung versetzt. Zur Beschreibung der Federkraft kann das Hookesche Gesetz verwendet werden.

1. Geben Sie zunächst die Auslenkung der Feder bis zum Gleichgewicht an. Wie hängt die Rückstellkraft von der Auslenkung der Masse vom Gleichgewicht ab?
   $mg = c\,l \Rightarrow l = mg/c =$ 39.2 cm
   $F_r = mg - c\,(l-x)$
   $= mg - cl + cx$ /Gleichgewichtsbedingung eingesetzt
   $= cx$
2. Bestimmen Sie die zugehörige Differentialgleichung.
   $F_{träge} = F_r$
   $d^2x/dt^2 + \omega^2 x = 0$ mit $\omega_0^2 = c/m$ = 25 1/s²
3. Wie groß ist die Periodendauer?
   $T_0 = 2\pi/\omega_0$ = 1,25 s

Das Feder-Masse System befindet sich in einem Wasserbecken. Anstelle der freien harmonischen Schwingung handelt es sich nun um eine schwach gedämpfte Schwingung. Experimentell wird beobachtet, dass die Amplitude nach einer Schwingungen um 10% abgenommen hat.

4. Wie groß ist der Dämpfungsgrad D und die Dämpfungskonstante δ

$$\hat{l}(t) = \hat{l}_0 e^{-\delta t}$$
$$\hat{l}(2T) = \hat{l}_0 e^{-\delta T}$$
$$\frac{9}{10}\hat{l}_0 = \hat{l}_0 e^{-\delta T}$$
$$\delta = 0{,}08\ 1/s$$
$$D = \frac{\delta}{\omega} = 0{,}017$$

5. Wie viel Prozent der Anfangsenergie wurde innerhalb einer Schwingung durch Reibung aufgezehrt?

$$= \frac{\frac{1}{2}Dx_0^2 - \frac{1}{2}Dx^2}{\frac{1}{2}Dx_0^2} = \frac{x_0^2 - x^2}{x_0^2} = \frac{1-\left(\frac{9}{10}\right)^2}{1} = 0{,}19 \Rightarrow 19\%$$

WINTERSEMESTER 2015/16	**Seite: 5 von 18**
Studiengang:	**Prüfungsfach:**
Prüfungsnummer: **(Fachnummer)**	(Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht) **Teil von:**
Semester:	**Semestergruppe:**
Name Dozent(in): Dr. Wolfgang Engelhart	**Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, 1 Blatt DinA4 (beidseitig beschrieben)**

5 Textaufgaben (10 Punkte)

1. Nennen Sie zwei Beispiele, bei denen die Corioliskraft im Alltag beobachtet werden kann?
   Zyklon, Massenflussmesser, Eisenbahnschienen, Foucault Pendel
2. Wie ist der Drehimpuls für einen Massenpunkt m definiert, der sich im Abstand $\vec{r}$ mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ an einem Drehzentrum vorbeibewegt?

$$\vec{L} = \vec{r} \ x \ m\vec{v}$$