

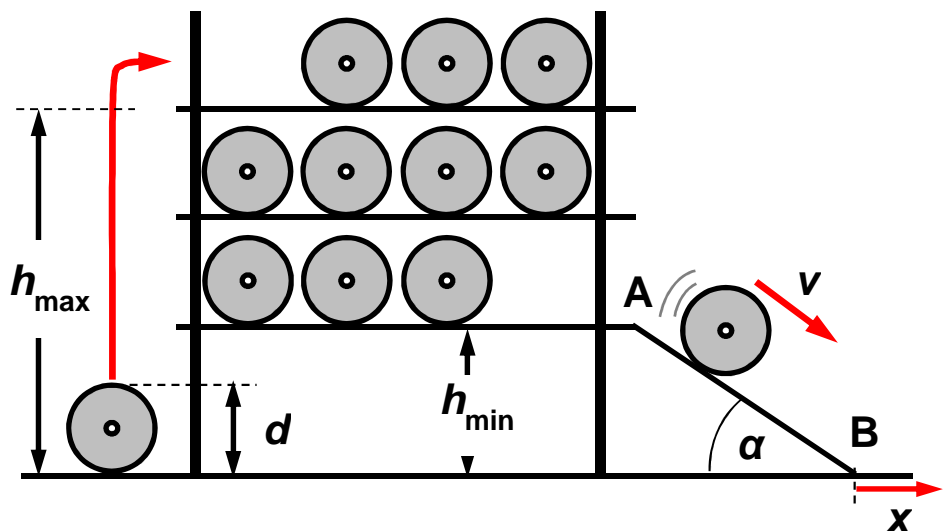
Wintersemester 2015/16	Blatt 1 (von 6) + 1 lin-log-Papier
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001
Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 120 Minuten

Gesamtpunktzahl: 120

Aufgabe 1: Hochregallager

(26 Punkte)

Das Material zur Herstellung von Getränkekartons wird in Form großer Rollen geliefert, die bis zur Verwendung mit einem elektrischen Aufzug in ein Hochregal gehoben werden. Sein Wirkungsgrad η_g bei Umwandlung von elektrischer in mechanische Arbeit sei konstant, das Absenken vor Heben der nächsten Rolle erfordere keine Arbeit.



- Welche mittlere mechanische Leistung liefert die Anlage während des Hebens einer Rolle um die Höhe h_{\max} auf den höchsten Boden, wenn dieser Vorgang 9,25 s dauert ?
- Welche mechanische und welche elektrische Arbeit erfordert die Einlagerung einer Tagesproduktion von 200 Rollen auf dem höchsten Boden (*Angaben in J und kWh !*) ?
- Welche maximale elektrische Leistung nimmt die Anlage auf, während sie eine Rolle in 0,5 s aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit 0,8 m/s bringt ? Welche elektrische Leistung nimmt sie danach auf, wenn sich die Rolle mit 0,8 m/s nach oben bewegt ?

Ein Ingenieur überlegt, die Rollen zur Weiterverarbeitung einfach über eine Rampe vom untersten Boden in die Ebene rollen zu lassen, um Energie beim Auslagern zu sparen.

- Welche Geschwindigkeit hätte eine Rolle in Punkt B der Skizze beim Übergang in die Ebene, wenn sie ihre Bewegung auf der Rampe in Punkt A in Ruhe beginnt ?
- Welche Strecke würde sie dann noch horizontal bis zum Stillstand weiter rollen ?

Angaben

Lager und Hebeanlage:

Höhe oberster Boden $h_{\max} = 7 \text{ m}$
 Höhe unterster Boden $h_{\min} = 3 \text{ m}$
 Neigungswinkel Rampe $\alpha = 25^\circ$
 Gesamtwirkungsgrad $\eta_g = 0,82$

Rolle:

Reibung zwischen Rolle und Boden:
 Rollreibungszahl $\mu_R = 0,025$
 Masse $m = 1600 \text{ kg}$
 Durchmesser $d = 1,4 \text{ m}$

Lösungsvorschlag

Hochregallager

Autor H Käß

a) Mittlere Hebeleistung $P_{\text{hub}} = \Delta E_{\text{pot}} / \Delta t = m \cdot g \cdot h_{\text{max}} / \Delta t = 1600 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 7 \text{ m} / (9,25 \text{ s}^3)$
 $= 109872 \text{ J} / (9,25 \text{ s}) = \mathbf{11,878 \text{ kW}}$

b) Mechanische Arbeit $W_{\text{mech}} = n \cdot \Delta E_{\text{pot}} = 200 \cdot 109872 \text{ J} = 2,1974 \cdot 10^7 \text{ Nm}$
für $n = 200$ Rollen $= \mathbf{21,974 \text{ MJ}}$

W_{mech} hängt über den Wirkungsgrad mit der benötigten elektrischen Arbeit zusammen:

$W_{\text{mech}} = \eta_g \cdot W_{\text{el}}$ liefert $W_{\text{el}} = W_{\text{mech}} / \eta_g = 21,974 \text{ MJ} / 0,82 = \mathbf{26,798 \text{ MJ}}$

Mit der Umrechnung $1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$

folgt $W_{\text{mech}} = 21,974 \text{ MJ} / 3,6 = \mathbf{6,104 \text{ kWh}}$

sowie $W_{\text{el}} = 26,798 \text{ MJ} / 3,6 = \mathbf{7,444 \text{ kWh}}$

c) Für die mechanische Leistung gilt allgemein: $P = F \cdot v$.

Zwei Teilvorgänge sind zu betrachten: (1) Beschleunigungsphase (2) weiteres Heben

(1) Die Rolle wird beschleunigt mit $a = 0,8 \text{ m} / (0,5 \text{ s}^2) = 1,6 \text{ m/s}^2$

Dazu ist die Kraft F_B erforderlich $F_B = m \cdot a = 1600 \text{ kg} \cdot 1,6 \text{ m/s}^2 = 2560 \text{ N}$

Hinzu kommt die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g = 1600 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 15696 \text{ N}$

Die Leistung ist **am Ende** des Vorgangs maximal $P_1 = (F_B + F_G) \cdot v = 14,605 \text{ kW}$

Die zugehörige elektrische Leistungsaufnahme $P_{1,\text{el}} = P_1 / \eta_g = \mathbf{17,81 \text{ kW}}$

(2) Die Rolle wird nun mit $v = \text{const}$ bewegt

Dies erfordert die konstante Kraft $F_2 = F_G$ $F_2 = m \cdot g = 15696 \text{ N}$

Da $v = \text{const}$ ist auch die **Leistung konstant** $P_2 = F_2 \cdot v = 12,557 \text{ kW}$

Die zugehörige elektrische Leistungsaufnahme $P_{2,\text{el}} = P_2 / \eta_g = \mathbf{15,313 \text{ kW}}$

d) Lageenergie E_{pot} geht in Bewegungsenergie $E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}}$ und Reibungsarbeit W_R über:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h_{\text{min}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 + \mu_R \cdot F_N \cdot s = E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}} + W_R$$

Für Kreisfrequenz ω und Translationsgeschwindigkeit v gilt: $v = \omega \cdot r$

Die Normalkraft F_N hängt von α ab: $F_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$

Die Wegstrecke s (AB) hängt von α ab: $h_{\text{min}} / s = \sin(\alpha)$ daraus: $s = h_{\text{min}} / \sin(\alpha)$

$$m \cdot g \cdot h_{\text{min}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 + \mu_R \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot h_{\text{min}} / \sin(\alpha)$$

$$= \frac{3}{4} m \cdot v^2 + \mu_R \cdot m \cdot g \cdot h_{\text{min}} / \tan(\alpha)$$

$$\frac{3}{4} \cdot v^2 = g \cdot h_{\text{min}} (1 - \mu_R / \tan(\alpha))$$

daraus $v = 2 \sqrt{g \cdot h_{\text{min}} (1 - \mu_R / \tan(\alpha)) / 3} = \mathbf{6,094 \text{ m/s}}$

d) Bewegungsenergie $E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}}$ wird in Reibungsarbeit W_R entlang Weg x verwandelt

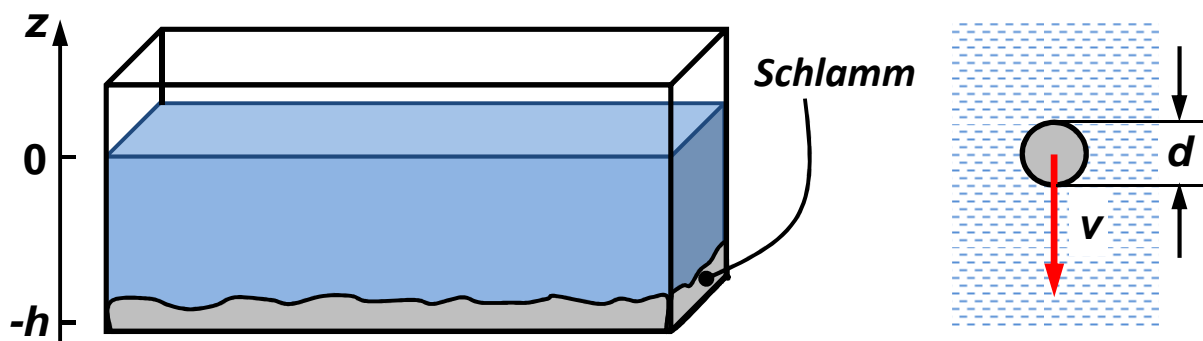
$$E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}} = \frac{3}{4} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \mu_R \cdot x \quad \text{daraus} \quad x = \frac{3 \cdot v^2}{4 \cdot g \cdot \mu_R} = \mathbf{113,6 \text{ m}}$$

Wintersemester 2015/16	Blatt 2 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001

Aufgabe 2: Sedimentationsbecken

(16 Punkte)

Um Wasser auf einfache und mechanische Weise von Schwebstoffen, Schlamm, Sand und Kies zu reinigen, wird es normalerweise in ein Becken geleitet, wo es einige Zeit steht. Wenn sich die Teilchen dann auf dem Boden abgesetzt haben (Skizze links), kann das darüber stehende Wasser abgeleitet werden. Zur Vereinfachung wird nachfolgend angenommen, dass alle Teilchen im Wasser kugelförmig sind (Skizze rechts).



Werden kleine Sandkörnchen in das Wasser gegeben, sinken sie nach kurzer Zeit mit einer sehr kleinen, konstanten Geschwindigkeit v_s auf den Boden ab.

- Leiten Sie auf nachvollziehbare Weise eine Beziehung zur Berechnung von v_s her.
- Welche Sinkgeschwindigkeit haben Sandkörnchen vom Durchmesser d_s im Becken ?
Wie lange dauert ihr Absinken von der Wasseroberfläche bis auf den Beckenboden ?

Kleine Kieselsteine sinken im Wasser mit $v_k \gg v_s$ ab, die Umströmung ist dabei turbulent.

- Leiten Sie auch dafür eine Beziehung zur Berechnung der Sinkgeschwindigkeit v_k her.
- Welche Sinkgeschwindigkeit haben Kieselsteine vom Durchmesser d_k im Becken ?

Angaben

$\rho_s = 2,6 \text{ g/cm}^3$	Dichte Sand und Kieselstein	$\rho_w = 1,00 \text{ g / cm}^3$	Dichte von Wasser
$d_k = 1 \text{ cm}$	Durchmesser Kieselstein	$\eta_w = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$	Viskosität von Wasser
$d_s = 0,05 \text{ mm}$	Durchmesser Sandkörnchen	$h = 3,00 \text{ m}$	Wasserstand im Becken
$c_w = 0,45$	Widerstandsbeiwert einer Kugel		

Lösungsvorschlag

Sedimentationsbecken

Autor H Käß

- a) Bei langsamem Absinken ist die Umströmung laminar, dann wirken folgende Kräfte auf ein kugelförmiges Sandkörnchen ein:

Gewichtskraft $F_G = m \cdot g = (4/3) \pi (d_S/2)^3 \cdot \rho_S \cdot g$ (nach unten)

Reibungskraft nach Stokes $F_R = 6 \pi \eta_W \cdot v_S \cdot (d_S/2)$ (nach oben)

Hydrostatische Auftriebskraft $F_A = \rho \cdot V \cdot g = (4/3) \pi (d_S/2)^3 \cdot \rho_W \cdot g$ (nach oben)

Für $v_S = \text{const}$ herrscht Kräftegleichgewicht, die resultierende Kraft F_{res} ist gleich Null

$$F_{\text{res}} = F_G + F_A + F_R = (4/3) \pi (d_S/2)^3 \cdot \rho_S \cdot g - (4/3) \pi (d_S/2)^3 \cdot \rho_W \cdot g - 6 \pi \eta_W \cdot v_S \cdot (d_S/2) = 0$$

$$v_S = (4/3) (d_S/2)^2 \cdot g (\rho_S - \rho_W) / (6 \eta_W) = (d_S)^2 \cdot g (\rho_S - \rho_W) / (18 \eta_W)$$

- b) Sinkgeschwindigkeit Sandkörnchen mit $d_S = 0,05 \text{ mm}$:

$$v_S = (5 \cdot 10^{-5} \text{ m})^2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (2600 - 1000) \text{ kg/m}^3 / (18 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s})$$

$$= 2,18 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Die Absinkdauer folgt aus $v_S = h / t$: $t = h / v_S = 3 \text{ m} / (2,18 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}) = 1376 \text{ s}$

- c) Bei schnellem Absinken ist die Umströmung turbulent, es wirken folgende Kräfte :

Gewichtskraft (wie in a) !!) $F_G = m \cdot g = (4/3) \pi (d_K/2)^3 \cdot \rho_S \cdot g$ (nach unten)

Strömungswiderstandskraft $F_R = 1/2 \rho_W \cdot (v_K)^2 \cdot c_W \pi (d_K/2)^2$ (nach oben)

Hydrostat. Auftrieb (wie in a) !!) $F_A = \rho \cdot V \cdot g = (4/3) \pi (d_K/2)^3 \cdot \rho_W \cdot g$ (nach oben)

Für $v_S = \text{const}$ herrscht Kräftegleichgewicht, die resultierende Kraft ist gleich Null

$$F_G + F_A + F_R = (4/3) \pi (d_K/2)^3 \cdot \rho_S \cdot g - (4/3) \pi (d_K/2)^3 \cdot \rho_W \cdot g - 1/2 \rho_W \cdot (v_K)^2 \cdot c_W \pi (d_K/2)^2 = 0$$

$$(v_K)^2 = 4 d_K \cdot g (\rho_S - \rho_W) / (3 \cdot \rho_W \cdot c_W)$$

$$v_K = 2 \sqrt{d_K \cdot g (\rho_S - \rho_W) / (3 \cdot \rho_W \cdot c_W)}$$

- d) Sinkgeschwindigkeit Kieselstein mit $d_K = 1 \text{ cm}$:

$$v_K = 2 \sqrt{1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (2600 - 1000) / (3 \cdot 1000 \cdot 0,45)} = 0,682 \text{ m/s}$$

(Die – nicht gefragte - Absinkdauer wäre : $t = h / v_K = 3 \text{ m} / (0,682 \text{ m/s}) = 4,40 \text{ s}$)

Wintersemester 2015/16	Blatt 3 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001

Aufgabe 3: Kühlwassersensor

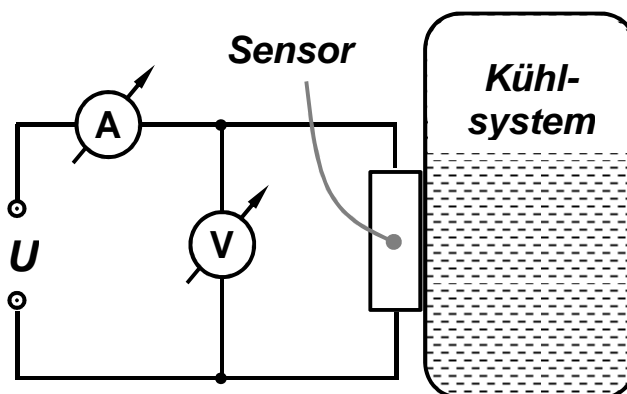
(30 Punkte)

Die weitverbreiteten Sensoren, die in Kühlsystemen aller Art – etwa im Auto – verwendet werden, sind elektrisch gesehen einfache, temperaturabhängige Widerstände. Für ihren Widerstand R als Funktion der absoluten Temperatur T gilt:

$$R(T) = R_0 \cdot e^{\frac{E_g}{kT}}$$

$$k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$E_g = \text{materialspezifische Konstante}$



Die Untersuchung eines solchen Sensors bei verschiedenen Temperaturen ϑ auf der Celsius-Skala ergab die nachfolgende Messreihe:

$\vartheta / ^\circ\text{C}$	22	32	42	52	62	72	82
R / Ω	2705	1610	1084	740	512	361	240

- Zeigen Sie mathematisch, dass die logarithmische Auftragung des Widerstands R über der reziproken absoluten Temperatur $1/T$ eine Gerade ergibt, aus der die material-spezifische Konstante E_g bestimmt werden kann.
- Erstellen Sie ein entsprechendes Diagramm und ermitteln Sie E_g . Geben Sie den Wert für E_g auch in der Energieeinheit Elektronenvolt (eV) an, wobei $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ist.
- Die Betriebsspannung beträgt $U = 5 \text{ V}$. Welcher Strom fließt bei einer Temperatur von 25°C durch den Sensor? (*Hinweis: dabei kann das Diagramm verwendet werden*)
- Schätzen Sie die Messunsicherheit mit Fehlergraden ab und ermitteln Sie für E_g ein sinnvoll gerundetes Endergebnis mit einer signifikanten Stelle in der Fehlerangabe.

- a) **Logarithmieren** der theoretischen Beziehung ergibt

$$\ln R(T) = \ln R_0 + E_g / (k \cdot T) = \ln R_0 + (E_g / k) \cdot 1/T$$

Bei Auftragung von $\ln R$ gegen $1/T$ ergibt sich eine Gerade der **Steigung $m = E_g / k$**

Die Steigung m wird aus der grafischen Auftragung ermittelt, daraus folgt $E_g = k \cdot m$

- b) ... siehe Diagramm ...

$$\begin{aligned} \text{Steigung der optimalen Gerade } m_{\text{opt}} &= \ln(5200 \Omega / 285 \Omega) / (3,55 - 2,85) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \\ &= 2,904 \text{ K} / 0,7 \cdot 10^{-3} = 4148,5 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Daraus folgt die Materialkonstante } E_g &= k \cdot m_{\text{opt}} = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 4148,5 \text{ K} \\ &= \mathbf{5,728 \cdot 10^{-20} \text{ J}} = \mathbf{0,3575 \text{ eV}} \end{aligned}$$

- c) Der Widerstand R bei $25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$ wird direkt aus dem Diagramm abgelesen:

$$\text{Ablesen bei } 1 / 298 \text{ K} = 3,356 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \text{ liefert } R = 2300 \Omega$$

$$\text{Somit ist der Strom bei } U = 5 \text{ V} \quad I = U / R = \mathbf{2,174 \text{ mA}}$$

- d) Die Fehlergrenzen werden graphisch aus dem Diagramm ermittelt.

$$\begin{aligned} \text{Grenzgerade kleinster Steigung } m_{\text{min}} &= \ln(5200 \Omega / 285 \Omega) / (3,59 - 2,825) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \\ &= \ln(18,25) \cdot 1000 \text{ K} / 0,765 = 3796,0 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\text{Daraus folgt die Materialkonstante } E_{g,\text{max}} = \mathbf{5,242 \cdot 10^{-20} \text{ J}} = \mathbf{0,3272 \text{ eV}}$$

$$\begin{aligned} \text{Grenzgerade größter Steigung } m_{\text{max}} &= \ln(5200 \Omega / 285 \Omega) / (3,525 - 2,87) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \\ &= \ln(18,25) \cdot 1000 \text{ K} / 0,655 = 4433,8 \text{ K} \end{aligned}$$

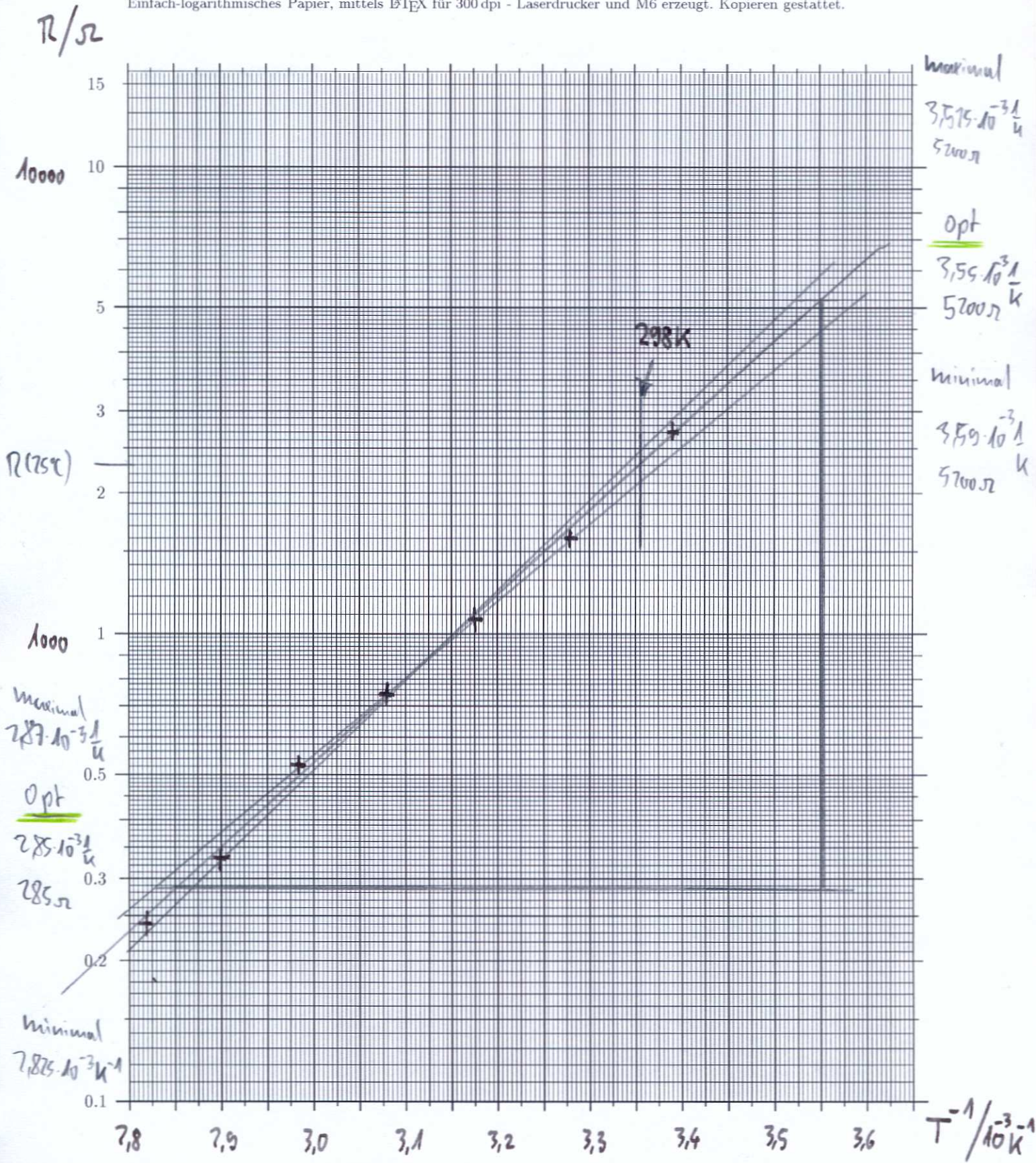
$$\text{Daraus folgt die Materialkonstante } E_{g,\text{min}} = \mathbf{6,123 \cdot 10^{-20} \text{ J}} = \mathbf{0,3821 \text{ eV}}$$

$$\text{Somit ist die Messunsicherheit } \Delta E_g = | E_{g,\text{max}} - E_{g,\text{min}} | / 2 = 2,746 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$$

$$\text{Das sinnvoll gerundete Ergebnis für } E_g \text{ ist damit } E_g = \mathbf{(0,36 \pm 0,03) \text{ eV}}$$

$$\text{(Alternativ ist Angabe in J möglich: } \Delta E_g = | E_{g,\text{max}} - E_{g,\text{min}} | / 2 = 0,44 \cdot 10^{-20} \text{ J)}$$

$$\text{Das sinnvoll gerundete Ergebnis für } E_g \text{ ist damit } E_g = \mathbf{(5,7 \pm 0,4) \cdot 10^{-20} \text{ J}}$$



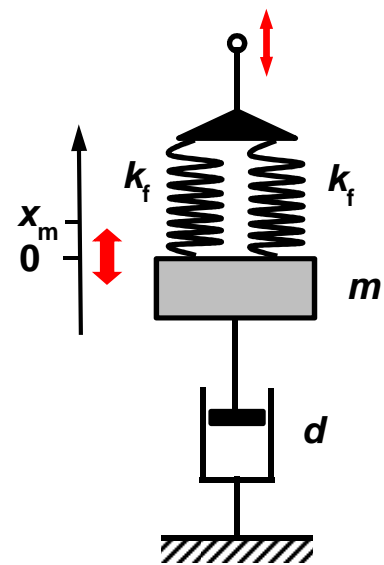
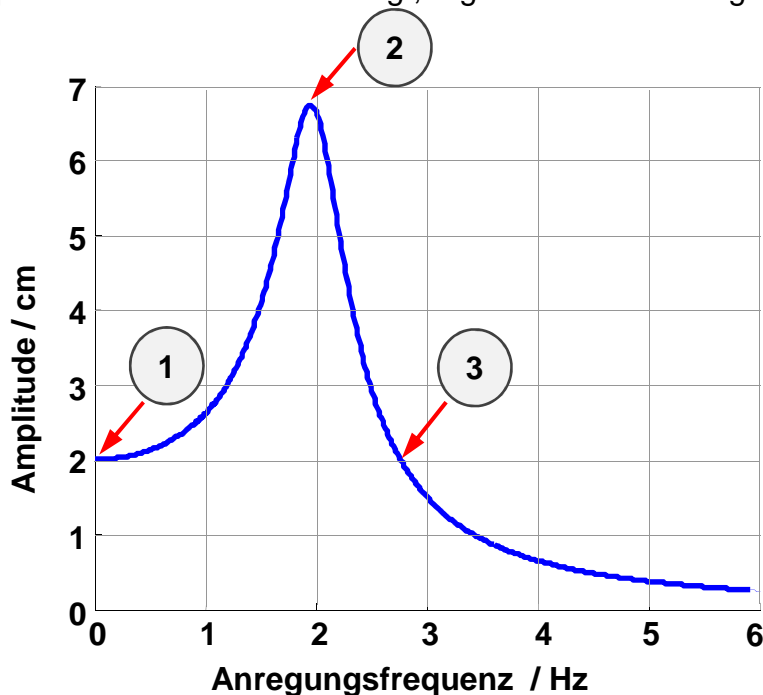
\sim	$^\circ C$	72	32	42	52	62	72	82
T	K	295	305	315	325	335	345	355
$1/T$	$\cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$	3,39	3,28	3,17	3,08	2,98	2,90	2,82

Wintersemester 2015/16	Blatt 4 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001

Aufgabe 4: Resonanzkurve

(18 Punkte)

Ein schwingfähiges System besteht aus einer an zwei gleichen Federn befestigten Masse, deren Bewegung durch einen Dämpfer mit einer viskosen Reibungskraft gebremst wird (Skizze). Wird die Aufhängung der Federn mit einer variablen Anregungsfrequenz vertikal periodisch auf und ab bewegt, ergibt sich die im Diagramm abgebildete Resonanzkurve.



Angabe: $m = 20 \text{ kg}$

- Ermitteln Sie daraus Dämpfungsgrad und Resonanzkreisfrequenz des Systems.
- Mit welcher Maximalgeschwindigkeit bewegt sich die Masse jeweils an den im Diagramm markierten Punkten 1, 2 und 3 ?
- An welchem der Punkte ist die Beschleunigung der Masse maximal ?

Die Dämpfung ist so klein, dass die freie ungedämpfte Schwingungsfrequenz f_0 und die Resonanzfrequenz f_{res} in guter Näherung als gleich angenommen werden können.

- Welchen Wert hat die Federkonstante k_f der beiden gleichen Federn ?

Die Anregung wird abgeschaltet und die Aufhängung der Federn ist in Ruhe.

- Die Masse wird um 10 cm aus der Ruhelage ausgelenkt und losgelassen. Nach welcher Zeit hat sich die Amplitude auf 0,1 cm verringert ?

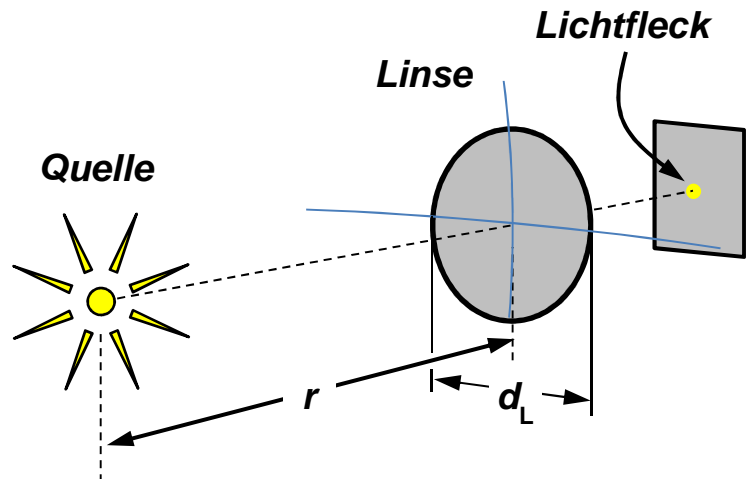
- a) Der Dämpfungsgrad ϑ folgt direkt aus der Resonanzüberhöhung $x_{\text{res}} / x_E = 1 / (2 \cdot \vartheta)$
 Ablesen im Diagramm: $x_{\text{res}} = 6,7 \text{ cm}$ und $x_E = 2 \text{ cm}$
 Daraus folgt $x_{\text{res}} / x_E = 3,35$ und somit **$\vartheta = 0,149$**
 Resonanzfrequenz $f_{\text{res}} = 1,9 \text{ Hz}$ somit $\omega_{\text{res}} = 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{res}} = \mathbf{11,9 \text{ s}^{-1}}$
- b) Geschwindigkeitsamplitude einer harmonischen Schwingung: $v_{\text{max}} = x_{\text{max}} \cdot \omega$
 Punkt a: Grenzfall $f = 0 \text{ Hz}$ also $v_{\text{max},1} = 0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 \text{ cm} = \mathbf{0 \text{ m/s}}$
 Punkt b: $f = 1,9 \text{ Hz}$ also $v_{\text{max},2} = 1,9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6,7 \text{ cm/s} = \mathbf{0,80 \text{ m/s}}$
 Punkt c: $f = 2,75 \text{ Hz}$ also $v_{\text{max},3} = 2,75 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 \text{ cm/s} = \mathbf{0,35 \text{ m/s}}$
- c) Beschleunigungsamplitude einer harmonischen Schwingung: $a_{\text{max}} = v_{\text{max}} \cdot \omega$
 Punkt a: Grenzfall $f = 0 \text{ Hz}$ also $a_{\text{max},1} = 0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0 \text{ cm/s} = 0 \text{ m/s}^2$
 Punkt b: **Maximum** $f = 1,9 \text{ Hz}$ also $a_{\text{max},2} = 1,9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,80 \text{ m/s} = 9,55 \text{ m/s}^2$
 Punkt c: $f = 2,75 \text{ Hz}$ also $a_{\text{max},3} = 2,75 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,35 \text{ m/s} = 6,05 \text{ m/s}^2$
- d) Bei kleiner Dämpfung ist: $f_{\text{res}} \approx f_0$ und damit $\omega_{\text{res}} \approx \omega_0$
 Da $\omega_0 = \sqrt{k / m}$ folgt $k = m \cdot (\omega_0)^2 = 20 \text{ kg} \cdot 11,9^2 / \text{s}^2 = 2832 \text{ N/m}$
 Parallele gleiche Federn: $k = 2 \cdot k_f$ $k_f = k / 2 = \mathbf{1416 \text{ N/m}}$
- e) Der Dämpfungsgrad ϑ liefert mit ω_0 die Abklingkonstante : $\delta = \vartheta \cdot \omega_0$
 da hier $\omega_0 \approx \omega_{\text{res}}$ folgt $\delta = 0,149 \cdot 11,9 \text{ 1/s} = 1,77 \text{ 1/s}$
 Aus $x(t) = x(0) \cdot e^{-\delta \cdot t}$ folgt mit $x(t) / x(0) = 0,1 / 10 = 0,01$
 $\ln(0,01) = -\delta \cdot t$
 $t = \ln(100) / \delta = 4,605 / 1,77 \text{ s}^{-1} = \mathbf{2,60 \text{ s}}$

Wintersemester 2015/16	Blatt 5 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001

Aufgabe 5: Oberflächenuntersuchung

(16 Punkte)

Die Detailuntersuchung der Oberfläche eines Objekts erfordert ihre Beleuchtung mit Licht hoher Intensität. Dazu wird mit einer Linse ein kleines Bild der zur Verfügung stehenden Lichtquelle auf dem Objekt erzeugt. Es erscheint dort als sehr heller Lichtfleck. Nachfolgend wird angenommen, dass die Quelle ihre optische Strahlungsleistung P_S gleichmäßig in alle Raumrichtungen abgibt.

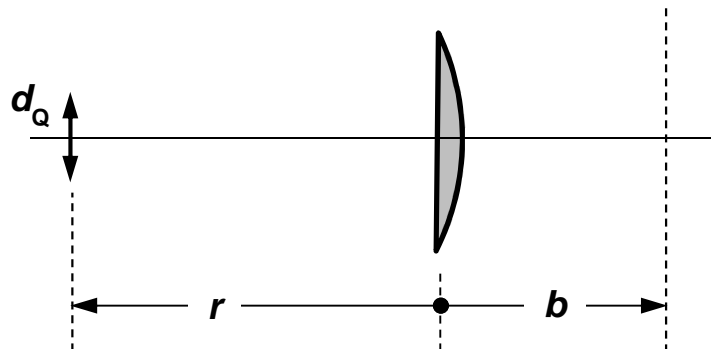


Der Abstand r zur Linse sei so groß, dass die Quelle zur Abschätzung des genutzten Anteils der von ihr abgestrahlten Lichtleistung als Punktstrahler aufgefasst werden darf.

- Welche Intensität hat das Licht der Quelle am Ort der Linse ?
- Welche Strahlungsleistung wird von der kreisrunden Linse aufgefangen und wie groß ist demnach der genutzte Anteil an der gesamten Lichtleistung der Quelle in Prozent ?

Die Linse fokussiere das gesamte aufgefangene Licht ohne Verluste auf das Objekt.

- Das Objekt befindet sich im Abstand b zur Linse. Welche Brennweite muss sie haben, um ein scharfes Bild der Lichtquelle zu erzeugen ?
- Die Linse ist plankonvex. Welche Krümmungsradien haben ihre beiden Oberflächen ?



- Welchen Durchmesser hat das von der Linse erzeugte Bild (dies ist also der Lichtfleck auf dem Objekt) der als kreisrund angenommenen Quelle ?
- Welche mittlere Lichtintensität herrscht demnach innerhalb des Lichtflecks ?

Angaben

$P_S = 5 \text{ W}$ Strahlungsleistung der Quelle
 $d_Q = 3 \text{ cm}$ Durchmesser Lichtquelle
 $r = 1 \text{ m}$ Abstand Quelle - Linse

$d_L = 12 \text{ cm}$ Durchmesser Linse
 $n = 1,5$ Brechzahl Linsenglas
 $b = 30 \text{ cm}$ Abstand Linse - Objekt

a) Intensität $I = P / A = P / (4 \pi \cdot r^2) = 5 \text{ W} / (4 \pi \cdot 1 \text{ m}^2) = \mathbf{0,3979 \text{ W/m}^2}$

b) Die aufgefangene Leistung P_L hängt von der Querschnittsfläche A_L der Linse ab:

$$P_L = I \cdot A_L = I \cdot \pi \cdot (d_L / 2)^2 = 0,3979 \text{ (W/m}^2) \pi (0,06 \text{ m})^2 = \mathbf{4,5 \cdot 10^{-3} \text{ W}}$$

Der genutzte Anteil P_L an der gesamten abgestrahlten Leistung P ist somit

$$P_L / P = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ W} / 5 \text{ W} = 9,0 \cdot 10^{-4} = 0,9 \cdot 10^{-3} = \mathbf{0,09 \% = 0,9\text{‰}}$$

c) Die Quelle im Abstand r von der Linse wird auf das Objekt im Abstand b abgebildet.

Abbildungsgesetz ($g = r$): $1 / r + 1 / b = 1 / f = 1 / 1 \text{ m} + 1 / 0,3 \text{ m} = 4,333 \cdot 1/\text{m}$

Erforderliche Brennweite $f = 1 \text{ m} / 4,33 = 0,231 \text{ m} = \mathbf{23,1 \text{ cm}}$

d) Linsenmachergleichung, plankonvexe Sammellinse, also $r_1 = \infty$ und $r_2 < 0$

$$1 / f = (n_L - 1) \cdot (1 / r_1 - 1 / r_2) = (1,5 - 1) \cdot (0 - 1 / r_2) = -0,5 / r_2$$

Also $r_2 = -0,5 \cdot 23,1 \text{ cm} = \mathbf{-11,54 \text{ cm}}$

e) Abbildungsmaßstab ($g = r$): $d_Q / d_F = -r / b$

also $d_F = -d_Q \cdot b / r = -3 \text{ cm} \cdot 0,3 \text{ m} / 1 \text{ m} = \mathbf{-0,9 \text{ cm}}$

Das negative Vorzeichen bedeutet, dass das Bild der Quelle auf dem Kopf steht ...

f) Die von der Linse aufgefangene Leistung P_L fällt auf den Lichtfleck mit $d_F = 0,9 \text{ cm}$

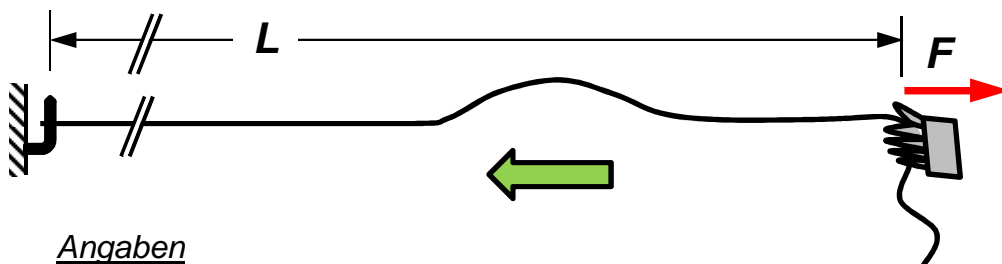
Somit $I = P_L / A_F = P_L / (\pi \cdot (d_F / 2)^2) = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ W} / (\pi \cdot (4,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2) = \mathbf{70,73 \text{ W/m}^2}$

Wintersemester 2015/16	Blatt 6 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 1012001

Aufgabe 6: Seilwelle

(14 Punkte)

Ein oft im Hörsaal gezeigter Schauversuch zur Wellenausbreitung verwendet ein einfaches Gummiseil. Es wird auf einer Seite befestigt und dann von Hand auf einer Länge L von einigen Metern frei gespannt. Schlägt man nahe der Hand auf das Seil, läuft der dadurch angeregte Wellenberg zum Befestigungspunkt und von dort wieder zurück. Genauere Beobachtung zeigt, dass er sogar mehrfach hin- und her reflektiert wird.



Angaben

L : 7,5 m
 m_s : 1,5 kg
 d : 1 cm

Länge des gespannten Gummiseils
Masse des gespannten Seilstücks
Durchmesser des gespannten Seilstücks

- Die Anregung legt innerhalb der Zeitspanne $\Delta t = 5$ s insgesamt drei komplette Durchläufe zurück (bestehend aus Hin- und Rückweg über das Seil). Wie groß ist demnach die Phasengeschwindigkeit der Transversalwellen auf dem Seil ?
- Mit welcher Spannkraft ist das Seil gespannt ?
- Mit welchen Frequenzen ist das Seil anzuregen, damit sich stehende Wellen bei der Grundfrequenz, sowie der ersten und der zweiten Oberfrequenz ausbilden ?
- Wie groß sind Wellenzahl k_0 und Kreisfrequenz ω_0 der Welle mit der Grundfrequenz ?

Das Seil wird nun mit der zweiten Oberfrequenz angeregt, die größte transversale Auslenkung beträgt dabei 10 cm.

- Wie groß sind Wellenzahl k_2 und Kreisfrequenz ω_2 dieser stehenden Welle ?
- Welche maximale Geschwindigkeit und welche maximale Beschleunigung in transversaler Richtung können dabei für Punkte auf dem Seil auftreten ?

a) Laufgeschwindigkeit = Phasengeschwindigkeit $c = 3 \cdot 2 \cdot L / \Delta t = \mathbf{9 \text{ m/s}}$

b) Für die Phasengeschwindigkeit einer Seilwelle gilt: $c = \sqrt{F / (\rho \cdot A)}$
Das Seil hat die Dichte $\rho = m / V = m / (A \cdot L)$
Also $F = c^2 \cdot \rho \cdot A = c^2 \cdot m / L = 81 \text{ m}^2 \cdot 1,5 \text{ kg} / 7,5 \text{ m s}^2 = \mathbf{16,2 \text{ N}}$

c) Stehende Welle auf Seil mit beidseitig festem Ende ...

Grundfrequenz: $\lambda_0 = 2 \cdot L = 15 \text{ m}$ $f_0 = c / \lambda_0 = \mathbf{0,6 \text{ Hz}}$

1. Oberfrequenz: $\lambda_1 = 1 \cdot L = 7,5 \text{ m}$ $f_1 = c / \lambda_1 = \mathbf{1,2 \text{ Hz}}$

2. Oberfrequenz: $\lambda_2 = (2/3) \cdot L = 5 \text{ m}$ $f_2 = c / \lambda_2 = \mathbf{1,8 \text{ Hz}}$

d) Wellenzahl $k_0 = 2 \cdot \pi / \lambda_0 = 2 \cdot \pi / 15 \text{ m} = \mathbf{0,419 \text{ m}^{-1}}$

Kreisfrequenz $\omega_0 = 2 \cdot \pi f_0 = 2 \cdot \pi \cdot 0,6 \text{ Hz} = \mathbf{3,770 \text{ s}^{-1}}$

e) Wellenzahl $k_2 = 2 \cdot \pi / \lambda_2 = 2 \cdot \pi / 5 \text{ m} = \mathbf{1,257 \text{ m}^{-1}}$

Kreisfrequenz $\omega_2 = 2 \cdot \pi f_2 = 2 \cdot \pi \cdot 1,8 \text{ Hz} = \mathbf{11,31 \text{ s}^{-1}}$

f) Maximale Geschwindigkeit $v_{\max} = x_{\max} \cdot \omega_2 = 0,1 \text{ m} \cdot 11,31 \text{ s}^{-1} = \mathbf{1,131 \text{ m/s}}$

Maximale Beschleunigung $a_{\max} = v_{\max} \cdot \omega_2 = 1,131 \text{ m/s} \cdot 11,31 \text{ s}^{-1} = \mathbf{12,97 \text{ m/s}^2}$