HOCHSCHULE ESSLINGEN

Sommersemester 2015		Blatt 1 von 4
Studiengänge:	MBB, MAP	Sem. 3 und Wiederholer
Prüfungsfach:	TM 2, Teil 2: Schwingungslehre	Fachnummern: 3011, 3012
Hilfsmittel:	Literatur, Manuskript, Taschenrechner	Zeit: 50 min
Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!		

Gesamtpunktzahl: 50

Aufgabe 1 (Waschmaschine – 21 Punkte):

(a) Innere Anregung durch Unwucht.

(b) Aus dem Diagramm liest man ab: $n_{res} = 200\,min^{-1}$.

Damit betragen die Resonanzfrequenz und Resonanzkreisfrequenz

$$f_{res} = 3.33\,Hz, \qquad \omega_{res} = 20.94\,s^{-1}.$$

(c) Parallelschaltung der beiden Federn, d.h. $k_{ges} = 2k = 3\,000\,N/m$. Damit ist

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m_{ges}}} = 20.70\,s^{-1}.$$

Aus $\delta = d_{ges}/(2m_{ges}) = 2d/(2m_{ges})$ (Parallelschaltung der Dämpfer) und $\vartheta = \delta/\omega_0$ folgt

$$\vartheta = \frac{d}{m_{ges}} \cdot \frac{1}{\omega_0} = \frac{d}{\sqrt{2\,k\,m_{ges}}} = 0.138\,.$$

(d) Allgemein gilt

$$\hat{x} = (\mu r)\,V(n)\,,$$

wobei $\mu = m_u/m_{ges}$ und V die Vergrößerungsfunktion ist.

Für sehr hohe Drehzahlen gilt $V(n) \to 1$, also

$$\hat{x} \to \mu r\,, \qquad n \to \infty.$$

Zur Berechnung von μr betrachtet man die Resonanzstelle: Dort ist

$$V(n_{res}) = \frac{1}{2\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2}}\,.$$

Mit dem berechneten Dämpfungsgrad und $\hat{x}_{res} = 2.1\,cm$ (Ablesen aus dem Diagramm) folgt also

$$\mu r = \frac{\hat{x}_{res}}{V(n_{res})} = \hat{x}_{res} \cdot 2\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2} = 0.57\,cm\,.$$

Damit folgt schließlich

$$\hat{x} \to 0.57\,cm\,, \qquad n \to \infty.$$

(e) Die Kraft auf das Gehäuse besteht aus der Feder- und der Dämpferkraft.

Wenn die Schwingung des Bottichs durch die Funktion

$$x(t) \;=\; \hat{x}_{res}\cos(\omega_{res}t-\varphi)$$

beschrieben wird, so gilt für die Feder- und die Dämpferkraft

$$F_F(t) \;=\; -2k\hat{x}_{res}\cos(\omega_{res}t-\varphi)\,, \quad F_D(t) \;=\; 2d\hat{x}_{res}\omega_{res}\sin(\omega_{res}t-\varphi)\,.$$

Überlagerung dieser beiden um eine Viertelperiode gegeneinander phasenverschobenen Schwingungen ergibt eine harmonische Schwingung mit Kreisfrequenz ω_{res} und Amplitude

$$\hat{F}_{res} \;=\; \sqrt{(2k\hat{x}_{res})^2+(2d\hat{x}_{res}\omega_{res})^2} \;=\; 2\hat{x}_{res}\sqrt{k^2+(d\,\omega_{res})^2}\,.$$

Mit den Zahlenwerten aus den vorigen Aufgabenteilen erhält man

$$\hat{F}_{res} \;=\; 65.41\,N.$$

Aufgabe 2 (Physikalisches Pendel – 13 Punkte):

(a) 1. Satz von Steiner:

$$J_A \;=\; J_S \;+\; m\,\frac{l^2}{4} \;=\; m\Big(\frac{l^2}{3}+\frac{r^2}{4}\Big)\,.$$

2. Für die Periode des physikalischen Pendels gilt

$$T \;=\; \frac{2\pi}{\omega} \;=\; 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{mgl/2}}\,.$$

Mit J_A von oben erhält man

$$T \;=\; 2\pi\sqrt{\frac{m\big(l^2/3+r^2/4\big)}{mgl/2}} \;=\; 2\pi\sqrt{\frac{4l^2+3r^2}{6gl}}\,.$$

(b) Die angegebenen Zahlenwerte ergeben

$$T \;=\; 0.475\,s\,.$$

(c) Aus der Formel für T aus Aufgabenteil **(a)** ergibt sich

$$T(\theta) \;=\; 2\pi\sqrt{\frac{4l^2(1+\alpha\theta)^2+3r^2(1+\alpha\theta)^2}{6gl(1+\alpha\theta)}} \;=\; T(\theta\!=\!0)\cdot\sqrt{1+\alpha\theta}\,.$$

Damit ist, wenn man $T_0 := T(\theta\!=\!0)$ setzt und den Hinweis verwendet

$$\frac{\Delta T}{T_0} \;=\; \frac{T(\theta)-T_0}{T_0} \;=\; \sqrt{1+\alpha\theta} \;\approx\; 1+\frac{\alpha\theta}{2}\,.$$

Für $\theta = \pm 20\,K$ folgt

$$\frac{\Delta T}{T_0} \;\approx\; 2.36\cdot 10^{-4} \mathrel{\widehat{=}} 236\,ppm \qquad (\pm 118\,ppm).$$

Wenn dieses Pendel als Uhr verwendet wird, so muß man bei Temperaturschwankungen um $\theta = \pm 20\,K$ also pro Tag ($86\,400\,s$) mit einer Gangabweichung um

$$n \;\approx\; \pm 86\,400\cdot 1.18\cdot 10^{-4} \;=\; \pm 10.2\,s$$

rechnen.

(d) Weil $\Delta T/T_0$ und damit die Gangungenauigkeit des Pendels nur von α und θ, nicht aber von der Pendellänge abhängt, würde es ebenfalls um $\pm 10.2\,s$ falsch gehen.

Aufgabe 3 (Dopplereffekt – 16 Punkte):

(a) Dopplereffekt mit fester Quelle und bewegtem Empfänger ($v > 0$ bedeutet Bewegung *von der Quelle weg*):

$$f_E = \left(1 - \tfrac{v}{c}\right) f_S$$

Mit

$$v(t) = at$$

folgt

$$f_E(t) = \left(1 - \tfrac{at}{c}\right) f_S$$

Für die Intensität gilt, wenn x den Abstand von Quelle und Empfänger bezeichnet,

$$I = I_1 \left(\frac{d}{x(t)}\right)^2$$

Mit

$$x(t) = d + \frac{1}{2}\, at^2$$

folgt

$$I(t) = I_1 \left(\frac{d}{d + at^2/2}\right)^2 = I_1 \left(\frac{1}{1 + at^2/(2d)}\right)^2$$

Für den Schallintensitätspegel gilt schließlich

$$L_I(t) = 10 \,\lg\!\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) dB = L_I(0) - 20 \,\lg\!\left(1 + \frac{at^2}{2d}\right) dB\,.$$

(b) Es ist

$$\frac{f_E(t_0)}{f_S} = 0.95\,.$$

Auflösen der Formel für die Frequenz nach a liefert

$$a = \left(1 - \frac{f_E(t_0)}{f_S}\right) \frac{c}{t_0}$$

Mit den angegebenen Zahlenwerten ergibt sich daraus $a = 3.4\, m/s^2$.

(c) Es ist

$$\frac{I(t_0)}{I_1} = \frac{1}{4}.$$

Auflösen der Formel für die Intensität nach d liefert

$$d = \frac{a}{2}\, t_0^2 \left(\sqrt{\frac{I_1}{I(t_0)}} - 1\right)^{-1}$$

Mit den angegebenen Zahlenwerten ergibt sich daraus $d = 42.5\, m$.

(d) Schallintensität: Mit der Formel **(a)** und den Zahlenwerten aus **(b)**, **(c)** ist

$$I(10\, s) = I_1 \left(\frac{1}{1 + at^2/(2d)}\right)^2 = 4.0 \cdot 10^{-10}\, W/m^2.$$

Für den Schallintensitätspegel erhält man dann mit $I_0 = 10^{-12}\, W/m^2$

$$L_I(10\, s) = 10 \cdot \lg\!\left(\frac{I(10\, s)}{I_0}\right) dB = 26.02\, dB\,.$$

Der Schalldruckpegel ist gleich dem Schallintensitätspegel: $L_p = L_I$

Mit

$$L_p \; = \; 20 \,\lg\left(\frac{p_{eff}}{p_{0,eff}}\right) dB$$

folgt

$$p_{eff}(10\,s) \; = \; p_{0,eff}\,10^{L_p/20\,dB} \; = \; p_{0,eff}\,10^{L_I/20\,dB}$$

Mit $p_{0,eff} = 2 \cdot 10^{-5}\,Pa$ und $L_I = 26.02\,dB$ erhält man

$$p_{eff}(10\,s) \; = \; 4.0 \cdot 10^{-4}\,Pa.$$

Alternative zum Schalldruck:

Mit $I = p_{eff}^2/Z$ ist $p_{eff} = \sqrt{Z \cdot I}$.

Mit $Z = 400\,kg/(m^2 s)$ und I von oben folgt wieder $p_{eff} = 4 \cdot 10^{-4}\,Pa$.