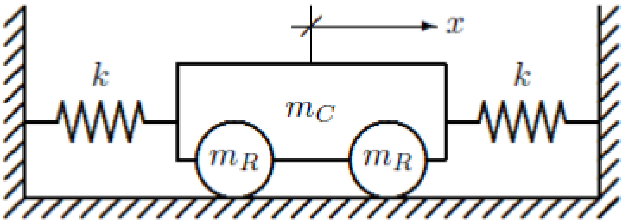
Wintersemester	2014/2015	Blatt 1 (von 3)
Studiengang:	MBB, MAP	Semester 3
Prüfungsfach:	TM2, Teil: Technische Physik 1	Fachnummer: 3011, 3012
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 50 Minuten

Gesamtpunktzahl: 50

<u>Aufgabe 1:</u> Rollschwinger **(20 Punkte)**

Das nebenstehend dargestellte Fahrzeug besteht aus dem Chassis (Masse m_C) und vier scheibenförmigen Rädern (Masse je m_R, Massenträgheitsmoment bezogen auf die Achse je $J = \frac{1}{2}\, m_R\, r^2$). Das Fahrzeug ist mit zwei Federn (Federkonstante je k) an gegenüberliegenden Wänden befestigt.



Zuerst wird reibungsfreie Bewegung angenommen, es liegt also keine Dämpfung vor.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Auslenkung x der ungedämpften harmonischen Schwingungen auf, die das Fahrzeug ausführt. *(Hinweis: Energiesatz)*

b) Bestimmen Sie Formeln für die Kreisfrequenz ω und die Periode T der Schwingung. Begründen Sie kurz, warum der Radius r der Räder in diesen Formeln nicht auftritt.

c) Man misst eine Periode von T = 1.2 s. Berechnen Sie die Massen m_C und m_R, wenn die Gesamtmasse des Fahrzeugs m_{ges} = 4 kg und die Federkonstante k = 0.7 N/cm beträgt.

In Wirklichkeit tritt in den Fahrzeugachsen eine viskose Reibung auf; deswegen ist die Schwingung des Fahrzeugs schwach gedämpft. Man beobachtet, dass nach n = 6 Perioden der Maximalausschlag auf die Hälfte seines Ausgangswerts zurückgegangen ist.

d) Berechnen Sie daraus den Dämpfungsgrad ϑ und die Abklingkonstante δ des Systems. *(Hinweis: Die Periode aus Teil c) ist also die Periode der gedämpften Schwingung)*

Bonusaufgabe **(zusätzlich 5 Punkte)**

e) Bauen Sie einen Term in die Differentialgleichung aus Aufgabenteil a) ein, der die viskose Dämpfung beschreibt. Berechnen Sie dann die Dämpfungskonstanten des Gesamtsystems sowie pro Achse.

Aufgabe 1 (Rollschwinger – 20+5 Punkte):

(a) Die Gesamtenergie des schwingenden Fahrzeugs setzt sich aus der kinetischen Energie der Schwerpunktsbewegung, der Rotationsenergie der Räder um ihre Achsen sowie der elastischen Energie der Federn zusammen, also

$$E \;=\; \frac{m_{ges}}{2}\,\dot{x}^2 \;+\; 4\cdot\frac{J}{2}\,\dot{\varphi}^2 \;+\; 2\cdot\frac{k}{2}\,x^2\,.$$

Mit der Rollbedingung ist $x = (-)r\varphi$, also

$$E \;=\; \frac{1}{2}\left(m_{ges} + \frac{4J}{r^2}\right)\dot{x}^2 \;+\; k\,x^2 \;=\; \frac{1}{2}\Big((m_C + 4m_R) + 2m_R\Big)\,\dot{x}^2 \;+\; k\,x^2\,.$$

Aus dem Energiesatz ergibt sich jetzt

$$\big(m_C + 6m_R\big)\,\ddot{x} \;+\; 2k\,x \;=\; 0\,.$$

(b) Für die Kreisfrequenz und die Periode der Schwingung gilt

$$\omega \;=\; \sqrt{\frac{2k}{m_C + 6m_R}}\,, \qquad T \;=\; \frac{2\pi}{\omega} \;=\; 2\pi\sqrt{\frac{m_C + 6m_R}{2k}}\,.$$

Mit steigendem Radius nimmt zwar das Massenträgheitsmoment der Räder zu ($J \sim r^2$), gleichzeitig sinkt aber die Drehzahl der Räder in gleichem Maße ($\dot{\varphi} = (-)\dot{x}/r^2$). Beide Effekte heben sich für die Rotationsenergie gerade auf.

(c) Man hat zwei Gleichungen, um m_C und m_R zu bestimmen:

$$m_C + 4m_R = m_{ges}\,, \qquad T \;=\; 2\pi\sqrt{\frac{m_C + 6m_R}{2k}}\,.$$

Auflösen der ersten Gleichung nach m_C und Einsetzen in die zweite Gleichung:

$$T \;=\; 2\pi\sqrt{\frac{m_{ges} + 2m_R}{2k}}\,.$$

Auflösen nach m_R und nochmal Verwenden der ersten Gleichung:

$$m_R \;=\; k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \;-\; \frac{m_{ges}}{2}\,, \qquad m_C \;=\; -4k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \;+\; 3m_{ges}\,.$$

Zahlenwerte:

$$m_R \;=\; 0.553\,kg\,, \qquad m_C \;=\; 1.787\,kg\,.$$

(d) Für die Auslenkung gilt (schwache Dämpfung, also $\vartheta \ll 1$)

$$\frac{x(t + nT_d)}{x(t)} \;=\; e^{-n\delta T_d} \;=\; e^{-2\pi n\vartheta}\,.$$

Daraus

$$\vartheta \;=\; \frac{1}{2\pi n}\,\ln\!\left(\frac{x(t)}{x(t + nT_d)}\right).$$

Für $n = 6$ ergibt sich als Dämpfungsgrad des Gesamtsystems

$$\vartheta \;=\; 0.018 \qquad \text{(also ist tatsächlich } \vartheta \ll 1\text{)}\,.$$

Mit der Periode aus Aufgabenteil **(c)** hat man weiter als Abklingkonstante

$$\delta \;=\; \frac{2\pi\vartheta}{T} \;=\; 0.096\,s^{-1}\,.$$

(e) Die Dämpfungskraft für viskose Reibung lautet $-d\,\dot{x}$; damit ergibt sich die Differentialgleichung

$$\big(m_C + 6m_R\big)\,\ddot{x} \;+\; d\,\dot{x} \;+\; 2k\,x \;=\; 0\,.$$

Aus dem Zusammenhang zwischen δ und d folgt jetzt

$$\delta \;=\; \frac{d}{2(m_C + 6m_R)} \qquad \text{bzw.} \qquad d \;=\; 2\delta(m_C + 6m_R)\,.$$

Die Dämpfungen der beiden Achsen sind parallel geschaltet, also hat man für die Dämpferkonstante d_A pro Achse

$$d_A \;=\; \frac{d}{2} \;=\; \delta(m_C + 6m_R)\,.$$

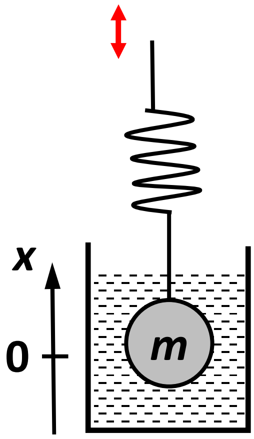
Zahlenwerte:

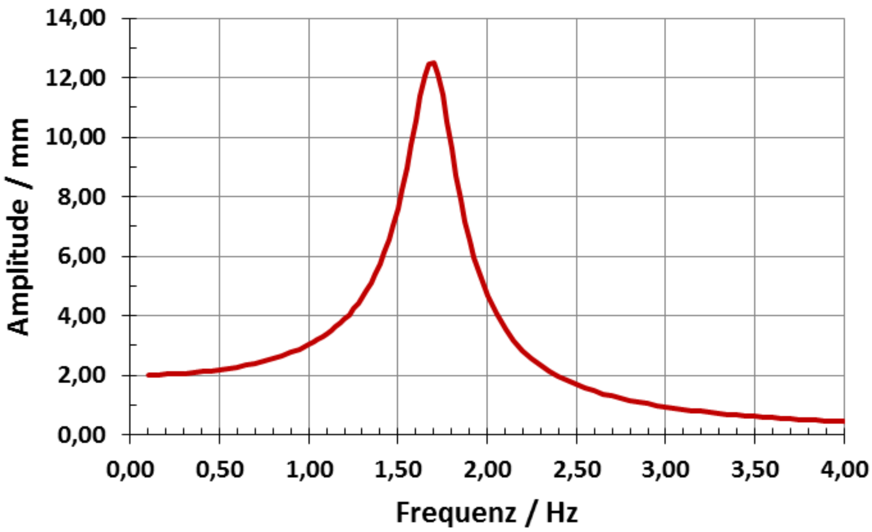
$$d \;=\; 0.983\,kg/s\,, \qquad d_A \;=\; 0.492\,kg/s\,.$$

Wintersemester	2014/2015	Blatt 2 (von 3)
Studiengang:	MBB, MAP	Semester 3
Prüfungsfach:	TM2, Teil: Technische Physik 1	Fachnummer: 3011, 3012

<u>Aufgabe 2</u>: Schwingungsexperiment **(7 Punkte)**

Ein Demonstrationsexperiment zur Veranschaulichung erzwungener Schwingungen mit viskoser Dämpfung besteht aus einer Feder mit daran angehängter Masse, die in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß eintaucht (Skizze unten links). Eine Messung ihrer Schwingungsamplitude in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz ergab den unten rechts abgebildeten Kurvenverlauf.





Hinweis: In den Teilaufgaben a) und b) ist das Diagramm graphisch auszuwerten. Zur Vereinfachung wird davon ausgegangen, dass das System schwach gedämpft ist.

a) Welche Güte und welchen Dämpfungsgrad hat das System ?

b) Welchen Wert hat seine Resonanzfrequenz ?

Das System wird nun mit einer Anregungsamplitude von 0,5 cm zum Schwingen gebracht.

c) Welche Schwingungsamplitude wird sich dann im Resonanzfall ergeben ?

d) Mit welcher maximalen Geschwindigkeit bewegt sich die Masse bei Resonanz ?

Lösungsvorschlag ***Schwingungsexperiment*** ***Autor H Käß***

a) Im Diagramm abgelesen: Resonanzamplitude $\hat{a}_{res} = 12{,}5$ mm

Anregungsamplitude $\hat{a}_E = 2$ mm

Bei Annahme schwacher Dämpfung gilt $Q = \hat{a}_{res} / \hat{a}_E \approx 1 / (2 \cdot \vartheta)$

und daraus folgen Güte $Q = 12{,}5 / 2 = \mathbf{6{,}25}$

sowie Dämpfungsgrad $\vartheta = 1 / (2 \cdot Q) = \mathbf{0{,}08}$

Hinweis: Die – nicht geforderte - exakter Rechnung liefert einen leicht veränderten Wert

Aus $\hat{a}_{res} / \hat{a}_E = 1 / (2 \cdot \vartheta \sqrt{1 - \vartheta^2})$ folgt $(\hat{a}_E / \hat{a}_{res})^2 = 4 \cdot \vartheta^2 (1 - \vartheta^2)$

$\vartheta^4 - \vartheta^2 + ¼ (\hat{a}_E / \hat{a}_{res})^2 = 0$

Mit der Substitution $\vartheta^2 = u$ folgt $u^2 - u + 6{,}4 \cdot 10^{-3} = 0$

Lösungen dieser quadratischen Gleichung sind $u_{1/2} = 0{,}5 \pm 0{,}49356$

Einzig sinnvolle Lösung damit $u_1 = 6{,}4415 \cdot 10^{-3}$ $\vartheta = \mathbf{0{,}0826}$

b) Im Diagramm abgelesen: Resonanzfrequenz $f_{res} = \mathbf{1{,}7\ Hz}$

c) Resonanzamplitude bei $\hat{a}_E = 5$ mm: $\hat{a}_{res} = Q \cdot \hat{a}_E = 5 \cdot 6{,}25$ mm

$= \mathbf{31{,}25\ mm}$

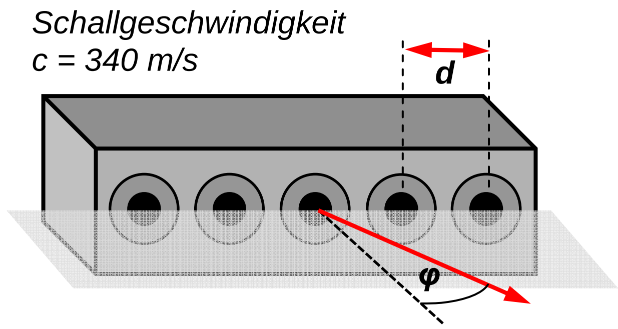
d) Geschwindigkeitsamplitude $v_{max} = \omega_{res}\, \hat{a}_{res} = 2\, \pi\, f_{res} \cdot \hat{a}_{res}$

$= \mathbf{0{,}3338\ m/s}$

Wintersemester	2014/2015	Blatt 3 (von 3)
Studiengang:	MBB, MAP	Semester 3
Prüfungsfach:	TM2, Teil: Technische Physik 1	Fachnummer: 3011, 3012

Aufgabe 3: Lautsprecherkette **(12 Punkte)**

Eine Box zur Beschallung eines Saals enthält eine Kette aus fünf gleichen Lautsprechern in Abständen von jeweils d = 40 cm zueinander (Skizze nebenstehend). Die Schallabstrahlung jedes Lautsprechers erfolgt gleichmäßig in einen halbkugelförmigen Raum vor der Box.



Zuerst ist nur ein einziger Lautsprecher in Betrieb. Er gibt einen Ton der Frequenz 125 Hz ab. Der Schallintensitätspegel in 2 m Abstand beträgt 100 dB.

a) Welche Schallintensität liegt bei diesem Abstand vor ?

b) Welche Schallleistung wird von dem Lautsprecher abgegeben ?

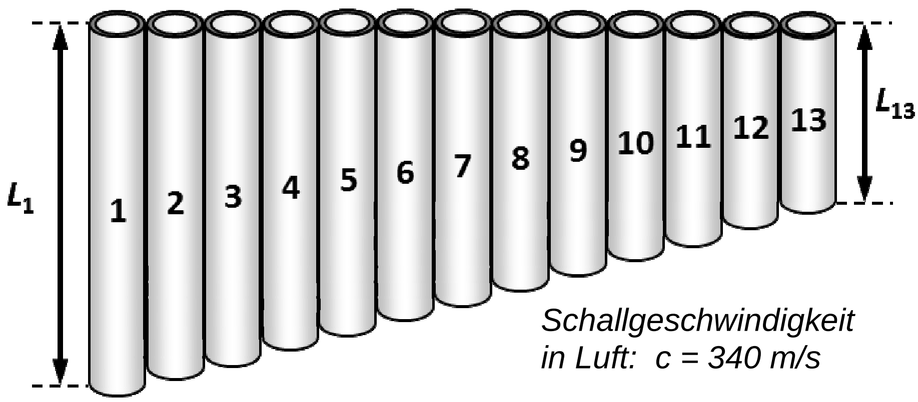
Nun werden alle Lautsprecher gleichphasig mit einer Frequenz f angesteuert.

c) Das resultierende Schallfeld für f = 2 kHz wird in größerer Entfernung ausgemessen. Unter welchen Winkeln φ zur Senkrechten auf die Vorderwand der Box treten Interferenz(haupt) maxima auf ?

d) Für welche hörbaren Frequenzen tritt mehr als ein Hauptmaximum vor der Box auf ?

Aufgabe 4: Musikalisches **(11 Punkte)**

Eine Panflöte besteht aus 13 beidseitig offenen Rohren unterschiedlicher Länge. Beim Anblasen werden jeweils die Grundschwingungen mit den Frequenzen f_1, f_2,…….f_{13} angeregt. Der tiefste Ton der Flöte hat dabei die Frequenz f_1 = 440 Hz und der höchste Ton hat die doppelte Frequenz.



a) Welche Länge L_{13} hat das kürzeste Rohr?

b) Die Frequenzen benachbarter Rohre stehen jeweils immer im gleichen Verhältnis. Berechnen Sie dieses Frequenzverhältnis sowie das Längenverhältnis zweier benachbarter Rohre.

Lösungsvorschlag ***Lautsprecherkette*** ***Autor H Käß***

a) Intensitätspegel $L_I = 10 \lg (I / I_0)$ dB $= 100$ dB mit $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

daraus folgt $I / I_0 = 10^{10}$

und somit $I = 10^{10} \cdot 10^{-12}$ W/m^2 = **10^{-2} W/m^2**

b) Der Schall verteilt sich über eine Halbkugel mit Radius $r = 2$ m

Intensität ist Leistung P pro Fläche $I = P / (2\,\pi\, r^2)$

und somit folgt $P = I\, 2\,\pi\, r^2 = 10^{-2}$ W $2\,\pi\, 4$ m^2 /m^2

= **0,2513 W**

c) Winkelrichtungen der Beugungsmaxima : $\sin \varphi_m = m\,\lambda / d$

Wellenlänge Schall: aus $c = f \cdot \lambda$ folgt $\lambda = c / f$ = 340m / 2000 = 0,17 m

Daraus $m = 0$ φ_0 = **0°**

$m = \pm 1$ φ_1 = arc sin (1 λ / d) = arc sin (0,17 / 0.4) = **± 25,15°**

$m = \pm 2$ φ_2 = arc sin (2 λ / d) = arc sin (0,34 / 0.4) = **± 58,21°**

Ein drittes Maximum kann bei 2 kHz nicht mehr auftreten

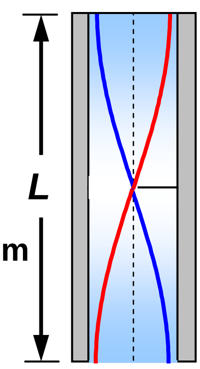
d) Das erste weitere Hauptmaximum (neben dem zentralen Maximum 0. Ordnung) tritt im Grenzfall unter einem Winkel von ± 90° auf. Die Winkelbedingung liefert die zugehörige Wellenlänge $\sin 90° = \lambda / d = 1$

Also wird $\lambda = d = 0{,}4$ m

und daraus $f = c / \lambda = 850$ Hz

Das bedeutet, für Frequenzen **zwischen 850 Hz** und dem **oberen Ende** des **Hörbereichs** - konventionsgemäß bei 20 kHz - wird mehr als ein Hauptmaximum auftreten

Lösungsvorschlag ***Musikalisches***



a) Tiefster Ton $f_1 = 440$ Hz

somit höchster Ton $f_{13} = 2\, f_1 = 880$ Hz

Schwingung mit Grundfrequenz, stehende Welle, beidseits offene Enden

Mit $c = f_{13} \cdot \lambda = f \cdot 2 \cdot L_{13}$ folgt $L_{13} = c / (2 \cdot f_{13})$ = 340 m / 1760 = **0,193 m**

b) Frequenzverhältnis $f_1/f_2 = f_2/f_3 = \ldots = q$

Es ist $f_2 = f_1/q^1$ $f_3 = f_2/q = f_1/q^2$ … $f_{13} = f_{12}/q = f_1/q^{12} = 2\, f_1$

Also $q^{12} = 1 / 2$ $q = 0{,}5^{\,1/12}$ = **0,94387**

Das Längenverhältnis ist wegen $f = c / \lambda$ gerade umgekehrt: $L_1/L_2 = f_2/f_1 = q^{-1}$ = **1,0595**