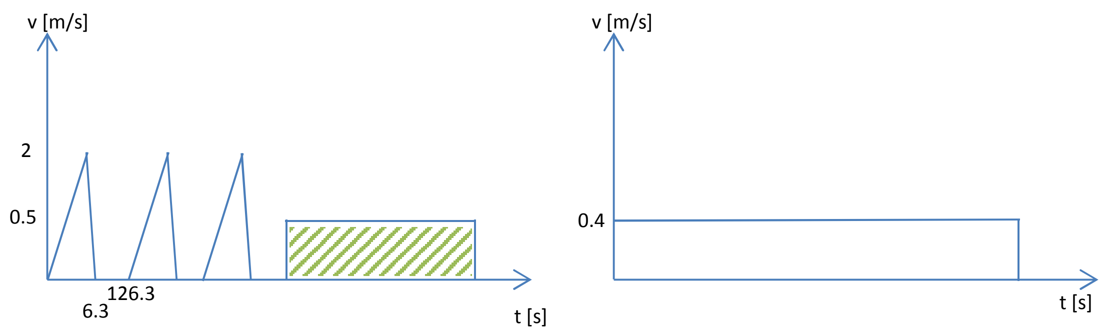
1 Kinematik

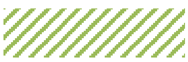
Beim legendären Rennen fordert ein Hase eine Schildkröte heraus. Die Schildkröte läuft mit konstanter Geschwindigkeit und kann innerhalb einer Stunde einen Weg von 400 m zurücklegen. Die Strecke zwischen Start und Ziel beträgt 4 km. Der Hase beschleunigt aus dem Stand gleichförmig auf 2 m/s innerhalb von 5 s. Anschließend verzögert er mit $a_{verz.}$ = 1.5 m/s² bis zum Stillstand um den Abstand zur Schildkröte einzuschätzen. Der Hase wartet 120s und amüsiert sich dabei über die Geschwindigkeit der Schildkröte.

1. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Schildkröte in km/h?
   v = 0.4 km/h = 0.11 m/s
2. Wie lange benötigt die Schildkröte für die Renndistanz?
   $t_{Schildkröte}$=s/v= 36000 s =10 h
3. Wie groß ist die mittlere Beschleunigung des Hasen?
   a_{Hase}=v/t=2m/s / 5s = 0.4 m/s²
4. Wie lange benötigt der Hase, um von maximaler Geschwindigkeit auf null abzubremsen?
   $t' = \Delta v / a_{verz}$=2m/s / 1.5 m/s² = 1.33s
5. Wie groß ist die Entfernung des Hasen zum Start wenn er das erste Mal stoppt?
   $s_{Haase}=s_{besch}+s_{verz}=|1/2a_{beschl}t^2|+|vt'-1/2a_{verz}t'^2|$=5 m + 1.33m =6.33 m
6. Wie groß ist der Abstand zwischen Hase und Schildkröte direkt nach dem Stillstand des Hasen?
   $s_{Schildkröte}$ = vt=0.11m/s(5 s + 1.33s) = 0.69m
   Abstand s_{Haase} - $s_{Schildkröte}$ =5.63 m

Der Hase wiederholt das Beschleunigen, Abbremsen und Warten insgesamt 3 mal bis er gemütlich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 0.5 m/s Richtung Ziel läuft. Ohne das Ziel zu übertreten wartet er auf die Schildkröte und schläft während des Wartens ein.

7. Skizzieren Sie das v-t-Diagramm des Hasen und der Schildkröte.



8. Markieren Sie im v-t-Diagramm den Weg, den der Hase mit konstanter Geschwindigkeit läuft. 

9. In welcher Entfernung vom Start beginnt der Hase mit konstanter Geschwindigkeit zu gehen?

Entfernung: 6.99 m * 3 = 18.99 m
Reststreckte s_{rest} = 3981.01 m

10. Wie lange benötigt der Hase für die Reststrecke?
    $t_{reststrecke} = s_{rest}$ / v =7962s = 2h 12 min 42 s
11. Wie lange kann der Haase schlafen bis die Schildkröte über das Ziel tritt?
    t_{Hase} = 3 * (5s + 1.33 s + 120 s)+ $t_{reststrecke}$ = 8340.99s
    $\Delta t = t_{Schildkröte} - t_{Hase}$ =27659s ~ ca 7.5h

2 Energieerhaltung Teil 1

Ein Radfahrer fährt mit seinem Elektrofahrrad auf ebener Strecke mit 40 km/h. Bis zum Ziel legt er einen Weg von 50 km zurück. Das Fahrrad incl. Biker wiegt 100kg. Die Rollreibung beträgt μ = 0.01.

Ohne Motorunterstützung:

1. Wie groß ist die Reibungskraft.
   F=mgμ = 9.81 N
2. Welche Arbeit verrichtet der Fahrer auf einer 50 km langen Fahrt. Abgesehen von der Reibung sollen alle weiteren Energieverluste des Radfahrers wie z.B. Abwärme vernachlässigt werden.
   E=F*s=9.81N * 50000m= 490500 J
3. Wie lange benötigt er für die Fahrt?
   t=s/v=1,25h = 75 min = 4500 s
4. Welche mittlere Leistung muss er während der Fahrt aufbringen?
   W=E/t= 109 Watt
5. Um seine Reibungsverluste zu kompensieren, könnte der Radfahrer eine Route mit gleichmäßigem Gefälle anstelle einer ebenen Strecke auswählen. Von welcher Höhe muss der Radfahrer starten, um die Reibungsverluste vollständig zu kompensieren.
   h=E/mg= 500 m

Im Akku des Elektrofahrrads sind nur noch 40Wh gespeichert, die er während der 50 km langen Strecke vollständig abgibt. Aufgrund thermischer Belastung ist jedoch die Leistung des Akkus limitiert.

Mit Motorunterstützung

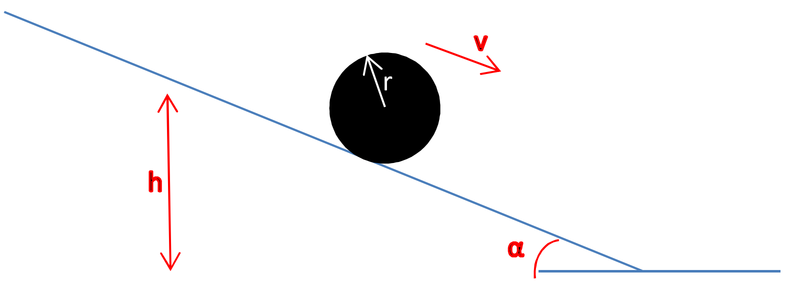
6. Rechnen Sie die 40 Wh in Ws und in J um.
   40Wh = 144 000 Ws = 144 000 J
7. Welche Arbeit muss der Radfahrer zusätzlich mittels Muskelkraft verrichten, um die ebene Strecke von 50 km zurückzulegen?
   Eges=490 500 J-432 000 J=346500 J
8. Überprüfen Sie welche mittlere Leistung der Akku abgibt.
   P=W/t=144 000 J / 4500 s=32 W.

3 Energieerhaltung Teil 2

1. Welche Voraussetzungen müssen für die Kraft F und den Weg s erfüllt sein um die Energie W durch W = F * s auszurechnen?
2. Leiten Sie aus W = F * s einen Ausdruck zur Berechnung der Lageenergie her.
3. Wie müssen Sie die Gleichung W = F * s abändern, wenn der Betrag der Kraft F nicht konstant ist?
4. Zeigen Sie, dass die Spannenergie einer Feder mit der Federkonstante D durch den Ausdruck $W = \frac{1}{2} D s^2$ berechnet werden kann. Verwenden Sie für die Federkraft das hookesche Gesetz.

4 Drehimpuls

Ein Vollzylinder mit der Masse m = 0.5 kg und dem Radius r = 2 cm rollt auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 10°$. Der Höhenunterschied zwischen Ausgangpunkt und dem unteren Ende der schiefen Ebene beträgt h = 0.5 m.



1. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment J des Vollzylinders.
   $J=1/2\ m\ r^2 = 0.0001\ kgm^2$
2. Mit welcher Geschwindigkeit erreicht der Zylinder das Ende der schiefen Ebene?
   EES: Epot = Erot + Etrans
   $mgh = \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$ mit $v=\omega r \Rightarrow \omega = v/r$
   ....
   v = 2.6 m/s
3. Wie groß ist die Kreisfrequenz ω des Rades am unteren Ende der schiefen Ebene
   $\omega = v/r = 127$ Hz
4. Wie groß ist i) die Gesamtenergie, ii) die Translationsenergie und iii) die Rotationsenergie des Vollzylinder?
   Eges= mgh = 2.5J
   Etrans = $\frac{1}{2} m v^2$ = 1.69J
   Erot= $\frac{1}{2} J \omega^2$ = 0.82J
5. Welcher Anteil der ursprünglichen Energie wird in Rotationsenergie umgewandelt?
   33%
6. Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit am unteren Ende der Schiefen Ebene von der Gesamtmasse M unabhängig ist.

$mgh = ½ J ω^2 + ½ m v^2$ mit $ω = v/r$ und $J = ½ m r^2$

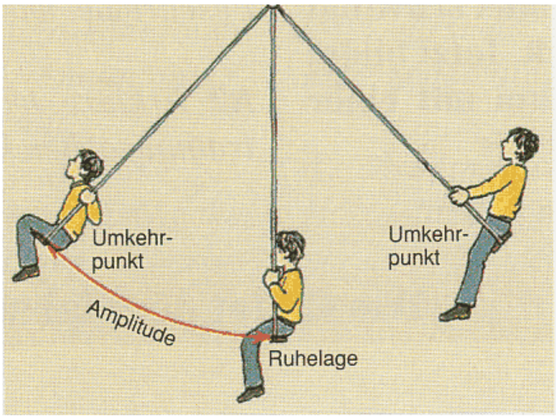
$mgh=½ \quad ½ m r^2 \quad v^2/r^2 + ½ m v^2$

…..

$v^2=4/3 gh$

Bem: Das Massenträgheitsmoment eines Vollzylinders ist $J = ½ m r^2$. Dabei ist m die Masse und r der Radius des Vollzylinders.

5 Schwingungen



Ein Kind (Gewicht m = 30 kg) schaukelt. Das Seil der Schaukel hat eine Länge von 5 m. Zu Beginn wird es bei einer Auslenkung von x_0 = 1 m losgelassen. Die Reibung kann zunächst vernachlässigt werden.

1. Wie groß ist die Kreisfrequenz der Schwingung?
   $ω^2=g/l$ => $ω=1.4Hz$
2. Wie lange benötigt das Kind vom Zeitpunkt des Loslassens bis zum ersten Umkehrpunkt?
   $ω=2π/T$ => $T=2π/ω=4.5$ s
   Es dauert 2.2s
3. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Kind durch die Ruhelage?
   $v=ωx_0$= 1.4 m/s
4. In welcher Höhe befindet sich das Kind beim Start?
   EES $mgh=1/2 m v^2$ => h = 0.1 m
5. Geben Sie die Bewegungsgleichung an.
   x(t)=1 m cos (1.4 1/s t)

Nun soll Reibung berücksichtigt werden. Es wird beobachtet, dass nach 5 Schwingungen die Auslenkung um ein Drittel kleiner ist. Demnach können Sie von einer schwach gedämpften Schwingung ausgehen.

6. Bestimmen Sie die Dämpfungskonstante.
   ϒ = - 1/5T ln(2/3) = 0.018 1/s
7. Geben Sie die Bewegungsgleichung zur gedämpften Schwingung an.
   x(t)=1 m exp(- 0.018 1/s t) cos (4.5 1/s t)

6 Textaufgabe.

1. Aus welchem Grund ist eine Elle als Längeneinheit im Vergleich zu dem vom Licht innerhalb einer bestimmten Zeit zurückgelegter Weg ungeeignet?
   - Zu große Schwankungen z.B. zwischen großen und kleinen Personen.

   Nennen Sie zwei Voraussetzung zur Festlegung einer Einheit.
   - Nicht ausreichend Präzise
   - nicht reproduzierbar

2. Eine Kugel der Masse M stößt auf eine andere Kugel der Masse m die ruht. Nehmen Sie an, dass es sich um einen elastischen Stoß handelt. Nach dem Stoß befindet sich die zunächst ruhende Kugel in Bewegung. Bei welchem Verhältnis der Massen M und m wird auf die zunächst ruhende Kugel die maximale Energie übertragen?
   Die beiden Massen m und M müssen gleichgroß sein, um die maximale Energie zu übertragen.