Hochschule Esslingen
University of Applied Sciences

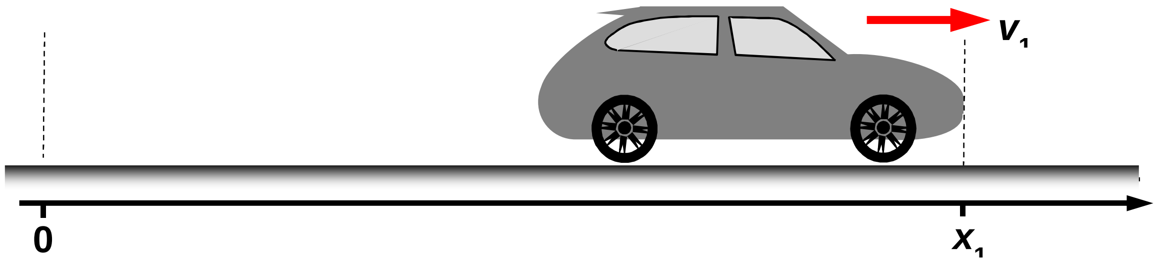
Fakultät Grundlagen

Wintersemester	2014/15	Blatt 1 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 120 Minuten

Gesamtpunktzahl: 120

<u>Aufgabe 1:</u> Fahrleistungen **(22 Punkte)**

Leistungsbedarf und Energieaufwand zur Erreichung der Fahrleistungen eines typischen SUV (sports utility vehicle) sind nachfolgend abzuschätzen. Vereinfachend wird angenommen, dass der Systemwirkungsgrad des Fahrzeugs bei der Umwandlung der chemischen Energie des Benzins in mechanische Arbeit im Motor durchweg konstant ist. Außerdem sollen alle Geschwindigkeitsänderungen bei jeweils konstanter Beschleunigung erfolgen.



Das SUV beschleunigt aus dem Stand in 7,7 s auf die Geschwindigkeit v_1 = 100 km/h. Von Luftwiderstand und Rollreibung wird in den nachfolgenden Teilaufgaben a), b) abgesehen.

a) Welche horizontale Strecke x_1 benötigt es dafür ?

b) Welche mechanische Arbeit und welches Volumen an Benzin sind dafür erforderlich?

Nach weiterer Beschleunigung fährt das Fahrzeug mit konstanter Geschwindigkeit v_2. In den Teilaufgaben c) und d) werden nun Rollwiderstand und Luftwiderstand berücksichtigt.

c) Welche Motorleistung ist erforderlich, um die Geschwindigkeit des Fahrzeugs auf horizontal verlaufender Strecke bei dem konstanten Wert v_2 = 180 km/h zu halten ?

d) Wieviel Liter Benzin verbraucht das Fahrzeug dann auf 100 km Strecke ?

<u>Angaben</u>

***Reibung** zwischen Reifen und Fahrbahn* :
Rollreibungszahl μ_R = 0,015

Benzin:
Inhalt chemische Energie H_i = 41 MJ / kg
Dichte Benzin ρ_B = 0,75 g/cm^3

Fahrzeug:
Masse m = 2400 kg
Querschnittsfläche A = 2,5 m^2
Luftwiderstandsbeiwert c_W = 0,36
Dichte von Luft ρ_L = 1,25 g/dm^3
Systemwirkungsgrad η = 0,40

Lösungsvorschlag ***Fahrleistungen*** ***Autor H Käß***

a) Konstante Beschleunigung $a = \Delta v / \Delta t = 100000 \text{ m} / (3600 \text{ s} \cdot 7{,}7 \text{ s})$

$= 27{,}77 \text{ m} / (7{,}7 \text{ s}^2) = 3{,}607 \text{ m/s}^2$

Erforderliche Strecke $x_1 = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 1{,}804 \text{ m/s}^2 \cdot 7{,}7^2 \text{ s}^2 =$ **106,9 m**

b) Beschleunigungsarbeit $W_B = E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 1200 \text{ kg} \cdot (27{,}77 \text{m/s})^2$

$= 9{,}2593 \cdot 10^5 \text{ Nm} = 925{,}93 \text{ kJ} =$ **0,926 MJ**

W_B hängt über Wirkungsgrad mit der eingesetzten chemischen Energie zusammen:

Aus $W_B = \eta \cdot E_{chem}$ folgt $E_{chem} = W_B / \eta = 0{,}926 \text{ MJ} / 0{,}4 = 2{,}315 \text{ MJ}$

Aus $W_{chem} = H_i \cdot m_{benz}$ folgt $m_{benz} = W_{chem} / H_i = 2{,}315 \text{ kg} / 41 = 5{,}646 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$

Aus $m_{benz} = \rho_B \cdot V_{benz}$ folgt $V_{benz} = m_{benz} / \rho_B = 56{,}46 \text{ g} / (0{,}75 \text{ g/cm}^3)$

$= 75{,}28 \text{ cm}^3 =$ **75,28 ml** $= 0{,}0753$ l

c) Konstante Geschwindigkeit ist nun $v_2 = 180000 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 50 \text{ m/s}$

Rollreibungskraft $F_{roll} = \mu_{roll} \cdot F_N = \mu_{roll} \cdot m \cdot g$

$= 0{,}015 \cdot 2400 \cdot 9{,}81 \text{ kg m/s}^2 = 353{,}2 \text{ N}$

Rollreibungsleistung $P_{roll} = F_{roll} \cdot v_2 = 353{,}2 \text{ N } 50 \text{ m/s} = 17{,}66 \text{ kW}$

Luftwiderstandskraft $F_{luft} = \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2 \cdot A \cdot c_w$

$= \frac{1}{2}\ 1{,}25 \text{ kg/m}^3\ 2500 \text{ m}^2/\text{s}^2\ 2{,}5 \text{ m}^2\ 0{,}36$

$= 1406{,}2 \text{ N}$

Leistung gegen Luftwiderstand $P_{luft} = F_{luft} \cdot v_2 = 1406{,}2 \text{ N } 50 \text{ m/s} = 70{,}31 \text{ kW}$

Gesamte erforderliche Leistung $P_{ges} = P_{roll} + P_{luft} =$ **87,97 kW**

d) Fahrzeit für 100 km Strecke $t_2 = 100000 \text{ m} / (50 \text{ m/s}) = 2000 \text{ s}$

Mechanische Arbeit für 100 km $W_{mech} = P_{ges} \cdot t_2 = 8{,}797 \cdot 10^4 \text{J/s} \cdot 2000 \text{ s} = 175{,}9 \text{ MJ}$

Erforderliche chemische Energie $E_{chem} = W_{mech} / \eta = 175{,}9 \text{ MJ} / 0{,}4 = 439{,}8 \text{ MJ}$

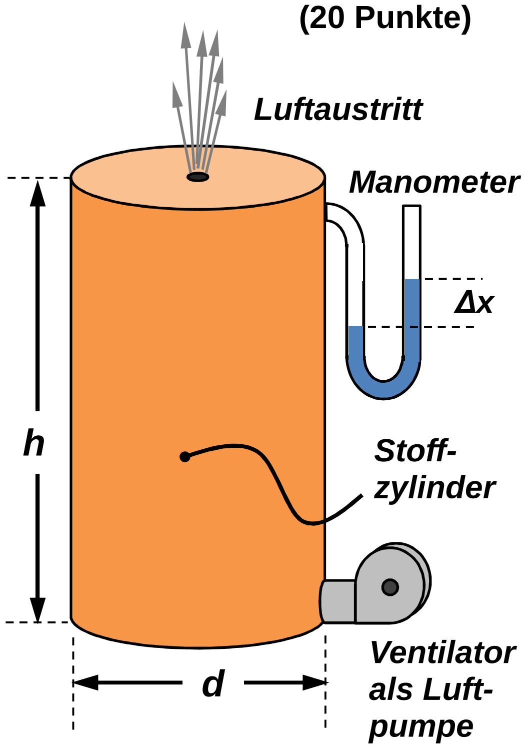
Masse dafür verbrauchtes Benzin $m_{benz} = E_{chem} / H_i = 10{,}728 \text{ kg}$

Volumen verbrauchtes Benzin $V_{benz} = m_{benz} / \rho_B = 10{,}728 \text{ kg} / 0{,}75 \text{ (kg l)} =$ **14,3 l**

Wintersemester	2014/15	Blatt 2 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012

<u>Aufgabe 2:</u> Kunstobjekt - ES leuchtet **(20 Punkte)**

Bei der traditionellen langen Einkaufsnacht wurden in der Innenstadt von Esslingen verschiedene beleuchtete Kunstobjekte aufgestellt. Eines ist in der Skizze rechts zu sehen.



Es ist ein Zylinder aus mit PU beschichtetem Stoff in den mit einem Ventilator Luft geblasen wird. Sie tritt oben durch ein kreisrundes Loch aus und bewegt dabei einige Fäden (zur Vereinfachung nicht gezeichnet). Durch die dauernde Luftzufuhr herrscht im Zylinder ein konstanter Überdruck. Er bleibt prall und steht frei.

Nachfolgend werden die für den Betrieb erforderlichen technischen Kenngrößen berechnet.

a) Welche Druckdifferenz gegenüber dem Außendruck muss im Zylinder mindestens vorliegen, damit er frei steht ?

Tatsächlich beträgt der Überdruck im Zylinder 30 Pa, bitte mit diesen Wert weiter rechnen.

b) Welche mittlere Geschwindigkeit hat die Luft beim Ausströmen aus dem Austrittsloch ?

c) Welchen Volumenstrom an Luft muss der Ventilator in den Zylinder einblasen und welche mechanische Leistung ist dafür notwendig?

Der Überdruck soll - wie in der Skizze eingezeichnet - mit Hilfe eines einfachen, wassergefüllten U-Rohr-Manometers gemessen werden, das oben am Zylinder angebracht wird.

d) Welche Höhendifferenz Δx werden die Wassersäulen in den Schenkeln aufweisen ?

e) Die Druckmessung könnte auch unten am Zylinder in Höhe des Ventilators erfolgen. Würde dies einen anderen Wert Δx ergeben ? *(Keine Rechnung, Antwort begründen !)*

<u>Angaben</u>

ρ_L	=	$1{,}25\ g/l$	*Dichte von Luft*
ρ_W	=	$1{,}00\ g/cm^3$	*Dichte von Wasser*
p_0	=	$1000\ hPa$	*Luftdruck außerhalb des Zylinders*
d_L	=	$3{,}0\ cm$	*Durchmesser des Luftaustrittslochs*
d	=	$50\ cm$	*Durchmesser Zylinder*
h	=	$1{,}80\ m$	*Höhe Zylinder*
m'	=	$60\ g/m^2$	*flächenbezogene Masse des PU-beschichteten Stoffs* 1 m^2 Stoff hat also die Masse 60 g

Lösungsvorschlag ***Kunstobjekt*** ***Autor H Käß***

a) Der Überdruck muss das Gewicht der Hülle tragen (Zylindermantel und Deckfläche):

Masse Deckfläche $m_D = m' \cdot A = m' \cdot \pi \cdot (d/2)^2 = 60\ \mathrm{g/m^2}\ \pi\ 0{,}25^2\ \mathrm{m^2} = 11{,}78\ \mathrm{g}$

Masse Mantelfläche $m_M = m' \cdot A = m' \cdot \pi \cdot d \cdot h = 60\ \mathrm{g/m^2}\ \pi\ 0{,}5\ \mathrm{m}\ 1{,}8\ \mathrm{m} = 169{,}65\ \mathrm{g}$

Gesamtmasse also $m_{ges} = m_M + m_D = 181{,}43\ \mathrm{g}$

Der erforderliche Überdruck Δp wirkt auf die gesamte Deckfläche und beträgt somit

$$\Delta p = F_{ges} / A = m_{ges} \cdot g \cdot / A = 0{,}181\ \mathrm{kg}\ 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} / (\pi\ 0{,}25^2\ \mathrm{m^2})$$
$$= 1{,}780\ \mathrm{N} / 0{,}1963\ \mathrm{m^2} = \mathbf{9{,}064\ Pa}$$

b) Ausströmgesetz (Bunsen) $\Delta p = \frac{1}{2} \rho_L \cdot v^2$

somit $v_m = \sqrt{2 \cdot \Delta p / \rho_L} = \sqrt{2 \cdot 30\ \mathrm{kg \cdot m \cdot m^3 / 1{,}25\ s^2 \cdot m^2 \cdot kg}}$

$$= \sqrt{48}\ \mathrm{m/s} = \mathbf{6{,}928\ m/s}$$

c) Volumenstrom $\Delta V/\Delta t = v_m \cdot A_L = v_m \cdot \pi \cdot (d_L/2)^2 = 6{,}93\ \mathrm{m/s}\ \pi\ (1{,}5 \cdot 10^{-2}\mathrm{m})^2 =$

$$= 6{,}93\ \mathrm{m/s}\ 7{,}069 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2} = 4{,}898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3/s} = \mathbf{4{,}9\ l/s}$$

Pumpleistung $P = \Delta p \cdot \Delta V/\Delta t = 30\ \mathrm{N/m^2} \cdot 4{,}898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3/s} = \mathbf{0{,}147\ W}$

d) Überdruck = Gewichtskraft der Wassersäule (Länge Δx) geteilt durch Querschnitt A

Demnach $\Delta p = F_G / A = \Delta x \cdot \rho_w \cdot A . g / A = \Delta x \cdot \rho_w . g$

und daraus $\Delta x = \Delta p / (\rho_w . g) = 30\ \mathrm{N\ m^3\ s^2} / (\mathrm{m^2}\ 1000\ \mathrm{kg}\ 9{,}81\ \mathrm{m})$

$$= 3{,}058 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = \mathbf{3{,}06\ mm}$$

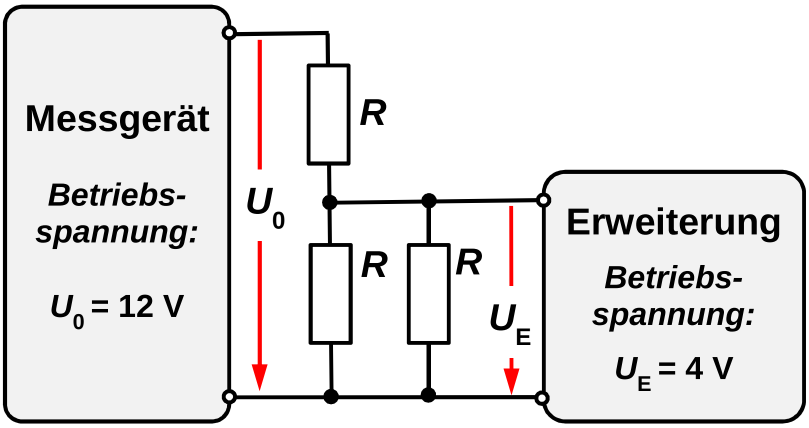
e) Am unteren Ende kommt der **statische Druck einer Luftsäule** der Höhe h hinzu – dies jedoch **sowohl im Innen- als auch im Außenbereich**. Die **gemessene Druckdifferenz** (der Überdruck Δp) zwischen Innen- und Außenraum **ändert sich dadurch nicht.**

Wintersemester	2014/15	Blatt 3 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012

<u>Aufgabe 3:</u> Spannungsversorgung **(18 Punkte)**

In einer Projektarbeit soll ein bei der Spannung U_0 betriebenes Messgerät um ein selbst gebautes Erweiterungsmodul ergänzt werden. Dies ist so klein, dass es in das Gerätegehäuse mit eingebaut werden kann. Allerdings benötigt es eine geringere Betriebsspannung U_E als das eigentliche Messgerät.

Zufällig liegen im Labor einige gleich große Widerstände. So entsteht die Idee, zur Versorgung der Erweiterung daraus einen Spannungsteiler zu bauen.



Messgerät und Erweiterungsmodul mit dem zwischengeschaltetem Spannungsteiler

a) Die drei gleichen, im Spannungsteiler verbauten Widerstände R haben laut Aufdruck den Wert 560 Ω, als Toleranz sind ±10% angegeben. Die Spannung U_0 beträgt immer exakt 12 V. Innerhalb welches Intervalls wird demnach die Spannung U_E liegen ?

Durch Testen finden sich drei Widerstände, deren Wert bei genau 560 Ω liegt. Ohne angeschlossene Erweiterung liefert der damit gebaute Spannungsteiler tatsächlich $U_E = 4$ V.

b) Nach Anschluss der Erweiterung verändert sich U_E. Wie und wieso ? *(Bitte begründen)*

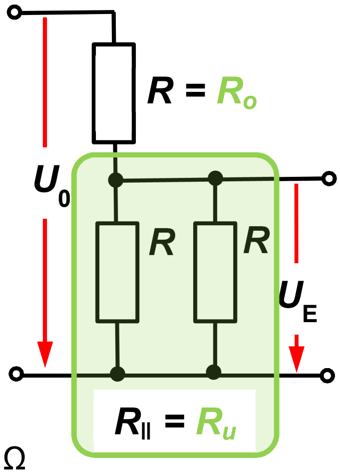
c) Bei einer Betriebsspannung von 4 V nimmt die Erweiterung eine Leistung von 30 mW auf. Welchen Wert hat ihr (rein ohmscher) Innenwiderstand ?

d) Welchen Wert wird U_E demnach bei angeschlossener Erweiterung annehmen ?

Bonusaufgabe **(zusätzlich: 8 Punkte)**

e) Welchen Wert müssten die beiden parallel geschalteten „unteren“ Widerstände im Spannungsteiler haben, damit bei angeschlossener Erweiterung $U_E = 4$ V wird ? Der Wert des „oberen“ einzelnen Widerstands soll dabei bei 560 Ω belassen werden.

Lösungsvorschlag ***Spannungsversorgung*** ***Autor H Käß***



a) Die Spannung U_E wird für die beiden aufgrund der Toleranz denkbaren Extremfälle berechnet :

1. Fall: Der „obere" Widerstand $R = R_o$ ist maximal, der Ersatzwiderstand $R_\parallel = R_u$ für die beiden parallelen Widerstände ist dagegen minimal

Dabei gilt $1 / R_\parallel = 1 / R + 1 / R = 2 / R$

und somit $R_\parallel = R / 2 = R_u$

2. Fall: R_o ist minimal, R_u dagegen maximal

1. Fall: R_o hat Maximalwert $R_o = 110\% \cdot 560\ \Omega = 616\ \Omega$

$R_u = R_\parallel$ wird minimal: $R_u = (90\% \cdot 560\ \Omega) / 2 = 504\ \Omega / 2 = 252\ \Omega$

Spannungsteiler R_o und R_u: $U_E/U_0 = R_u / (R_o+R_u)$

Daraus folgt als Untergrenze $U_E = U_0 \cdot R_u / (R_o+R_u) = 12\text{ V } 252 / (616 + 252) =$ **3,484 V**

2. Fall: R_o hat Minimalwert $R_o = 90\% \cdot 560\ \Omega = 504\ \Omega$

$R_u = R_\parallel$ wird maximal: $R_u = (110\% \cdot 560\ \Omega) / 2 = 616\ \Omega / 2 = 308\ \Omega$

Spannungsteiler R_o und R_u: $U_E/U_0 = R_u / (R_o+R_u)$

Daraus folgt als Obergrenze $U_E = U_0 \cdot R_u / (R_o+R_u) = 12\text{ V } 308 / (504 + 308) =$ **4,552 V**

b) Durch die parallel zu R_u liegende Erweiterung fließt **ein zusätzlicher Strom**. Dadurch wird der Spannungsabfall an R_o größer und **U_E sinkt unter 4 V ab**.

c) Leistungsaufnahme $P_E = U_E \cdot I_E$ mit Innenwiderstand $R_E = U_E / I_E$

Daraus folgt $R_E = U_E^2 / P_E = 16\text{ V}^2 / 0.03\text{ VA} =$ **533,3 Ω**

d) Die drei Widerstände haben genau 560 Ω und nun beträgt $R_u = 560\ \Omega / 2 = 280\ \Omega$

Der Innenwiderstand R_E der Erweiterung liegt parallel zu R_u. Der Ersatzwiderstand R_{ers} für den unteren Teil des Spannungsteilers folgt daher aus:

$1/R_{ers} = 1/R_u + 1/R_E \Rightarrow R_{ers} = R_u \cdot R_E/(R_u+R_E) = 280 \cdot 533\ \Omega /(280+533) = 183{,}6\ \Omega$

Daraus folgt $U_E = U_0 \cdot R_{ers} / (R_o+R_{ers}) = 12\text{ V } 184 / (560+184) =$ **2,963 V**

---

e) Damit $U_E = 4\text{V}$ wird, muss das Teilverhältnis des Spannungsteilers exakt 2:1 sein. Dafür muss der Ersatzwiderstand R_{ers} seines unteren Teils halb so groß sein wie R_o.

Demnach $R_{ers} = R_u \cdot R_E/(R_u+R_E) = R_o / 2$

Somit folgt $2\ R_u \cdot R_E = R_o\ (R_u+R_E)$ daraus $R_u\ (2\ R_E - R_o) = R_o R_E$

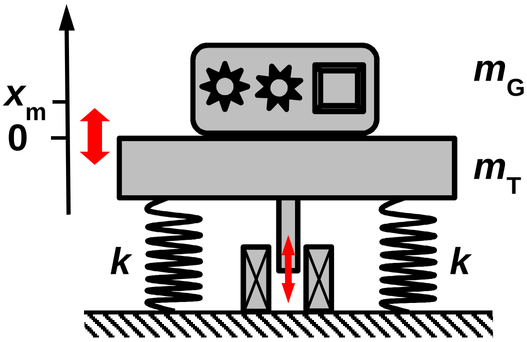
und weiter $R_u = R_o R_E / (2\ R_E - R_o) = 560 \cdot 533\ \Omega /(1066{,}66 - 560) = 589{,}5\ \Omega$

Da $R_u = R/2$ folgt daraus für die beiden einzelnen Widerstände: $R = 2 \cdot R_u =$ **1179 Ω**

Wintersemester	2014/15	Blatt 4 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012

Aufgabe 4: Vibrationstest **(18 Punkte)**

Zur Qualifikation von Mess- und Steuergeräten gehört in der Regel die Untersuchung auf einem Rütteltisch. Das Gerät wird darauf befestigt und für eine bestimmte Zeitdauer Vibrationen ausgesetzt. Anschließend erfolgt die Prüfung auf eventuellen Funktionsausfall. Ein entsprechender Aufbau ist schematisch in der nachstehenden Skizze zu sehen.



Angaben

m_T = 10,5 kg *Masse Tisch*
m_G = 1,5 kg *Masse Gerät*
g = 9,81 m/s^2 *Erdbeschleunigung*

Der Tisch der Masse m_T ist auf zwei Federn gleicher Federkonstante k gelagert. Mit einem unter der Mitte angebrachten Elektromagneten wird er berührungslos in vertikale Schwingungen der Amplitude x_m versetzt. Nach Abschalten des Elektromagneten schwingt er frei.

a) Der Tisch selbst (ohne das zu testende Gerät) schwingt frei mit der Frequenz f_T = 35 Hz. Welchen Wert hat die Federkonstante k der beiden gleichen Federn ?

b) Welchen Wert hat die Frequenz f_G der freien Schwingung nach Befestigen des Geräts?

Zum Test wird das System nun in Resonanz angeregt. Seine Dämpfung ist so klein, dass Resonanzfrequenz und freie Schwingfrequenz f_G als gleich angenommen werden können.

c) Die maximal auf das Gerät einwirkende Beschleunigung soll gleich der 15-fachen Erdbeschleunigung (15 g) sein. Welcher Amplitudenwert x_m ist dafür erforderlich ?

d) Ein Testlauf soll 5 Millionen Schwingungsperioden umfassen. Wie lange dauert er ?

Nach dem Testlauf schwingt das System frei aus, seine Amplitude nimmt dabei innerhalb von 25 Schwingungsperioden auf 60% des Anfangswertes ab.

e) Welche Abklingkonstante und welchen Dämpfungsgrad hat das System ?

Lösungsvorschlag ***Vibrationstest*** ***Autor H Käß***

a) Kreisfrequenz $\omega_T = \sqrt{k_{eff} / m_T} = 2\,\pi\, f_T$

daraus folgt $k_{eff} = 4\,\pi^2 \cdot f_T^2 \cdot m_T = 42\,\pi^2 35^2 \cdot kg/s^2 = 5{,}078 \cdot 10^5\ kg/s^2$

die Federn sind parallel $k_{eff} = 2 \cdot k$ also $k = ½\, k_{eff}$ = $\mathbf{2{,}539 \cdot 10^5\ kg/s^2}$

b) Kreisfrequenz mit Gerät $\omega_G = \sqrt{k_{eff} / (m_T + m_G)} = 2\,\pi\, f_G$

$= \sqrt{5{,}078 \cdot 10^5\ kg / (12\ kg\ s^2)} = 205{,}71\ 1/s$

Frequenz mit Gerät $f_G = \omega_G / (2\,\pi)$ = **32,74 Hz**

c) Geschwindigkeitsamplitude $v_m = \omega_G \cdot x_m$ (da hier $\omega_G = \omega_{res}$!)

Beschleunigungsamplitude $a_m = \omega_G \cdot v_m = \omega_G^2 \cdot x_m$

Es soll sein $a_m = 15\, g$, daraus $x_m = a_m / \omega_G^2 = 15 \cdot 9{,}81\ m / 205{,}71^2 = 3{,}477 \cdot 10^{-3}\ m$

= **3,48 mm**

d) Gesamtdauer $\Delta t = 5 \cdot 10^6\, T_G = 5 \cdot 10^6 \cdot 1 / f_G = 5 \cdot 10^6\ s / 32{,}74$

$= 1{,}5272 \cdot 10^5\ s$ = **42,42 h** = 1 d 18 h 25'

e) Für die Amplitude gilt $x_m(t) = x_m(0) \cdot e^{-\delta \cdot t}$

und damit $x_m(25 \cdot T_G) = 0{,}6\, x_m(0) = x_m(0) \cdot e^{-\delta \cdot 25 \cdot T_G}$

also $\ln(0{,}6) = -\,\delta \cdot 25 \cdot T_G$

Abklingkonstante $\delta = -\ln(0{,}6) / (25 \cdot T_G) = -\ln(0{,}6) / (0{,}7636\ s)$

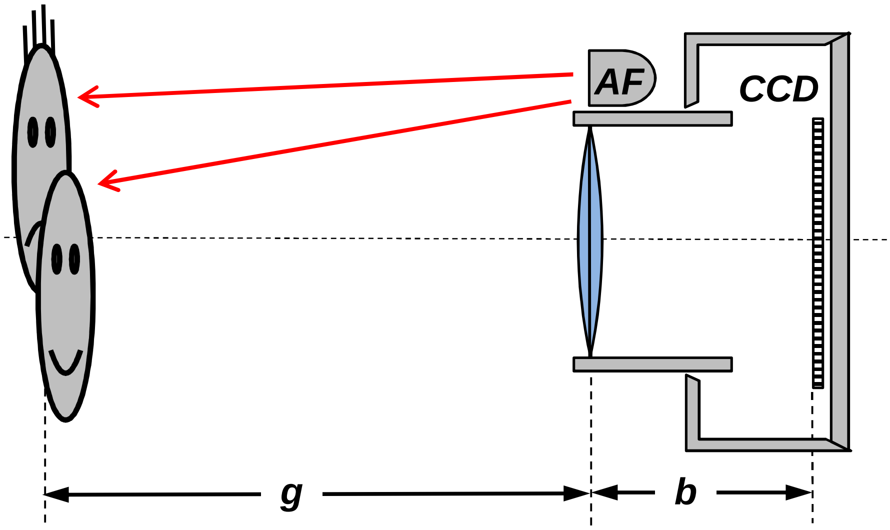
= **0,669 1/s**

Dämpfungsgrad: $\vartheta = \delta / \omega_G = 0{,}669\ s^{-1} / 205{,}71\ s^{-1}$ = $\mathbf{3{,}252 \cdot 10^{-3}}$

Wintersemester 2014/2015	Blatt 5 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

Aufgabe 5: Autofokus **(24 Punkte)**

Die Autofokuseinheit (AF) einer Digitalkamera führt eine schnelle Serie einzelner Messungen des Abstands g zwischen aufzunehmendem Objekt und Kamera durch. Nach Mittelwertbildung wird das Objektiv von der Automatik auf den Abstand b zum Detektorchip (CCD) gebracht, der nach Auslösen ein scharfes Bild ergibt.



Eine typische Messreihe findet sich in der nachstehenden Tabelle:

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9
g / m	3,24	2,98	3,12	2,96	3,06	3,13	2,99	3,15	3,16

a) Berechnen Sie Mittelwert g_m, Standardabweichung s_g und den mittleren Fehler des Mittelwerts Δg für diese Messreihe.

Das Zoom-Objektiv der Kamera wird zur Vereinfachung als einzelne dünne Linse angenähert. Seine Brennweite kann zwischen 6 und 30 mm verändert werden.

b) Die Brennweite des Objektivs sei exakt 6 mm. Welchen Abstand b muss die Automatik einstellen ? Wie groß ist dabei die Unsicherheit Δb aufgrund der Messwertstreuung ?

Hinweis: Der Abstand ist eine Funktion der Gegenstandsweite, $b = b(g)$, daraus ergibt sich der Zusammenhang von Δb und Δg.

c) Angenommen, die Brennweite des Objektivs liege stattdessen bei ihrem Maximum von exakt 30 mm. Welche Werte nehmen – für die gleiche Messreihe - jetzt b und Δb an ?

d) Eine große Unsicherheit Δb bei Einstellung des Abstands bedeutet mit hoher Wahrscheinlichkeit ein unscharfes Bild. Dann verhindert die Automatik das Auslösen der Kamera. Wird dies bei ansonsten gleichen Aufnahmebedingungen eher bei großen oder eher bei kleinen Objektivbrennweiten der Fall sein ? *(Antwort bitte begründen)*

Lösungsvorschlag ***Autofokus*** ***Autor H Käß***

a) Rechnung mit Taschenrechner:

Mittelwert g_m = 3,0878 m

Standardabweichung s_g = 0,0958 m

.Mitterer Fehler des Mittelwerts (*n* Werte) $\Delta g = s_g / \sqrt{n} = 0{,}0958\ \text{m} / \sqrt{9} = 3{,}19\ \text{cm}$

b) Abbildungsgleichung $1/f = 1/b + 1/g$

daraus $1/b = 1/f - 1/g = (g - f) / (g \cdot f)$

und somit $b = b(f, g) = g \cdot f / (g - f)$

Dies ist **<u>keine</u>** reine Produktfunktion, der Größtfehler folgt somit aus den Ableitungen.

Da *f* exakt, bleibt für die Unsicherheit $\Delta b = |\partial b / \partial g| \cdot \Delta g$

und die Quotientenregel liefert $= |(f(g - f) - g \cdot f) / (g - f)^2| \cdot \Delta g$

$= (f^2 / (g - f)^2) \cdot \Delta g$

Mit den Werten für g_m und *f* ergibt sich $b = (6 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}088)\ \text{m} / (3{,}088 - 0{,}006)$

$= 6{,}0117 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$ = **6,012 mm**

und die Unsicherheit beträgt $\Delta b = (36 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2 / (3{,}082\ \text{m})^2)\ 3{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$

$= 1{,}209 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$ = **0,121 µm**

c) Für die maximale Brennweite von genau 30 mm ändern sich die Werte auf

$b = (30 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}088)\ \text{m} / (3{,}088 - 0{,}03)$

$= 30{,}29 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$ = **30,29 mm**

und die Unsicherheit beträgt $\Delta b = (900 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2 / (3{,}058\ \text{m})^2)\ 3{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$

$= 3{,}070 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$ = **3,070 µm**

d) Die Teile b) und c) zeigen, dass die **Unsicherheit *Δb*** bei **großen Brennweiten** hohe Werte annimmt. Sie steigt für $g \gg f$ mit dem Quadrat der Brennweite an. Daher wird die Automatik der Kamera eher bei **großen Brennweiteneinstellungen** blockieren.

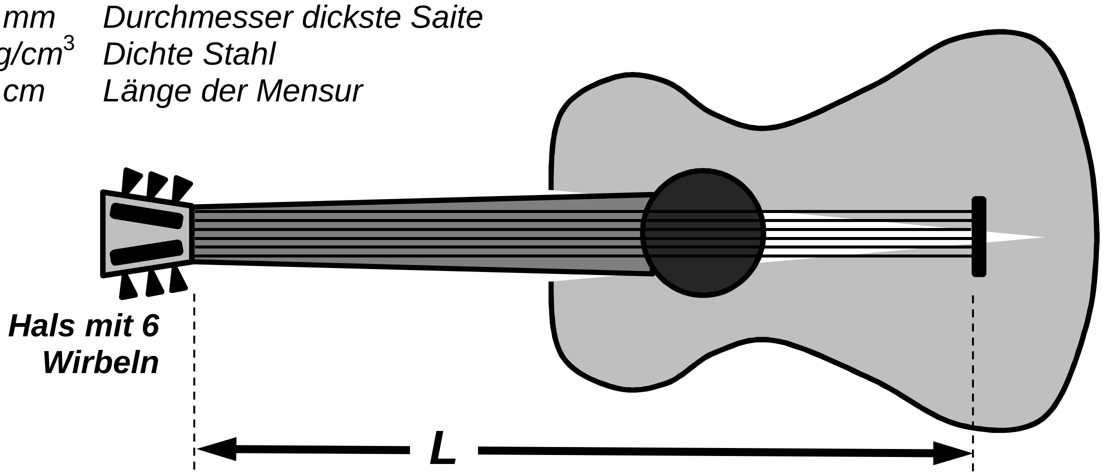
Wintersemester	2014/15	Blatt 6 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012 *(2011)*

Aufgabe 6: Gitarre **(18 Punkte)**

Eine Akustikgitarre besitzt 6 Stahlsaiten. Sie sind jeweils an beiden Enden fest eingespannt und schwingen nach Anzupfen transversal bei unterschiedlichen Frequenzen. Die Grundschwingungsfrequenz f_e der dünnsten Saite entspricht der Note e', dabei schwingt sie auf der vollen Länge L der Mensur. Beim Stimmen der Gitarre wird die auf die Saiten wirkende Spannkraft durch Drehen der Wirbel am Hals verändert.

Angaben

f_e:	329,6 Hz	*Grundschwingungsfrequenz der dünnsten Saite (Note e')*
d_e :	0,30 mm	*Durchmesser dünnste Saite*
d_E :	1,30 mm	*Durchmesser dickste Saite*
ρ_S:	8,2 g/cm^3	*Dichte Stahl*
L:	65 cm	*Länge der Mensur*



a) Welche Phasengeschwindigkeit haben Transversalwellen auf der dünnsten Saite ?

b) Welche Spannkraft wirkt auf die dünnste Saite, wenn sie auf die Note e' gestimmt ist ?

Beim Anzupfen entstehen neben der Grundschwingung auch Oberwellen.

c) Welche Frequenzen haben die beiden Oberwellen, die der Grundschwingung bezüglich ihrer Frequenz am nächsten kommen ?

d) Je nachdem, ob die Saite genau in der Mitte oder aber außermittig angezupft wird, verändert sich der Klang. Wie ist dies zu erklären *(qualitative Antwort, keine Rechnung)* ?

Die Grundschwingungsfrequenz f_E der dicksten Saite (Note E) liegt zwei Oktaven unter derjenigen der dünnsten Saite (eine Oktave entspricht dem Frequenzverhältnis 1 : 2).

e) Welche Spannkraft wirkt auf die dickste Saite ?

Lösungsvorschlag ***Gitarre*** ***Autor H Käß***

a) Bei der Gitarre ist $\lambda = 2 \cdot L = 1{,}30$ m

und die Frequenz $f = f_e = 329{,}6$ Hz

also ist die Phasengeschwindigkeit $c_e = 1{,}30 \text{ m} \cdot 329{,}6 / \text{s} = \mathbf{428{,}48 \text{ m/s}}$

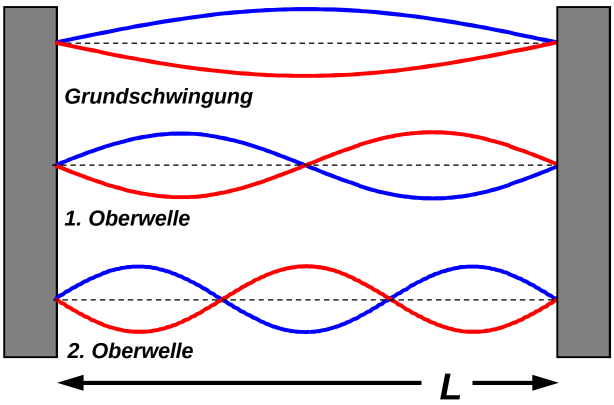
b) Seilwelle $c = \sqrt{F / (A \cdot \rho)} = \sqrt{F / (\pi \cdot r_e^2 \cdot \rho)}$

daraus die Spannkraft $F_e = c_e^2 \cdot A \cdot \rho = c_e^2 \cdot \pi \cdot r_e^2 \cdot \rho =$

$= (428{,}48 \text{ m/s})^2 \cdot \pi \cdot 0{,}15^2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 8200 \text{ kg/m}^3$

$= \mathbf{106{,}42 \text{ N}}$

c)



$f_0 = c / (2 \cdot L) = 329{,}6$ Hz

$f_1 = 2 \cdot f_0 = \mathbf{659{,}2 \text{ Hz}}$

$f_2 = 3 \cdot f_0 = \mathbf{988{,}8 \text{ Hz}}$

d) Zupfen in der **Mitte** regt bevorzugt die Grundschwingung und die **geradzahligen** (2., 4., 6., …) Oberwellen an. Bei Zupfen **außerhalb** der Mitte werden dagegen die **ungeradzahligen** (1., 3., 5., …) Oberwellen relativ dazu stärker angeregt. Dies ergibt eine **andere Mischung** der Schwingungsfrequenzen und daher einen anderen Klang.

e) Zwei Oktaven tiefer … $f_E = ½ \cdot ½ \cdot f_e = 82{,}4$ Hz

die Wellenlänge bleibt $\lambda = 2 \cdot L = 1{,}30$ m

nun ist die Phasengeschwindigkeit $c_E = 1{,}30 \text{ m} \cdot 82{,}4 / \text{s} = 107{,}12 \text{ m/s}$

Daraus folgt die Spannkraft $F_E = c_E^2 \cdot A \cdot \rho = c_E^2 \cdot \pi \cdot r_E^2 \cdot \rho =$

$= 107{,}12^2 \cdot \pi \cdot 0{,}65^2 \cdot 8200 \cdot 10^{-6} \text{ kg m/s}^2$

$= \mathbf{124{,}9 \text{ N}}$