

SOMMERSEMESTER 2014	Seite:
Studiengang: CIB2, BTB2	Prüfungsfach: Physik 2
Prüfungsnummer: 2012,1012001 (Fachnummer)	(Bitte ausfüllen, wenn die Prüfung aus mehreren Teilen besteht) Teil von:
Semester: 2	Semestergruppe: CIB2, BTB2
Name Dozent(in): Hiesgen	Erlaubte Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner

Ohne Gewähr

Aufgabe 1: Federknopf (24 Punkte)

Der Einschaltknopf eines Messgerätes auf der Geräteoberseite wird durch Eindrücken einer Feder mit der Federkonstante $k=500 \text{ N/m}$ um eine Strecke von $\Delta x = 1 \text{ cm}$ (1 sign. Ziffer) betätigt und rastet in dieser Position ein. Die auf der Feder befestigte Kappe hat eine Masse von 50 g.

Es handelt sich um eine freie Schwingung, daher gilt der Erhaltungssatz der mechanischen Energie

- a) Welche Arbeit W muss verrichtet werden, um die Feder aus der Ruhelage zusammenzudrücken? Die Feder kann als masselos betrachtet werden. Kraft und Weg sind parallel ($x_0=0 \text{ m}$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$)

$$W = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta x)^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,01 \text{ m})^2 = 0,025 \text{ J, gerundet } W = 0,03 \text{ J}$$

- b) Wie groß war die Kraft F ?

$$F = k \cdot \Delta x = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,01 \text{ m} = 5 \text{ N}$$

Oder mit $x_0=0 \text{ m}$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$

$$E_{\text{Spann}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2 = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,01 \text{ m})^2 = 5 \text{ N}$$

Kurz nach dem Einschalten löst sich aus Altersgründen die Feder aus der Rasterung und die Kappe beginnt zu schwingen.

Es gibt mehrere Lösungswege!

- a) Welche maximale Beschleunigung der Kappe tritt auf?

$$a = \frac{F}{m} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- b) Welche Anfangsgeschwindigkeit hat die Kappe beim Lösen aus der Rasterung?

$$W = E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$v = 1 \frac{m}{s}$$

Oder alternativ mit $x_0=0$ m, $v_0 = 0$ m/s

$$E_{\text{Spann}} = E_{\text{kin}} \quad \frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta x = 1 \frac{m}{s}$$

c) Wie groß ist die Schwingungsfrequenz ω der Kappe?

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 100 \frac{1}{s}$$

d) Wie groß ist die Periodendauer T der Kappe?

$$T = \frac{\omega}{2\pi} = 15,9 \text{ s}, \quad \text{gerundet } T = 20 \text{ s}$$

e) Wie groß ist die Amplitude \hat{y} der Kappe?

Zum Zeitpunkt $t=0$ s beträgt die Auslenkung $y = -0,01$ m. Die entspricht bei der freien Schwingung der Amplitude

alternativ

$$y(t) = \hat{y} \cdot \cos(\omega_0 t + \Phi_0)$$

$$\dot{y}(t) = -\hat{y} \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \Phi_0)$$

Für $t = 0$ s ist $y(0) = -0,01$ m und $\dot{y}(0) = 0 \frac{m}{s}$

$$0 \frac{m}{s} = -0,01 \text{ m} \cdot 100 \frac{1}{s} \cdot \sin(\Phi_0)$$

$$0 = \sin(\Phi_0)$$

Damit ist $\Phi_0 = 0$ und für die Amplitude ergibt sich

$$-0,01 \text{ m} = \hat{y} \cdot \cos(0)$$

Und damit $\hat{y} = -0,01 \text{ m}$

f) Die Weg-Zeit-Funktion wird allgemein durch $y(t) = \hat{y} \cdot \cos(\omega_0 t + \Phi_0)$ beschrieben.

Wie lautet die konkrete Weg-Zeit-Funktion der Kappe mit allen Größen, wenn sie den Zeitpunkt des Lösens aus der Halterung als $t=0$ s annehmen?

$$y(t) = -0,01 \text{ m} \cdot \cos\left(100 \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

g) Wie groß ist die Auslenkung der Kappe zum Zeitpunkt $t=10$ s?

Hinweis: \cos im Bogenmaß berechnen

$$y(10 \text{ s}) = -0,01 \text{ m} \cdot \cos\left(100 \frac{1}{s} \cdot 10 \text{ s}\right) = -0,01 \text{ m} \cdot 0,562 = -0,00562 \text{ m} = -6 \text{ mm}$$

zur Probe: Berechnung der Beschleunigung (Betrag) aus der Schwingungsgleichung

$$a = \hat{y} \cdot \omega^2 = 0,01 \text{ m} \cdot \left(100 \frac{1}{s}\right)^2 = 100 \frac{m}{s^2}$$

Aufgabe 2 Teil 1: Massenträgheitsmoment Kran (12 Punkte)

Ein Turmdrehkran benötigt im Betrieb für eine vollständige Umdrehung 20 s. Dabei hebt der Kran ein Gewicht der Masse $m = 1000 \text{ kg}$ (1 sign. Ziffer) bei $r = 5 \text{ m}$.

- a.) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit ω_{Betrieb} , mit der sich der Kran dreht?

$$\omega_{\text{Betrieb}} = \frac{2\pi}{T} = 0,315 \frac{1}{s}, \text{ gerundet } \omega_{\text{Betrieb}} = 0,4 \frac{1}{s}$$

- b.) Wie groß ist die Bahngeschwindigkeit der angehängten Masse?

$$v = \omega_{\text{Betrieb}} \cdot r = 0,315 \frac{1}{s} \cdot 5 \text{ m} = 1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ gerundet } v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Das Massenträgheitsmoment des Mastes beträgt $J_{\text{Mast}} = 181,11 \text{ kgm}^2$. Der Ausleger hat entsprechend der Skizze eine Länge von 7 m und kann näherungsweise als homogener Stab mit einer Masse von 1000 kg (1 sign. Ziffer) betrachtet werden. Das Massenträgheitsmoment um seine Symmetrieachse beträgt $J_{S,\text{Ausleger}} = 4083,33 \text{ kgm}^2$.

- c.) Welches Massenträgheitsmoment hat der Ausleger J_{Ausleger} um die eingezeichnete Drehachse?

Der Mast dreht sich um eine Achse, die um $a=1,5 \text{ m}$ parallel zur Symmetrieachse verschoben ist

$$J_{\text{Ausleger}} = J_{S,\text{Ausleger}} + m_{\text{Ausleger}} \cdot a^2$$

$$J_{\text{Ausleger}} = 4083,33 \text{ kgm}^2 + 1000 \text{ kg}_{\text{Ausleger}} \cdot (1,5 \text{ m})^2$$

$$J_{\text{Ausleger}} = 6333,33 \text{ kgm}^2, \text{ gerundet } J_{\text{Ausleger}} = 6000 \text{ kgm}^2$$

- d.) Welches Massenträgheitsmoment hat der Kran ohne Last J_{Kran} um die eingezeichnete Drehachse?

MTMs sind additive bei Drehung um dieselbe Achse

$$J_{\text{Kran ohne Last}} = 6333,33 \text{ kgm}^2 + 181,11 \text{ kgm}^2 = 6514,44 \text{ kgm}^2,$$

$$\text{gerundet } J_{\text{Kran ohne Last}} = 7000 \text{ kgm}^2$$

- e.) Welches Massenträgheitsmoment hat der Kran mit angehängter Last J_{Gesamt} um die eingezeichnete Drehachse?

Die Last kann als Punktmasse betrachtet werden

$$J_{\text{Kran mit Last}} = 6514,44 \text{ kgm}^2 + m_{\text{Last}} \cdot l_1^2 = 6514,44 \text{ kgm}^2 + 1000 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2$$

$$= 31514,44 \text{ kgm}^2, \text{ gerundet } J_{\text{Kran mit Last}} = 3000 \text{ kgm}^2$$

Aufgabe 2 Teil 2: Kran (13 Punkte)

Zu Beginn der Rotationsbewegung benötigt der Kran 10 s, um die maximale Winkelgeschwindigkeit ω_{Betrieb} zu erreichen. Während dieser Zeit ist die Änderung der Winkelgeschwindigkeit konstant.

f.) Welches Drehmoment M muss der Antrieb mindestens haben, um diese Winkelbeschleunigung zu erreichen?

Es handelt sich um eine gleichmäßig beschleunigte Rotation aus der Ruhe

$$\omega_{\text{Betrieb}} = \alpha \cdot t$$

$$\text{Winkelbeschleunigung: } \alpha = \Delta\omega / \Delta t$$

$$\alpha = \frac{\omega_{\text{Betrieb}}}{\Delta t} = \frac{0,315 \text{ 1/s}}{10 \text{ s}} = 0,0315 \frac{1}{\text{s}^2}, \quad \text{gerundet } \alpha = 0,03 \frac{1}{\text{s}^2}$$

$$M = J_{\text{ges}} \alpha = 984 \text{ Nm, gerundet } M=1000 \text{ Nm}$$

Nachdem der Kran sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{Betrieb} dreht wird der Motor abgestellt, nun bewegt sich die Last entlang des Auslegers (r wird kleiner oder größer). Dabei ändert sich die Rotationsfrequenz zu ω' . Nehmen sie an, dass keine Reibung vorhanden ist.

f.) Welcher Erhaltungssatz gilt hier? Begründung!

Da keine äußeren Drehmomente vorhanden sind, gilt der Drehimpulserhaltungssatz

g.) Leiten Sie für die Rotationsfrequenz ω_2 einen Ausdruck her, aus dem die Abhängigkeit der Rotationsfrequenz ω_2 von r zu sehen ist.

$$L_1 = L_2$$

$$L = J \cdot \omega$$

$$J_1 \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \omega_2$$

$$J_{\text{Kran mit Last}} = J_{\text{Kran ohne Last}} + m_{\text{Last}} \cdot r^2$$

$$J_{\text{Kran mit Last}} \cdot \omega_1 = (J_{\text{Kran ohne Last}} + m_{\text{Last}} \cdot r^2) \cdot \omega_2$$

$$\omega_2(r) = \omega_1 \cdot \frac{J_{\text{Kran mit Last}}}{J_{\text{Kran ohne Last}} + m_{\text{Last}} \cdot r^2}$$

Aufgabe 3: Widerstandsnetzwerk (6 Punkte)

In einem Widerstands-Netzwerk sind zwei Widerstände mit $R_1=100\ \Omega$ und $R_2=50\ \Omega$ parallel geschaltet, und in Serie zu den beiden ein weiterer Widerstand von $R_3=200\ \Omega$. Die angelegte Spannung beträgt $U=100\ \text{V}$.

a) Wie groß ist der fließende Strom I ?

$$\frac{1}{R_{\text{parallel}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{100\ \Omega} + \frac{1}{50\ \Omega}$$

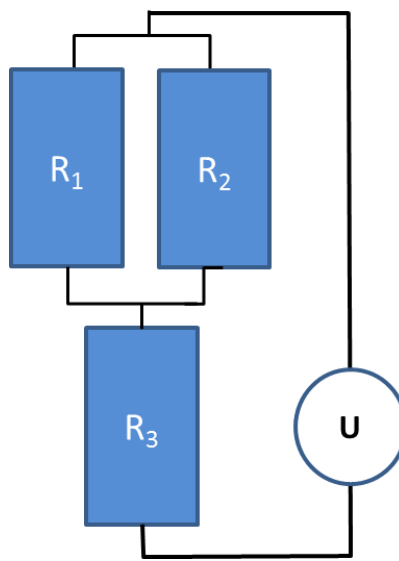
$$R_{\text{parallel}} = 333,3\ \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = R_{\text{parallel}} + R_3 = 333,3\ \Omega + 200\ \Omega = 533,3\ \Omega$$

$$I_{\text{ges}} = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = 0,188\ \text{A}, \quad \text{gerundet } I_{\text{ges}} = 0,2\ \text{A}$$

b) Wenn an dieses Netzwerk eine Spannung von $100\ \text{V}$ angelegt wird, welche elektrische Leistung P wird dann verbraucht?

$$P_{\text{ges}} = U \cdot I = 100\ \text{V} \cdot 0,188\ \text{A} = 18,8\ \text{W}, \quad \text{gerundet } P_{\text{ges}} = 20\ \text{W}$$



Aufgabe 4: Stehende elektromagnetische Welle (10 Punkte)

Eine elektromagnetische Welle mit einer Wellenlänge von $\lambda = 1 \text{ cm}$ trifft senkrecht auf einen Spiegel; die Überlagerung von ein- und auslaufender Welle bildet hier eine stehende Welle aus. Die elektrische Feldstärke hat am metallischen Spiegel einen Knoten.

Für den Betrag der stehenden Welle der elektrischen Feldstärke gilt

$$E(z, t) = E_0 \cdot \sin(kz) \cdot \cos(\omega t) \text{ mit } E_0 = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- a) Wie groß ist die Frequenz ω der Welle?

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{c}{\lambda} = 2 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$$

- b) Wie groß ist die Wellenzahl k der Welle?

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 628 \text{ m}^{-1} \text{ gerundet } k = 600 \text{ m}^{-1}$$

- c) Wie groß ist die elektrische Feldstärke E in einem Abstand von 1 mm zum Spiegel?
 Bei einer stehenden Welle ist die Auslenkung ortsfest und unabhängig von der Zeit, die Zeitabhängigkeit kann also in der Formel vernachlässigt werden.

$$\sin(kz) = \sin(0,628) = 0,588$$

$$E(1 \text{ mm}, t) = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0,588 \cdot \cos(\omega t) = 58,8 \frac{\text{V}}{\text{m}}, \quad \text{gerundet } E(1 \text{ mm}, t) = 60 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Aufgabe 5 : Druck im Auto (7 Punkte)

Ein Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h (3 sign. Ziffern) mit geöffnetem Seitenfenster.

- a) Wie stark sinkt der Innen-Druck gegenüber dem normalen Luftdruck von $p_0=1013$ hPa ab? Die Dichte der Luft beträgt $\rho = 1,29 \frac{kg}{m^3}$

Die Geschwindigkeit in SI-Einheiten (m/s) ist $v = 27.8$ m/s, ohne Höhenunterschied ändert sich der Druck um

$$\Delta p = -\frac{1}{2} \rho_L \cdot v^2 = -498 \text{ Pa}$$

- b) Wie groß ist der Gesamtdruck während der Fahrt?

Der Druck ist laut Bernoulli-Gleichung:

$$p = p_0 - \frac{1}{2} \rho_L \cdot v^2 = 1013 \text{ hPa} - 498 \text{ Pa} = 100802 \text{ Pa}, \text{ gerundet } p = 100800 \text{ Pa}$$

Aufgabe 6: Luftlinse (8 Punkte)

Die unten skizzierte Luftlinse besteht aus zwei mit Luft gefüllten Uhrengläsern, die an den Rändern abgedichtet sind. Sie befinden sich in einem Gefäß mit Wasser.

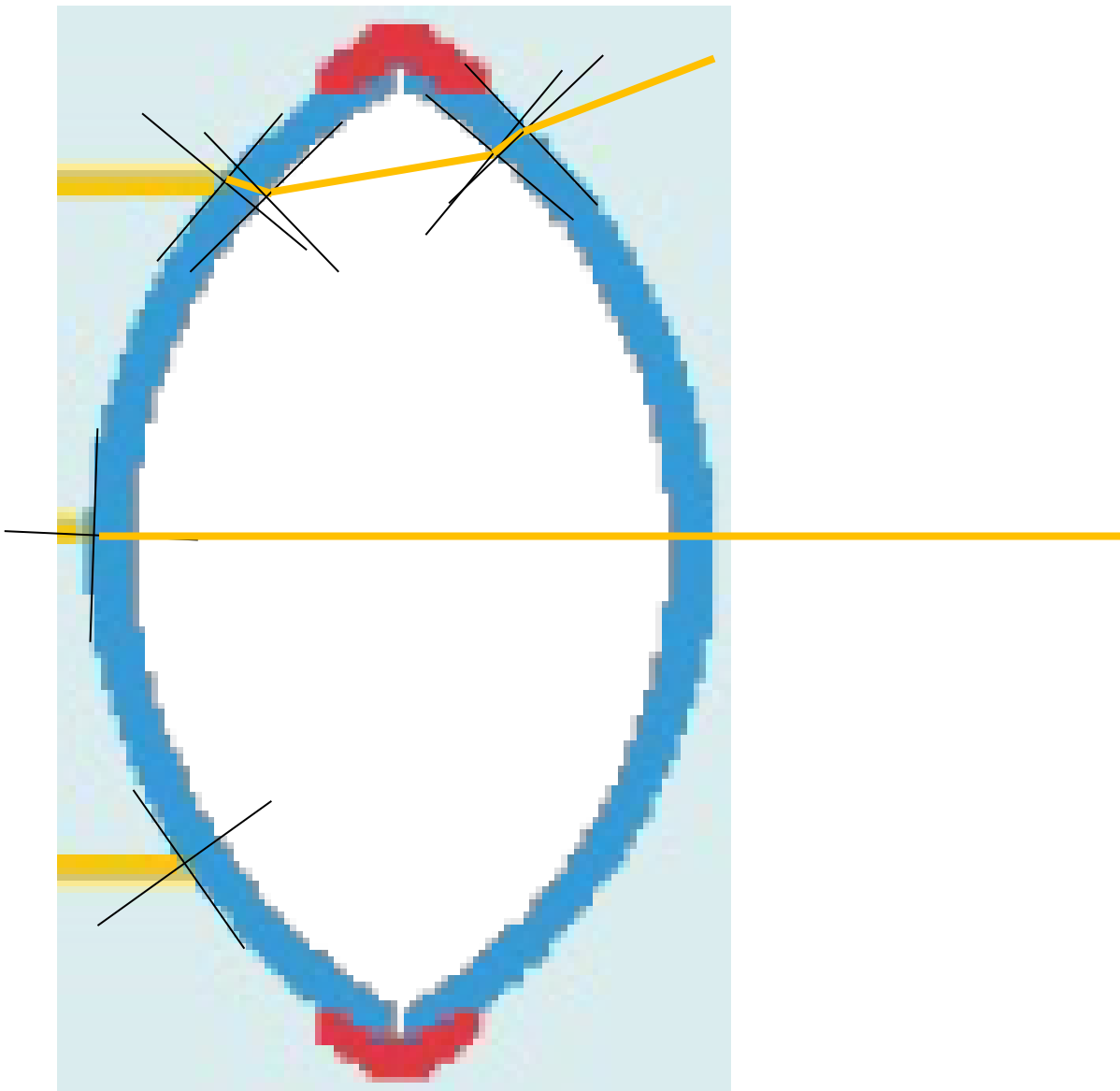
Glas hat einen Brechungsindex von $n_G=1,50$

Luft hat einen Brechungsindex von $n_L = 1,00$

Wasser hat einen Brechungsindex von $n_W=1,33$

- a) Zeichnen sie den weiteren Verlauf der Strahlen in der Skizze
- b) Handelt es sich um eine Sammellinse oder um eine Zerstreuungslinse?

Zerstreuungslinse



Aufgabe 7: Wachstum von Bazillus cereus (40 Punkte)

Beim Wachstum von Bazillus cereus bei 40°C dauert die Generationenfolge 26 min. Dabei verdoppelt sich jedesmal die Anzahl der Individuen.

Im Labor wird die Anzahl pro Fläche (Dichte) in Anhängigkeit der Zeit ausgewertet.

Zeit/min	Anzahl/mm ²
26	1
52	2
78	4
104	8
130	16
156	32
182	64
208	128
234	256
260	512
286	1024
312	2048
338	4096
364	8192

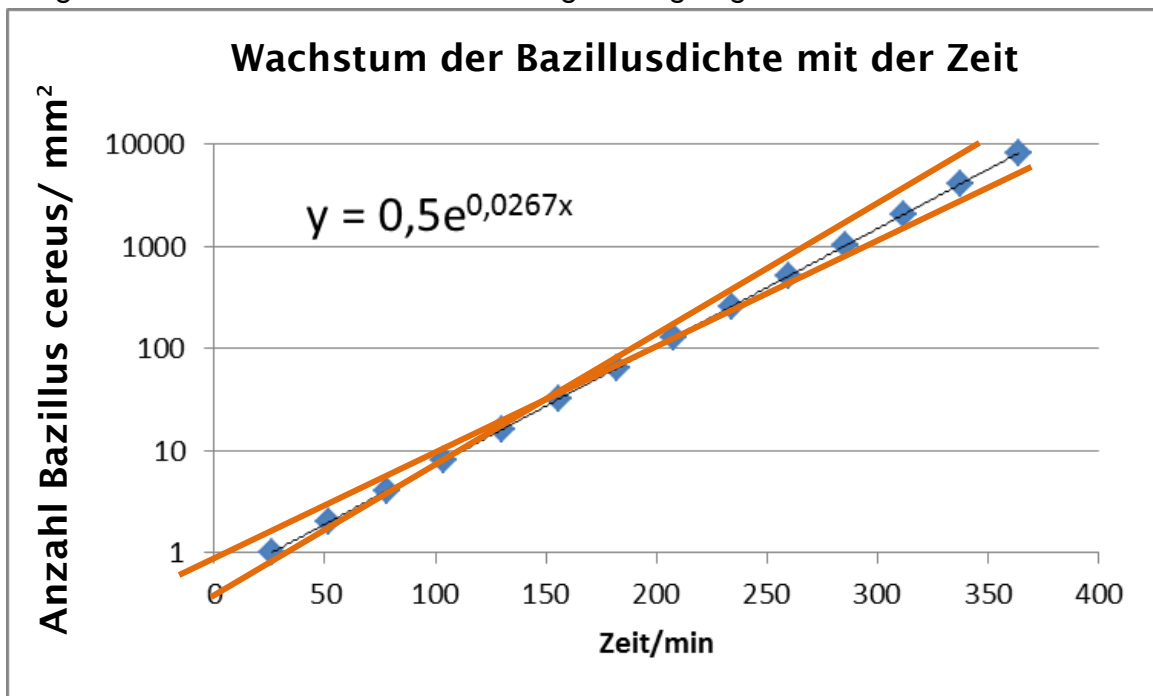
Wachstumsgesetz

$$n(t) = N_0 \cdot e^{b \cdot t}$$

Hinweis:

$$\frac{\partial}{\partial t} (A \cdot e^{b \cdot t}) = A \cdot b \cdot e^{b \cdot t}$$

a) Tragen sie die Messwerte in einem Diagramm geeignet auf.



b) Bestimmen sie die Steigung.

$$m = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{t_2 - t_1} = b$$

Die Steigung ergibt sich $b = 0,0267 \frac{1}{\text{min}}$

- c) Bestimmen sie die Messunsicherheit der Steigung aus der Grafik durch minimale und maximale Steigungsgeraden.

$$\pm \Delta b = \pm \frac{b_{\text{max}} - b_{\text{min}}}{2} = \pm 0,003 \frac{1}{\text{min}}$$

Ergebnis: $b = (0,027 \pm 0,003) \frac{1}{\text{min}}$

- d) Bestimmen sie durch Einsetzen eines Wertepaares auf der Geraden den Vorfaktor N_0 .

$$N_0 = n(t_1) \cdot e^{+b \cdot t_1}$$

Durch Einsetzen eines Wertepaares in die Gleichung und Umstellen erhält man den Vorfaktor

$$N_0 = 0,5 \frac{1}{\text{mm}^2}$$

- e) Bestimmen sie die Messunsicherheit des Vorfaktors.
Größtfehler nach Gauß, da Funktion
Messgröße ist b , ($b \pm \Delta b$), die Zeit t wird vereinfachend als fehlerfrei angenommen

$$\Delta N_0 = \frac{\partial}{\partial b} (n(t_1) \cdot e^{+b \cdot t_1}) \cdot \Delta b = (n(t_1) \cdot t_1) \cdot e^{+b \cdot t_1} \cdot \Delta b$$

$$\Delta N_0 = \left| \left(\frac{4}{\text{mm}^2} \cdot (78 \text{ min}) \cdot e^{+0,0267 \frac{1}{\text{min}} \cdot 78 \text{ min}} \right) \cdot 0,003 \frac{1}{\text{min}} \right| = 0,1166 \frac{1}{\text{mm}^2}$$

$$N_0 = (0,5 \pm 0,1) \frac{1}{\text{mm}^2}$$

- f) Geben sie das Wachstumsgesetz explizit mit Werten und Einheiten an.

$$n(t) = 0,5 \frac{1}{\text{mm}^2} \cdot e^{0,027 \frac{1}{\text{min}} \cdot t}$$

- g) Berechnen sie die erwartete Anzahl von *Bazillus cereus* für die nächste (15.) Generation nach 390 min.

Extrapolation durch exp. Modell nach $t=390 \text{ min}$ ergibt $N=16645/\text{mm}^2$

$$n(t) = 0,5 \frac{1}{\text{mm}^2} \cdot e^{0,0267 \frac{1}{\text{min}} \cdot t}$$

$$n(t) = 0,5 \frac{1}{\text{mm}^2} \cdot e^{0,0267 \frac{1}{\text{min}} \cdot 390 \text{ min}} = 16645 \frac{1}{\text{mm}^2}$$

$\Delta n(t) = \pm 20000 \frac{1}{\text{mm}^2}$ (mit den beiden Messwerten $N_{0 \pm} \Delta N_0$, und $b \pm \Delta b$, t wird als fehlerfrei angenommen)

$$n(390 \text{ min}) = (20000 \pm 20000) \frac{1}{\text{mm}^2}$$