Aufgabe 1: Bahnsicherheit **Autor H Käß**

a) Anfangsgeschwindigkeit v_0 = 200000 m / 3600 s = 55,55 m/s
Endgeschwindigkeit v_E = 80000 m / 3600 s = 22,22 m/s

Bremskraft unter optimalen Bedingungen (Räder rollen ohne zu gleiten, Haftreibung)
$F_B = \mu_h\, m \cdot g \cdot = m \cdot a_B$

ergibt Bremsverzögerung (negativ) $a_B = \mu_n \cdot g \cdot = 0{,}15 \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} = 1{,}471\ \mathrm{m/s^2}$

Bremsdauer t_B aus $v(t) = v_0 + (-a_B)\, t$ $t_B = (v_0 - v_E) / a_B =$ **22,653 s**

b) Optimale Bedingungen bedeutet maximale Bremskraft, schon in Teil a) angenommen

(kinematische Gleichung, $x_0 = 0$) $s_B = x(t_B) = x_0 + v_0 \cdot t_B + ½\,(-a_B)\, t_B^2$

= 1258,48 m - 377,54 m = **880,93 m**

c) Wärme = Differenz der kinetischen Energien vor und nach dem Bremsvorgang

$\Delta E_{kin} = ½\, m_A\, (v_0^2 - v_E^2)$ = 160000 kg $(55{,}55^2 - 22{,}22^2)\ \mathrm{m^2/s^2}$

$= 414{,}815 \cdot 10^6$ J = **415 MJ** = 115,2 kWh

d) Blockieren der Räder statt Abrollen bedeutet **Gleitreibung statt Haftreibung**,

=> damit wird die Bremskraft F_B und somit auch die **Bremsverzögerung a_B geringer**

=> daher wird der **Bremsweg länger**

e) Grenzbedingung: Drehmomente durch Zentrifugalkraft F_Z und Gewichtskraft F_G gleich

Hebelarm ist d (in **rot** in der Skizze), *Drehmoment = Kraft x senkrechter Abstand*

daraus Drehmoment durch F_Z $M_Z = F_Z \cdot h = h \cdot m_A\, v_g^2 / R$

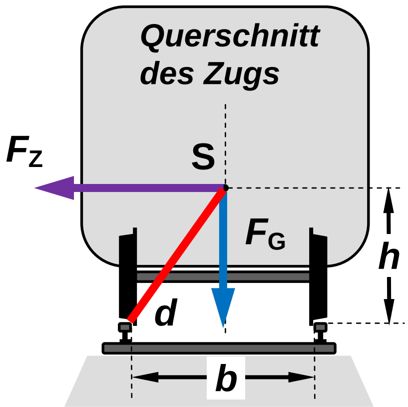
sowie Drehmoment durch F_G $M_G = m_A \cdot g \cdot b / 2$

Grenzgeschwindigkeit v_g folgt aus $M_Z = M_G$

Somit $v_g = \sqrt{R \cdot g \cdot b / (2 \cdot h)}$

$= \sqrt{1377.94}$ m/s = **38,13 m/s** = 137,3 km/h

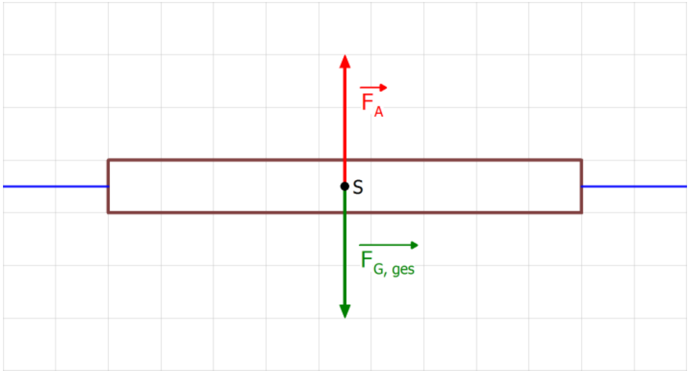
f) Der Zug fährt mit v_0 = 200 km/h = 55,55 m/s in die Kurve. Das ist viel zu schnell, er wird deshalb aus dem Gleis kippen.



Hinweis: Die technischen Daten entsprechen denen des katastrophalen Zugunglücks vom 24. Juli 2013 in Santiago de Compostela

Aufgabe 2: Mensch auf dem Floß

a) Damit das Floß schwimmt, muss die Auftriebskraft $\overrightarrow{F_A}$ so groß sein, dass Sie der Gewichtskraft $\overrightarrow{F_{G,ges}}$ des Floßes, des Schiffsbrüchigen und der Aufbauten das Gleichgewicht halten kann.



b) Das ganze Floß ist im Wasser, also muss gelten: $F_A = F_{G,ges}$

$$V_{Floß} \cdot \rho_w \cdot g = (m_1 + m_2 + V_{Floß} \cdot \rho_{Holz}) \cdot g$$
$$A_{Floß} \cdot d \cdot \rho_w = (m_1 + m_2 + A_{Floß} \cdot d \cdot \rho_{Holz})$$

Aufgelöst nach $A_{Floß}$ ergibt sich:

$$A_{Floß} = \frac{m_1 + m_2}{d \cdot (\rho_w - \rho_{Holz})} = \frac{65\,kg + 15\,kg}{0{,}08\,m \cdot \left(1025\,\frac{kg}{m^3} - 750\,\frac{kg}{m^3}\right)} = 3{,}64\,m^2$$

c) Salzwasser hat eine geringe Viskosität, so dass schon bei relativ niedrigen Sinkgeschwindigkeiten mit einer Überschreitung der kritischen Reynoldszahl zu rechnen ist.
Die Umströmung der Kugel wird folglich turbulent erfolgen.

d) Die maximale Sinkgeschwindigkeit ist erreicht, wenn folgendes Kräftegleichgewicht vorliegt:

$$F_{G,Kugel} = F_A + F_R$$

$$V_{Kugel} \cdot \rho_{Au} \cdot g = V_{Kugel} \cdot \rho_w \cdot g + \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot A_{Kugel} \cdot c_w \cdot v^2$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_{Au} \cdot g = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_w \cdot g + \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot 4\pi r^2 \cdot c_w \cdot v^2$$

Aufgelöst nach v ergibt sich:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot r \cdot (\rho_{Au} - \rho_w)}{3 \cdot \rho_w \cdot c_w}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}02\,m \cdot \left(19320\,\frac{kg}{m^3} - 1025\,\frac{kg}{m^3}\right)}{3 \cdot 1025\,\frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}4}} = 2{,}42\,\frac{m}{s}$$

Zur Bestätigung der Annahme turbulenter Umströmung:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta} = \frac{1025\,\frac{kg}{m^3} \cdot 2{,}42\,\frac{m}{s} \cdot 0{,}04\,m}{0{,}0014\,Pa \cdot s} \approx 71000 \gg Re_{Krit,Wasser} = 2300$$

Aufgabe 3: Schaltung von Widerständen

Ersatzwiderstand aus R_2 und R_3 wird mit $\frac{1}{R_{ers}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ berechnet, was zu $R_{ers} = 50\,\Omega$ führt.

Für die Stromstärke I_{ges} in der Zuleitung folgt damit: $I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R_{ers}+R_1} = \frac{230\ V}{100\ \Omega} = 2{,}3\ A$

Die Leistung an R_1 ist dann: $P_1 = U_1 \cdot I_{ges} = R_1 \cdot I_{ges}^2 = 50\,\Omega \cdot (2{,}3\ A)^2 = 264{,}5\ W$

Aufgabe 4: Hammerwerfer

Für die Rotationsenergie gilt:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r_{ges}^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}26\ kg \cdot (1{,}8\ m)^2 \cdot \left(\frac{26{,}4\ \frac{m}{s}}{1{,}8\ m}\right)^2 \approx 2528\ J$$

Aufgabe 5: Ballistisches Pendel

Mit dem Impulserhaltungssatz wird die Geschwindigkeit des Sacks mit Projektil unmittelbar nach dem Einschlag berechnet:

$$p_{vorher} = p_{nachher}$$

$$m_k \cdot v_k = (m_k + m_s) \cdot v'$$

$$v' = \frac{m_k \cdot v_k}{m_k + m_s} = \frac{0{,}035\ kg \cdot 450\ \frac{m}{s}}{0{,}035\ kg + 4{,}2\ kg} = 3{,}719\ \frac{m}{s}$$

Mit dem Energieerhaltungssatz kann nun die Höhe h berechnet werden, die der Sack erreicht:

$$E_{kin} = E_{pot}$$
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$$

Damit folgt: $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(3{,}719\ \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}} = 0{,}705\ m$

Mit $\cos\varphi = \frac{l-h}{h} = 0{,}765$ folgt $\varphi \approx 40{,}1°$