

Sommersemester 2013	Blatt 1 (von 3)
Studiengang: MBB, MAP	Semester 3
Prüfungsfach: TM2, Teil 2: Schwingungslehre	Fachnummer: 3011, 3012
Hilfsmittel: Literatur, Manuskript, Taschenrechner	Zeit: 50 min.

**Gesamtpunktzahl: 50**

**Aufgabe 1 (Physikalisches Pendel – 18 Punkte)**

a1.)  $\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_0^2 = \frac{gr}{\frac{R^2}{2} + r^2}$

$$T(r) = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{R^2}{2} + r^2}{gr}}$$

Spezialfall  $r = \frac{R}{2} \quad T(r = \frac{R}{2}) = 2\pi \sqrt{\frac{3R}{2g}}$

Spezialfall  $r = R \quad T(r = R) = 2\pi \sqrt{\frac{3R}{2g}}$

a2.) Extremum (Minimum)  $\frac{dT(r)}{dr} = 0$

$T(r)$  wird minimal wenn der Term unter der Wurzel minimal wird

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{R^2}{2gr} + \frac{r}{g} \right) = 0$$

$$-\frac{R^2}{2gr^2} + \frac{1}{g} = 0$$

$$\frac{1}{g} = \frac{R^2}{2gr^2} \quad r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

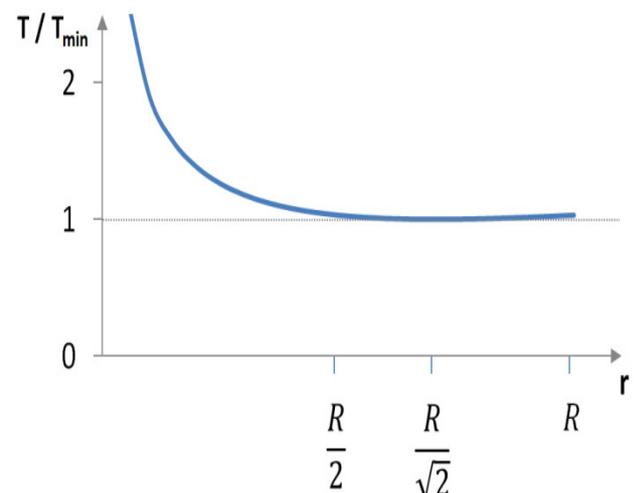
$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{R^2}{2} + \frac{R^2}{2}}{g \frac{R}{\sqrt{2}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{2}R}{g}}$$

a3.) (siehe rechts)

b.) Verhältnis der Amplituden

$$\frac{\varphi_i}{\varphi_{i+n}} = e^{n\delta T_d} \approx e^{n2\pi\vartheta}$$

$$\frac{\varphi_{i+n}}{\varphi_i} \approx e^{-n2\pi\vartheta} = e^{-5 \cdot 2\pi \cdot 0,1} = 0,043 = 4,3\%$$



Sommersemester 2013	Blatt 2 (von 3)
Studiengang: MBB, MAP	Semester 3
Prüfungsfach: TM2, Teil 2: Schwingungslehre	Fachnummer: 3011, 3012
Hilfsmittel: Literatur, Manuskript, Taschenrechner	Zeit: 50 min.

## Aufgabe 2 (Mathematisches Pendel – 18 Punkte)

a.) Moment der Dämpfung

$$M_R = -d \dot{\varphi}$$

Rücktreibendes Moment der Gewichtskraft

$$M_m = -l m g \sin \varphi$$

Moment durch den periodisch verstellten Nullpunkt

$$M_F = -k_D(\varphi - \beta(t))$$

Mit 2. Newton der Drehbewegung  $\sum M_i = J \ddot{\varphi}$

und Näherung für kleine Winkel  $\sin \varphi \approx \varphi$

$$-k_D(\varphi - \beta(t)) - l m g \varphi - d \dot{\varphi} = J \ddot{\varphi}$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{d}{J} \dot{\varphi} + \frac{k_D + l m g}{J} \varphi = \frac{k_D}{J} \hat{\beta} \cos \Omega t$$

$$\ddot{\varphi} + 2 \vartheta \omega_0 \dot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = \frac{k_D}{J} \hat{\beta} \cos \Omega t$$

b.)  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_D + l m g}{J}}$

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \vartheta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \omega_0^2 \vartheta^2} = \sqrt{\frac{k_D + l m g}{J} - \left(\frac{d}{2J}\right)^2}$$

c1.) Vergleich mit  $\ddot{y} + 2 \vartheta \omega_0 \dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{\hat{F}_E}{m} \cos \Omega t$

und  $A = \frac{\hat{F}_E}{m \omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2\vartheta\eta)^2}}$

mit  $2 \vartheta \omega_0 = \frac{d}{J}$   $\omega_0^2 = \frac{k_D + l m g}{J}$   $\frac{\hat{F}_E}{m} = \frac{k_D}{J} \hat{\beta}$

$$\hat{\varphi} = A = \hat{\beta} \frac{k_D}{J \omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2\vartheta\eta)^2}}$$

$$\hat{\varphi} = A = \hat{\beta} \frac{k_D}{k_D + l m g} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2\vartheta\eta)^2}}$$

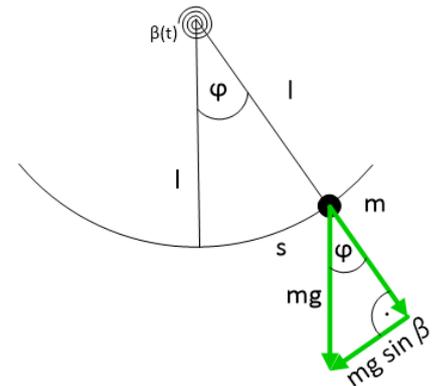
c2.) Amplitude = Erregeramplitude:  $\hat{\varphi} = \hat{\beta}$  und  $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0} = 1$

aus  $\hat{\varphi} = \frac{k_D}{k_D + l m g} \hat{\beta} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2\vartheta\eta)^2}}$

wird  $1 = \frac{k_D}{k_D + l m g} \frac{1}{\sqrt{(1 - 1)^2 + (2\vartheta)^2}} = \frac{k_D}{k_D + l m g} \frac{1}{2\vartheta}$

$$\frac{k_D}{l m g} = \frac{1}{\frac{1}{2\vartheta} - 1} = \frac{1}{9}$$

d.) Der Ausschlag des Pendels wird groß, die Näherung für kleine Winkel  $\sin \varphi \approx \varphi$  wird ungültig.



Sommersemester 2013	Blatt 3 (von 3)
Studiengang: MBB, MAP	Semester 3
Prüfungsfach: TM2, Teil 2: Schwingungslehre	Fachnummer: 3011, 3012
Hilfsmittel: Literatur, Manuskript, Taschenrechner	Zeit: 50 min.

**Aufgabe 3 (Wellenausbreitung – 14 Punkte)**

$$a1.) \quad c = \frac{s}{t} = \frac{100m}{2s} = 50 \frac{m}{s}$$

$$a2.) \quad c = \sqrt{\frac{F}{A\rho}} \quad F = c^2 A \rho = 50^2 \cdot 0,0002 \cdot 4000 \frac{m^2 \cdot m^2 \cdot kg}{s^2 \cdot m^3} = 2,0 \text{ kN}$$

$$b.) \quad P = I A = \frac{1}{2} c \rho \hat{v}^2 \quad A = \frac{1}{2} 50 \frac{m}{s} \cdot 4000 \frac{kg}{m^3} \cdot 1 \frac{m^2}{s^2} \cdot 0,0002 m^2 = 20 \frac{kg \cdot m \cdot m}{s^2 \cdot s} = 20 \text{ W}$$

$$c1.) \quad f = \frac{c}{2l} n$$

$$\text{Grundschiwingung} \quad f_1 = \frac{50 \frac{m}{s}}{2 \cdot 100m} \cdot 1 = 0,25 \text{ Hz} \quad \omega_1 = 1,57 \frac{rad}{s}$$

$$\text{Oberschiwingung} \quad f_2 = \frac{50 \frac{m}{s}}{2 \cdot 100m} \cdot 2 = 0,5 \text{ Hz} \quad \omega_2 = 3,14 \frac{rad}{s}$$

$$c2.) \quad k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{\pi}{l} n \quad \text{mit} \quad \lambda_n = \frac{2l}{n}$$

$$k_1 = \frac{\pi}{100m} \cdot 1 = 0,0314 \frac{1}{m} \quad k_2 = 0,0628 \frac{1}{m}$$