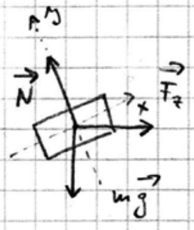
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1

a.)



$\vec{F_z}$ = Zentrifugalkraft = $\vec{F_t}$ ← Trägheitskraft

b.) $\sum \vec{F_i} = 0$! (D'Alembertsches Prinzip)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -mg \sin\varphi \\ -mg \cos\varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{mv^2}{R}\cos\varphi \\ -\frac{mv^2}{R}\sin\varphi \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c.) x-Komp.:

$$-\cancel{m}g \sin\varphi + \frac{\cancel{m}v^2}{R}\cos\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \tan\varphi = \frac{v^2}{Rg} = \frac{(30\,m/s)^2}{(70\,m)(9.81\,m/s^2)} \approx 1.31$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 52.7°}}$$

d.) y-Komp.:

$$N - mg\cos\varphi - \frac{mv^2}{R}\sin\varphi = 0$$

$$\Rightarrow N = mg\cos\varphi + \frac{mv^2}{R}\sin\varphi$$

$$= \underbrace{(1500\,kg)(9.81\,\tfrac{m}{s^2})\cos(52.7°)}_{8.92\,kN} + \underbrace{\frac{(1500\,kg)(30\,\frac{m}{s})^2}{70\,m}\sin(52.7°)}_{15.3\,kN}$$

$$\underline{\underline{N = 24.3\,kN}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2

a.) $v_0 = \frac{50}{3.6}\,\frac{m}{s} \approx \underline{\underline{13.9\,\frac{m}{s}}}$

$v_1 = \frac{70}{3.6}\,\frac{m}{s} \approx \underline{\underline{19.4\,\frac{m}{s}}}$

b.) $v(0) = v_0 = c_1$, also $\underline{\underline{c_1 = 13.9\,\frac{m}{s}}}$

$v_1 = c_1 + c_2\,t_1^2$ wobei $t_1 = 2s$

$\Rightarrow \quad c_2 = \frac{v_1 - c_1}{t_1^2} = \frac{19.4\,\frac{m}{s} - 13.9\,\frac{m}{s}}{(2s)^2}$

$\underline{\underline{c_2 \approx 1.39\,\frac{m}{s^3}}}$

c) Die Momentanleistung berechnet man via

$P = F v = m a v$

Bem: Am Ende des Zeitintervalls hat der Wagen die größte Beschleunigung a und die größte Geschw. v.

Aus $v(t) = c_1 + c_2 t^2$

$\Rightarrow \quad a(t) = \dot{v}(t) = 2 c_2 t$

und $a_{max} = 2 c_2 t_1 = 2\left(1.39\,\frac{m}{s^3}\right)(2s) = 5.56\,\frac{m}{s^2}$

$\Rightarrow \quad P_{max} = m\, a_{max}\, v_1 = (1300\,kg)\left(5.56\,\frac{m}{s^2}\right)\left(19.4\,\frac{m}{s}\right)$

$\underline{\underline{P_{max} \approx 140\,kW}}$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3

a.) Schwerpunktsgeschwindigkeit:

$$\underline{\underline{v_S}} = \frac{m_1 v_1 + m_2 \underbrace{v_2}_{=0}}{m_1 + m_2} = \frac{(2\,kg)(3\,\frac{m}{s})}{2\,kg + 1\,kg} = \underline{\underline{2\,\frac{m}{s}}}$$

b.)

$$\underbrace{\Delta p}_{m_2 v_2'} = \int_0^{t_1} F(t)\,dt = F_0 \int_0^{t_1} \sin\left(\frac{\pi}{t_1} t\right) dt$$

$$= F_0 \left[\frac{t_1}{\pi}(-1)\cos\left(\frac{\pi}{t_1} t\right)\right]_0^{t_1}$$

$$= -\frac{F_0 t_1}{\pi}\left[-1 - 1\right]$$

Also $m_2 v_2' = \frac{2 t_1 F_0}{\pi}$

$$\Rightarrow \quad v_2' = \frac{2 t_1 F_0}{m_2 \pi} = \frac{2\,(0.02\,s)(157\,N)}{(1\,kg)\,\pi}$$

$$\underline{\underline{v_2' \approx 2\,\frac{m}{s}}} \quad \leftarrow \quad v_2' = v_S\ !$$

Also müßte $v_1' = v_2'$ sein.
(unelastischer Stoß)

c) IES: $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$$\Rightarrow \quad v_1' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2'}{m_1} = \frac{(2\,kg)(3\,\frac{m}{s}) - (1\,kg)(2\,\frac{m}{s})}{2\,kg}$$

$$\underline{\underline{v_1' = 2\,\frac{m}{s}}} \quad (s.o.)$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4

a.) $E_{kin} = \frac{1}{2} J \omega^2 \Rightarrow J = \frac{2E_{kin}}{\omega^2}$

Mit $\omega = 64\,000 \frac{U}{min} = 64\,000 \frac{2\pi}{60s} = 6.70 \times 10^3 \frac{rad}{s}$

$\Rightarrow \underline{J} = \frac{2(150 \times 10^3 J)}{(6.70 \times 10^3 \frac{rad}{s})^2} \approx \underline{\underline{0.00668\ kg\,m^2}}$

b) Zyl. 1 $\vec{L}$ nach oben

Zyl. 2 $\vec{L}$ nach unten

$\underline{L} = J\omega = (0.00668\ kg\,m^2)(6.70 \times 10^3 \frac{rad}{s}) = \underline{\underline{44.8\ kg \frac{m^2}{s}}}$

c.) $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{6.70 \times 10^3 \frac{rad}{s}}{5s} \approx 1.34 \times 10^3 \frac{rad}{s^2}$

Mit $\varphi(t) = \cancel{\varphi_0}^{=0} + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

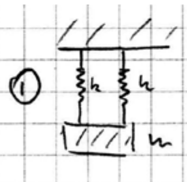
$\Rightarrow \underline{\varphi_E} = (6.70 \times 10^3 \frac{rad}{s})(5s) - \frac{1}{2}(1.34 \times 10^3 \frac{rad}{s^2})(5s)^2$

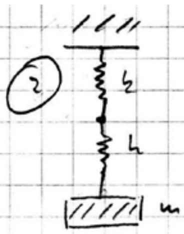
$= 1.675 \times 10^4\ rad = \underline{\underline{2\,666\ U}}$

d.) Zwei entgegengesetzte Schwungräder werden verwendet, damit $L_{ges} = 0$!
Wenn die Rotationsachse bei einem Zylinder gedreht wird, gäbe es ein Drehmoment aufs Auto → das ist gefährlich!

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 5

a.)

①  $k_1 = 2k$

②  $\frac{1}{k_2} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k}$

Also: $k_2 = \frac{k}{2}$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}} = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{4} = 2$$

b.)

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

$$\Rightarrow m_1 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 m_2 = (0.775)^2\, 500\,g = 300\,g$$

c.)

$A_0 = 10$ cm (aus dem Diagramm)

8 Schwingungen in 5 s $\Rightarrow T_d = \frac{5s}{8} = 0.625\,s$

$$\Rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = 10\,\frac{rad}{s}$$

Mit $A(t) = A_0\, e^{-\delta t}$

$$\Rightarrow \delta = -\frac{1}{t}\ln\frac{A}{A_0} \overset{hier}{=} -\frac{1}{5s}\ln\frac{6}{10} = 0.1022\,\frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{0.1022\,\frac{1}{s}}{10\,\frac{rad}{s}} \approx 0.01022$$

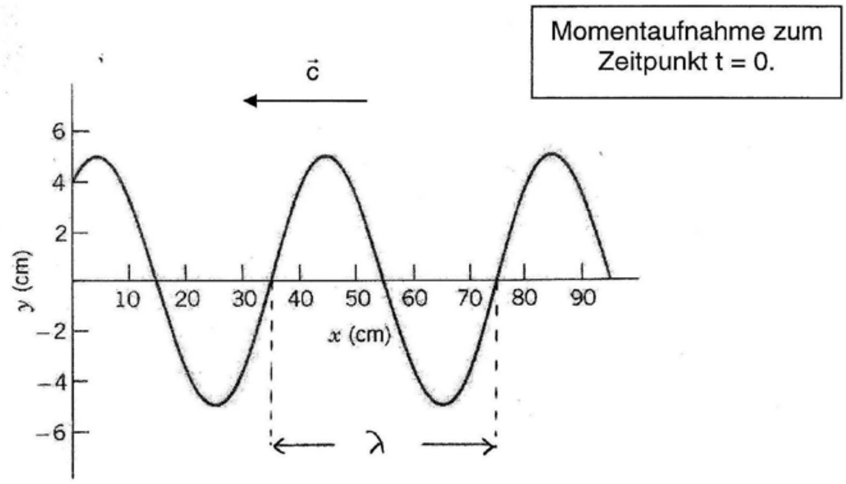
d.)

$$\frac{A_m}{A_e} = \frac{1}{2D}$$ (schwache Dämpfung)

$$\Rightarrow A_m = \frac{1}{2D} A_e = \frac{1}{\underbrace{2(0.01022)}_{48.9}}(0.5\,cm)$$

$$A_m = 24.5\,cm$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6



Eine Möglichkeit der Darstellung für die Wellenfunktion:

$$y(x,t) = \hat{y}\,\cos(\omega t + kx + \phi) \qquad (1)$$

nach links!

a.) Amplitude aus der Skizze: $\underline{\underline{\hat{y} = 5\ \text{cm}}}$

b.) Wellenlänge aus der Skizze $\lambda = 40\ \text{cm}$ $\Rightarrow$ Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\underline{\underline{k = 15.7\ \frac{\text{rad}}{\text{m}}}}$

c.) Phasengeschwindigkeit c aus Seilkraft F und Massenbelegung μ:

$$\underline{\underline{c}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{(3.6\,N)}{25\ \frac{10^{-3}\,kg}{10^{-2}\,m}}} \approx \underline{\underline{1.2\ \frac{m}{s}}}$$

d.) Aus $c = f\lambda \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1.2\ m/s}{0.4\,m} = 3\ Hz$

$\Rightarrow \underline{\underline{\omega}} = 2\pi f \approx \underline{\underline{18.8\ \frac{\text{rad}}{s}}}$

e.) Aus Gl. (1) $\Rightarrow y(0,0) = \hat{y}\cos(\phi) = 4\ \text{cm} \Rightarrow \cos\phi = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow \phi_{1/2} = \pm 36.9^\circ$

Transversalgeschwindigkeit: $v = \dot{y}(x,t) = -\hat{y}\omega\,\sin(\omega t + kx + \phi)$

Aus der Skizze: $v(0,0) > 0$ (Welle bewegt sich nach links!)

$\Rightarrow \dot{y}(0,0) = -\hat{y}\omega\,\sin(\phi) > 0 \Rightarrow \sin\phi < 0$ Also: $\underline{\underline{\phi = -36.9^\circ}}$