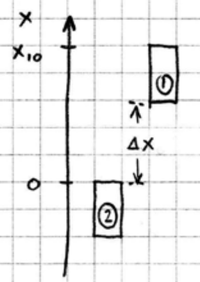
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1



$\Delta x = \Delta x_0 = 30\ m$ (Am Anfang)

$v_0 = 80\ \frac{km}{h} = 22.22\ \frac{m}{s}$

$v_1 = 88\ \frac{km}{h} = 24.44\ \frac{m}{s}$

$t_1 = 4\ s$

a.) Beschleunigung des LKW 2

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{8}{3.6}\ \frac{m}{s}\right)}{4\ s} = 0.5555\ \frac{m}{s^2}$$

Zurückgelegter Weg nach $t_1 = 4\ s$:

$$x_2(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow x_2 = \underbrace{\left(22.22\ \frac{m}{s}\right)(4s)}_{88.9\ m} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(0.5555\ \frac{m}{s^2}\right)(4s)^2}_{4.44\ m}$$

$$\underline{\underline{x_2 = 93.3\ m}}$$

b.) Die zurückgelegten Wegstrecken nach t_1:
(Neuer Zeitpunkt $t = 0$!)

$x_2 = v_2 t$ (1)

$x_1 = x_{10} + v_1 t$ (2)

↑ siehe Skizze

Bem. Nach $t_1 = 4s$ ist

$\Delta x = 30\ m - 4.44\ m = 25.6\ m$

und $x_{10} = \Delta x + 18\ m = 43.6\ m$

Am Ende soll der Abstand $x_2 - x_1 = 40\ m + 18\ m = 58\ m$ sein.

Aus (1) und (2) $\Rightarrow$ $x_2 - x_1 = (v_2 - v_1)\,t - x_{10}$

$$\Rightarrow t = \frac{(x_2 - x_1) + x_{10}}{v_2 - v_1} = \frac{58\ m + 43.6\ m}{24.44\ \frac{m}{s} - 22.22\ \frac{m}{s}} \approx 45.7\ s$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t_{ges}}} = t + t_1 = 45.7\ s + 4\ s = \underline{\underline{49.7\ s}}$$

c.) Gesamtstrecke LKW 2:

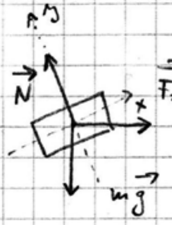
$$x_2 = v_2 t = \left(24.44\ \frac{m}{s}\right)(45.7\ s) = 1118\ m$$

↑ nach t_1

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_{ges}}} = 93.3\ m + 1118\ m \approx \underline{\underline{1211\ m}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2

a.)



$\vec{F_z}$ = Zentrifugalkraft = $\vec{F_t}$ ← Trägheitskraft

b.)

$$\sum \vec{F_i} = 0 \quad ! \quad \text{(D'Alembertsches Prinzip)}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -mg \sin\varphi \\ -mg\cos\varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{mv^2}{R}\cos\varphi \\ -\frac{mv^2}{R}\sin\varphi \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c.) x-Komp.:

$$-\cancel{m}g\sin\varphi + \frac{\cancel{m}v^2}{R}\cos\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \tan\varphi = \frac{v^2}{Rg} = \frac{(30\,\mathrm{m/s})^2}{(70\,\mathrm{m})(9.81\,\mathrm{m/s^2})} \approx 1.31$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 52.7^\circ}}$$

d.) y-Komp.:

$$N - mg\cos\varphi - \frac{mv^2}{R}\sin\varphi = 0$$

$$\Rightarrow N = mg\cos\varphi + \frac{mv^2}{R}\sin\varphi$$

$$= \underbrace{(1500\,\mathrm{kg})(9.81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}})\cos(52.7^\circ)}_{8.92\,\mathrm{kN}} + \underbrace{\frac{(1500\,\mathrm{kg})(30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{70\,\mathrm{m}}\sin(52.7^\circ)}_{15.3\,\mathrm{kN}}$$

$$\underline{\underline{N = 24.3\,\mathrm{kN}}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3

a.) $\underline{v_0} = \frac{50}{3.6}\,\frac{m}{s} \approx \underline{13.9\,\frac{m}{s}}$

$\underline{v_1} = \frac{70}{3.6}\,\frac{m}{s} \approx \underline{19.4\,\frac{m}{s}}$

b.) $v(0) = v_0 = c_1$, also $\underline{c_1 = 13.9\,\frac{m}{s}}$

$v_1 = c_1 + c_2\,t_1^2$ wobei $t_1 = 2s$

$\Rightarrow c_2 = \frac{v_1 - c_1}{t_1^2} = \frac{19.4\,\frac{m}{s} - 13.9\,\frac{m}{s}}{(2s)^2}$

$\underline{c_2 \approx 1.39\,\frac{m}{s^3}}$

c) Die Momentanleistung berechnet man via

$P = F v = m a v$

Bem: Am Ende des Zeitintervalls hat der Wagen die größte Beschleunigung a und die größte Geschw. v.

Aus $v(t) = c_1 + c_2\,t^2$

$\Rightarrow a(t) = \dot{v}(t) = 2\,c_2\,t$

und $a_{max} = 2c_2 t_1 = 2\left(1.39\,\frac{m}{s^3}\right)(2s) = 5.56\,\frac{m}{s^2}$

$\Rightarrow P_{max} = m\,a_{max}\,v_1 = (1300\,kg)\left(5.56\,\frac{m}{s^2}\right)\left(19.4\,\frac{m}{s}\right)$

$\underline{P_{max} \approx 140\,kW}$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 4

a) Schwerpunktsgeschwindigkeit :

$$\underline{\underline{v_S}} = \frac{m_1 v_1 + m_2 \overbrace{v_2}^{=0}}{m_1 + m_2} = \frac{(2\,kg)(3\,\frac{m}{s})}{2\,kg + 1\,kg} = \underline{\underline{2\,\frac{m}{s}}}$$

b)

$$\underbrace{\Delta p}_{m_2 v_2'} = \int_0^{t_1} F(t)\,dt = F_0 \int_0^{t_1} \sin\left(\frac{\pi}{t_1} t\right) dt$$

$$= F_0 \left[\frac{t_1}{\pi}(-1) \cos\left(\frac{\pi}{t_1} t\right) \right]_0^{t_1}$$

$$= -\frac{F_0 t_1}{\pi} \left[-1 - 1 \right]$$

Also $m_2 v_2' = \frac{2 t_1 F_0}{\pi}$

$$\Rightarrow \quad v_2' = \frac{2 t_1 F_0}{m_2 \pi} = \frac{2\,(0.02\,s)(157\,N)}{(1\,kg)\,\pi}$$

$$\underline{\underline{v_2' \approx 2\,\frac{m}{s}}} \quad \leftarrow \quad v_2' = v_S \;!$$

Also müßte $v_1' = v_2'$ sein.
(unelastischer Stoß)

c) IES : $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$$\Rightarrow \quad v_1' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2'}{m_1} = \frac{(2\,kg)(3\,\frac{m}{s}) - (1\,kg)(2\,\frac{m}{s})}{2\,kg}$$

$$\underline{\underline{v_1' = 2\,\frac{m}{s}}} \quad (s.o.)$$

<u>Lösungvorschlag zu Aufgabe 5</u>

a.) Massenträgheitsmoment eines Zylinders aus $E_{rot} = \frac{1}{2} J\omega^2$

$$J = \frac{2\,E_{rot}}{\omega^2} = \frac{2\,E_{rot}}{4\,\pi^2 n^2} = \frac{2 \cdot 150000 Nm}{4\,\pi^2 \left(64000\frac{1}{60s}\right)^2} = 6{,}68 \cdot 10^{-3} kg\,m^2$$

b.) Betrag des Drehimpulses

$$L = J\,\omega = J\,2\pi\,n = 6{,}68 \cdot 10^{-3} kg\,m^2\ \cdot 2\pi\ \cdot 64000\,\frac{1}{60s} = 44{,}76\,Nms$$

$$\langle L = \mathbf{8 \cdot 10^{-3} kg\,m^2}\ \cdot 2\pi\ \cdot 64000\,\frac{1}{60s} = 53{,}62\,Nms\rangle$$

Richtung des Drehimpulses
Zylinder, der gegen den Uhrzeigersinn dreht: Drehimpulsvektor nach oben
Zylinder, der im Uhrzeigersinn dreht: Drehimpulsvektor nach unten

c.) Rotationsarbeit $W_{rot} = M\varphi$

Drehmoment $M = J\alpha$

Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

$$\varphi = \frac{W_{rot}}{M} = \frac{W_{rot}}{J\alpha} = \frac{W_{rot}\Delta t}{J\Delta\omega} = \frac{150000\frac{kgm^2}{s^2}\ \cdot 5s}{6{,}68 \cdot 10^{-3} kg\,m^2\ \cdot 64000\frac{1}{60s}} = 105275$$

$$\langle\varphi = \frac{150000\frac{kgm^2}{s^2}\ \cdot 5s}{\mathbf{8 \cdot 10^{-3} kg\,m^2}\ \cdot 64000\frac{1}{60s}} = 87890\rangle$$

Anzahl Umdrehungen $\varphi = 2\pi\,z$

$$z = \frac{\varphi}{2\pi} = \ 16755{,}2$$

$$\langle f\ddot{u}r\ J = 0{,}008\ kg\,m^2\text{:}\ z = \frac{\varphi}{2\pi} = \ 16755{,}2\rangle$$

d.) Durch Kippen des Fahrzeugs (quer oder längs) wird die Richtung des Drehimpulses geändert. Dazu ist ein Drehmoment ($\vec{M} = \dot{\vec{L}}$) notwendig. Durch dieses Drehmoment wird eine Kraft entgegen der Kippbewegung erzeugt, das Fahrzeug verliert an der tiefer liegenden Seite Anpresskraft.

<u>Lösungvorschlag zu Aufgabe 6</u>

a.)Parallel geschaltet $k_p = 2k \; \omega_p = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

In Serie geschaltet: $\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} \quad k_s = \frac{k}{2} \quad \omega_s = \sqrt{\frac{k/2}{m}}$

Verhältnis $\frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}}{\sqrt{\frac{k/2}{m}}} = 2$

b.)$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k = \frac{4\pi^2}{T^2} m$

$k = \frac{4\pi^2}{{T_1}^2} m_1 = \frac{4\pi^2}{{T_2}^2} m_2$

$m_1 = \frac{{T_1}^2}{{T_2}^2} m_2 = 300g$

c.) Ablesen von $\hat{x}_0 = 10cm$

Ablesen der Periodendauer $20T_d = 12{,}5s \rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = 10\,\frac{1}{s}$

Ablesen beliebiger Amplituden $ln\,\frac{x_i}{x_{i+n}} = n\delta T_d \rightarrow \delta = \frac{1}{nT_d} ln\,\frac{x_i}{x_{i+n}} = \frac{1}{19*0{,}625} ln\,\frac{10}{3}$

$$\delta = 0{,}1$$

Berechnung aus obigen Werten $D = \frac{\delta}{\omega_0} = 0{,}01$