

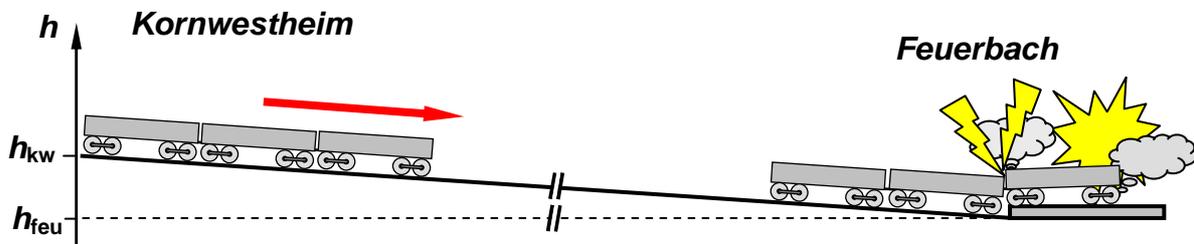
Wintersemester	2012/2013	Blatt 1 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 120 Minuten

Gesamtpunktzahl: 120

Aufgabe 1: Eisenbahnunfall

(22 Punkte)

Am 30. November 2012 machte sich im Rangierbahnhof Kornwestheim ein Zug aus drei aneinander gekuppelten Güterwagen selbstständig. Ein Mitarbeiter der Bahn lenkte sie auf ein Abstellgleis im Bahnhof Stuttgart-Feuerbach. Dort prallten sie auf einen Prellbock und richteten erhebliche Zerstörungen an. Nachfolgend werden einige Abschätzungen dazu gemacht. Dabei wird angenommen, dass die Wagen in Kornwestheim aus dem Stand losgerollt sind und mit jeweils der gleichen Ladung der Masse m_{lad} beladen waren.



Zuerst sind alle Reibungseffekte zu vernachlässigen.

- Welche Haltekraft wäre erforderlich gewesen, um das Wegrollen zu verhindern ?
- Welche Geschwindigkeit hätten die Wagen bei der Ankunft in Feuerbach gehabt ?

In Wirklichkeit muss die Rollreibung der Räder auf der Schiene berücksichtigt werden.

- Welche kinetische Gesamtenergie hatte der Zug bei dem Aufprall am Gleisende ?
- Mit welcher Geschwindigkeit sind die Wagen dort auf den Prellbock aufgefahren ?

Beim Aufprall wurde der vorderste Wagen über das Gleisende auf den Bahnsteig geschoben und rutschte dort eine volle Wagenlänge weiter, bis der Zug zum Stillstand kam.

- Welchen Wert hatte die – als konstant anzunehmende - Bremsverzögerung ?

Angaben

Höhenangaben über Normalnull:
Bf Stuttgart Feuerbach $h_{\text{feu}} = 279 \text{ m}$
RBf Kornwestheim $h_{\text{kw}} = 301 \text{ m}$
Fahrstrecke $s = 6 \text{ km}$

Güterwagen, Typ „Res“
Masse Wagen leer $m_{\text{w}} = 24 \text{ t}$
Länge Wagen $l_{\text{w}} = 20 \text{ m}$
Masse der Ladung $m_{\text{lad}} = 15 \text{ t}$
Rollreibungszahl $\mu_{\text{r}} = 0,0015$

Lösungsvorschlag

Eisenbahnunfall

Autor H Käß

a) Höhenunterschied Bf Feuerbach – RBf Kornwestheim $h = h_{\text{feu}} - h_{\text{kw}} = 22 \text{ m}$

Näherung sehr kleiner Winkel $\varphi \Rightarrow$ Weg s auf Schienen \approx horizontale Entfernung !

Neigungswinkel φ aus Gefälle $\tan \varphi \approx \sin \varphi = h / s = 22 / 6000 = 3,666 \cdot 10^{-3}$
 $\varphi = \arctan (h / s) = 0,21^\circ$

Hangabtriebskraft $F_H = 3 (m_w + m_{\text{lad}}) \cdot g \cdot \sin \varphi$
 $= 117000 \text{ kg } 9,81 \text{ m/s}^2 \sin 0,21^\circ = \mathbf{4208,5 \text{ N}}$

b) Energieerhaltungssatz :

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = E_{\text{kin}} \quad (= 25,251 \text{ MJ})$$

Endgeschwindigkeit v_0

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 22 \text{ m}} = \mathbf{20,78 \text{ m/s}}$$

(reibungsfrei)

$$= 74,5 \text{ km/h}$$

c) Energieumwandlung

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = E_{\text{kin}} + W_{\text{reib}}$$

Kinetische Endenergie

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} - W_{\text{reib}} = m \cdot g \cdot h - F_{\text{roll}} \cdot s$$

$$= m \cdot g \cdot h - \mu_r \cdot s \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

mit $E_{\text{pot}} = 117000 \text{ kg } 9,81 \text{ m/s}^2 22 \text{ m} = 25,251 \text{ MJ}$

und $W_{\text{reib}} = 0,0015 \cdot 6000 \text{ m } 117000 \text{ kg } 9,81 \text{ m/s}^2 \cos 0,21 = 10,3299 \text{ MJ}$

$$E_{\text{kin}} = 14,921 \cdot 10^6 \text{ J} = \mathbf{14,92 \text{ MJ}}$$

d) Aufprallgeschwindigkeit

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v_r^2$$

(mit Rollreibung)

$$v_r = \sqrt{2 \cdot E_{\text{kin}} / m} = \mathbf{15,97 \text{ m/s}} = 57,5 \text{ km/h}$$

e) Kinematische Gleichungen für Geschwindigkeit

$$v(t_B) = v_r + a \cdot t_B$$

und Bremsweg als Funktion der Bremsdauer t_B

$$s(t_B) = v_r \cdot t_B + \frac{1}{2} a \cdot t_B^2$$

ergeben aus der Endbedingung $v(t_B) = 0$

$$t_B = -v_r / a$$

Daraus folgt für den Bremsweg (Wagenlänge)

$$s(t_B) = -v_r^2 / (2 a) = l_w$$

aufgelöst nach der (negativen) Bremsverzögerung

$$a = -v_r^2 / (2 l_w)$$

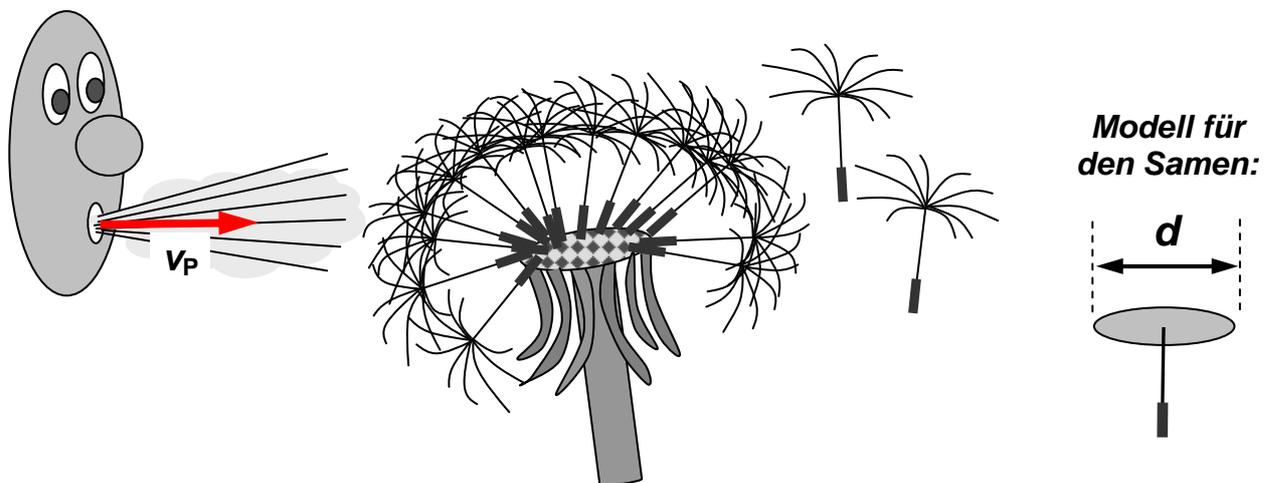
$$= \mathbf{-6,376 \text{ m/s}^2}$$

Wintersemester 2012/2013	Blatt 2 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

Aufgabe 2: Pustebblume

(15 Punkte)

Der ausgereifte Samen der Pustebblume (Gewöhnlicher Löwenzahn) ähnelt einem kleinen Fallschirm, an dem unten an einem kurzen Stielchen das eigentliche Samenkorn hängt. Durch einfaches Pusten wird er vom Blütenstand abgerissen und schwebt davon. Für die nachfolgenden strömungsmechanischen Rechnungen ist der fallschirmartige Teil des Samens durch eine runde Kreisscheibe vom Durchmesser d anzunähern (siehe Skizze).



- Beim Pusten herrscht im Mund ein Überdruck von 10 mbar relativ zur Umgebung. Mit welcher Geschwindigkeit v_P strömt die Luft aus, wenn die Strömung reibungsfrei ist ?
- Die zum Pusten gespitzte Mundöffnung ist kreisförmig und hat 7 mm Durchmesser. Welcher Volumfluss ergibt sich beim Pusten ? Wie lange kann man am Stück pusten ?
- Welche Kraft wirkt auf einen am Blütenstand sitzenden Samen, wenn der Luftstrom mit der Geschwindigkeit v_P senkrecht auf seine Schirmfläche trifft ?
- Mit welcher Vertikalgeschwindigkeit sinkt der weggepustete Samen danach zu Boden ?

Angaben

Die Strömung wird durchweg als turbulent angenommen.

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| $\rho = 1,20 \text{ g/l}$ | Dichte von Luft |
| $V_L = 3 \text{ l}$ | Volumen der ausgepusteten Luft |
| $c_W = 1,3$ | Widerstandsbeiwert Kreisscheibe |
| $d = 8 \text{ mm}$ | Durchmesser Kreisscheibe |
| $m = 0,65 \text{ mg}$ | Masse Samen |

Lösungsvorschlag

Pusteblyume

Autor H Käß

- a) Ausströmgesetz nach Bunsen $v_P = \sqrt{2 \cdot (\rho_{\text{mund}} - \rho_0) / \rho} = \sqrt{2 \Delta p / \rho}$
 $= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \text{Nm}^3 / (1,20 \text{kgm}^2)} = \mathbf{40,825 \text{ m/s}}$
- b) Volumenstrom $\Delta V / \Delta t = A \cdot v_P = \pi \cdot (d_m/2)^2 \cdot v_P = \pi \cdot (3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 40,825 \text{ m/s}$
 $= \mathbf{1,571 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}} = 1,571 \text{ Liter / s}$
Daraus folgt $\Delta t = \Delta V / A \cdot v_P = 3 \text{ Liter s} / 1,571 \text{ Liter} = \mathbf{1,909 \text{ s}}$
- c) Bei turbulenter Strömung ist $F_L = \frac{1}{2} \rho v_P^2 A c_w = \frac{1}{2} \rho v_P^2 \pi \cdot (d/2)^2 c_w$
 $= \frac{1}{2} 1,20 \text{ kg/m}^3 40,825^2 \text{ m}^2 / \text{s}^2 \pi \cdot (4 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 1,3$
 $= \mathbf{0,06535 \text{ N}}$
- d) Kräftegleichgewicht $F_G = F_L$
 $m \cdot g = \frac{1}{2} \rho v^2 A c_w$
mit der Fläche $A = \pi \cdot (d/2)^2 = 50,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
folgt $v^2 = 2 m \cdot g / A \cdot \rho \cdot c_w$
 $= 2 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m}^4 / (\text{s}^2 1,2 \text{ kg} \cdot 50,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 1,3)$
 $= 0,1626 \text{ m}^2/\text{s}^2$
und somit $v = \mathbf{0,4032 \text{ m/s}}$

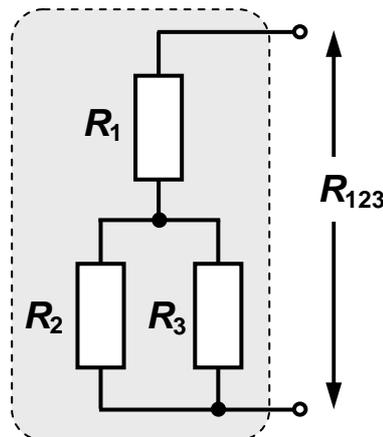
Wintersemester	2012/2013	Blatt 3 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012

Aufgabe 3: Referenzwiderstand

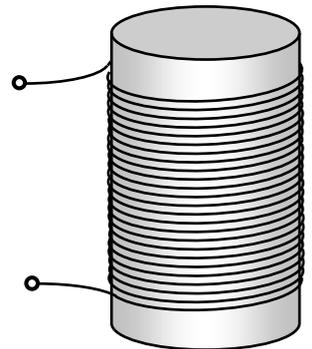
(26 Punkte)

Für eine elektrische Vergleichsmessung wird ein Referenzwiderstand benötigt. Dieser soll möglichst genau einen Wert von 300Ω besitzen. Nach Durchsicht des im Labor vorhandenen Materials bieten sich zwei Möglichkeiten der Realisierung an:

(1) Kombination von drei im Labor vorgefundenen Widerständen



(2) Selbstbau des Widerstands unter Verwendung eines Konstantendrahts geeigneter Länge L



Zuerst wird die Kombination (1) betrachtet:

- Welchen Gesamtwiderstand R_{123} hat die Kombination der drei Widerstände ?
- Welche Unsicherheit ΔR_{123} ergibt sich für den Gesamtwiderstand unter Berücksichtigung der jeweiligen Toleranzen der der Einzelwiderstände ?
- Wie lautet das Endresultat für R_{123} mit absoluter und mit relativer Angabe des Fehlers, wobei der Fehler jeweils auf eine signifikante Stelle genau anzuführen ist ?

Nun wird der Selbstbauwiderstand (2) berechnet:

- Welche Länge L muss der Konstantendraht für einen Widerstand $R_{Kon} = 300 \Omega$ haben?
- Welche Unsicherheit ΔR_{Kon} folgt aufgrund der Materialdaten für den Widerstand in d) ?
- Wie lautet das Endresultat für R_{Kon} mit absoluter und mit relativer Fehlerangabe ?

Angaben

$R_1 : 120(1 \pm 10\%) \Omega$

$R_2 : 330(1 \pm 10\%) \Omega$

$R_3 : 390(1 \pm 5\%) \Omega$

Materialdaten für den Konstantendraht:

$\rho_{Kon} : 4,9 \cdot 10^{-7} \Omega m$ exakter Wert !

$d : 0,10 \text{ mm}$ Toleranz $\pm 5 \mu m$

spezifischer Widerstand

Durchmesser des Drahts

Lösungsvorschlag

Referenzwiderstand

Autor H Käß

a) Ersatzwiderstand R_{23} für die parallelen Widerstände R_2 und R_3

(oft abgekürzt als $R_2 \parallel R_3$) $1/R_{23} = 1/R_2 + 1/R_3 = (R_2 + R_3) / (R_2 \cdot R_3)$

$$R_{23} = R_2 \cdot R_3 / (R_2 + R_3) = 330 \cdot 390 \Omega / (330 + 390) = 178,75 \Omega$$

Gesamtwiderstand R_{123} $R_{123} = R_1 + R_{23} = 120 \Omega + 178,25 \Omega = \mathbf{298,75 \Omega}$

b) Absoluter Größtfehler (Gauß) für Gesamtwiderstand, der von drei Werten abhängt:

$$R_{123} = R_{123}(R_1, R_2, R_3) = R_1 + R_2 \cdot R_3 / (R_2 + R_3)$$

Partielle Ableitungen

$$\partial R_{123} / \partial R_1 = 1$$

$$(u/v)' = (u'v - uv') / v^2$$

$$\partial R_{123} / \partial R_2 = (R_3 (R_2 + R_3) - R_2 \cdot R_3) / (R_2 + R_3)^2 = R_3^2 / (R_2 + R_3)^2$$

$$\partial R_{123} / \partial R_3 = (R_2 (R_2 + R_3) - R_2 \cdot R_3) / (R_2 + R_3)^2 = R_2^2 / (R_2 + R_3)^2$$

$$\Delta R_{123} = \partial R_{123} / \partial R_1 \cdot \Delta R_1 + \partial R_{123} / \partial R_2 \cdot \Delta R_2 + \partial R_{123} / \partial R_3 \cdot \Delta R_3$$

Dabei ist

$$R_1 = 120 (1 \pm 10\%) \Omega \Rightarrow \Delta R_1 = 12 \Omega$$

$$R_2 = 330 (1 \pm 10\%) \Omega \Rightarrow \Delta R_2 = 33 \Omega$$

$$R_3 = 390 (1 \pm 10\%) \Omega \Rightarrow \Delta R_3 = 39 \Omega$$

$$\begin{aligned} \Delta R_{123} &= 1 \cdot 12 \Omega + (390^2 / 720^2) 33 \Omega + (330^2 / 720^2) 39 \Omega \\ &= 12 \Omega + 0,2934 \cdot 33 \Omega + 0,2101 \cdot 39 \Omega \\ &= 12 \Omega + 9,6822 \Omega + 8,1939 \Omega = \mathbf{29,9661 \Omega} \end{aligned}$$

c) Endresultat absolute Werte $R_{123} = \mathbf{(300 \pm 30) \Omega}$

relative Werte $R_{123} = \mathbf{300(1 \pm 9\%) \Omega}$

d) Drahtwiderstand $R = \rho \cdot L / A$ mit $A = \pi \cdot (d/2)^2$

erforderliche Länge $L = R \cdot A / \rho = 300 \Omega \pi 50^2 10^{-12} \text{ m}^2 / 4,9 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m} = \mathbf{4,8086 \text{ m}}$

e) Reine Potenzfunktion $R_{\text{kon}} = R_{\text{kon}}(\rho, L, d) = \rho \cdot L / A = 4 \cdot \rho \cdot L / (\pi d^2)$

Relativer Größtfehler $\Delta R_{\text{kon}} / R_{\text{kon}} = \Delta \rho / \rho + \Delta L / L + 2 \Delta d / d$

Für die feste Länge L ($\Delta L = 0$) hängt die Unsicherheit ΔR_{kon} nur von Materialdaten ρ und d ab. Der spezifische Widerstand wird als exakt angenommen, daher ist $\Delta \rho = 0$:

$$\Delta R_{\text{kon}} / R_{\text{kon}} = 0 + 0 + 2 \Delta d / d = 2 \cdot 5 / 100 = 10 \%$$

und damit $\Delta R_{\text{kon}} = R \cdot 10 \% = \mathbf{30 \Omega}$

f) Endresultat $R_{\text{kon}} = \mathbf{(300 \pm 30) \Omega}$ $R_{\text{kon}} = \mathbf{300(1 \pm 10\%) \Omega}$

Wintersemester 2012/2013	Blatt 4 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

Aufgabe 4: Vibrationsdämpfung

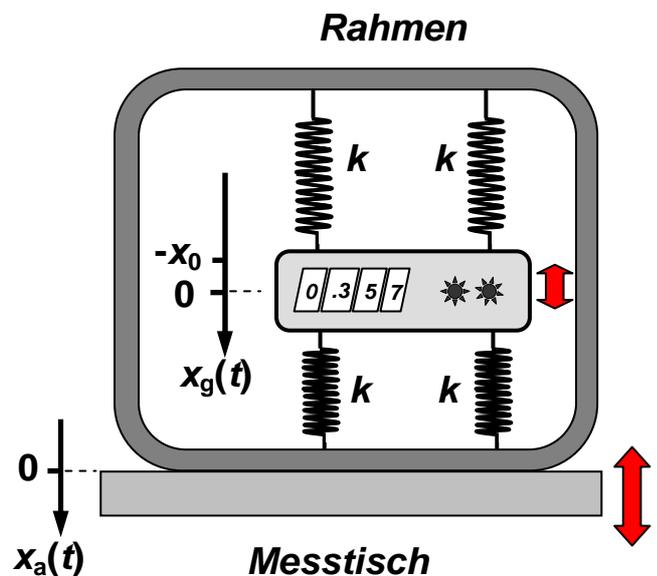
(18 Punkte)

Ein empfindliches Messgerät steht auf einem Messtisch und soll gegen dessen Vibrationen isoliert werden. Dazu wird es mit vier gleichen Federn in einen Rahmen gehängt (Skizze).

- Nach Einhängen befindet sich das Gerät in der Ruhelage um die Strecke x_0 unterhalb der symmetrischen Mittelposition. Welche Federkonstante k haben die Federn ?
- Mit welcher Frequenz würde das Gerät bei reibungsfreier Bewegung in vertikaler Richtung frei schwingen ?

In Wirklichkeit tritt im System Reibung auf, die nachfolgend als viskos angenommen wird. Die sinusförmigen Vibrationen des Messtisches liegen im Frequenzbereich zwischen 0 und 1000 Hz, ihre Amplitude A_v beträgt durchweg 1 mm.

- Welchen Dämpfungsgrad D muss das auf dem vibrierenden Messtisch stehende System haben, damit das Gerät darin mit einer Amplitude von maximal 3 mm schwingt ?
- Bei welcher Vibrationsfrequenz des Messtisches schwingt das Gerät mit maximaler Amplitude ?
- Welche maximale Beschleunigung wirkt dann auf das Gerät ?



Angaben

- $m = 5 \text{ kg}$ *Masse Messgerät*
- $x_0 = 3 \text{ cm}$ *Anfangsauslenkung*
- $A_v = 1 \text{ mm}$ *Amplitude der Vibrationen des Messtisches*

Lösungsvorschlag

Vibrationsdämpfung

Autor H Käß

- a) Effektive Federkonstante System $k_{\text{eff}} = \Delta F / x_0 = m \cdot g / x_0 = 1635 \cdot \text{N/m}$
die Federn wirken parallel, $k_{\text{eff}} = 4 \cdot k$ $k = k_{\text{eff}} / 4 = \mathbf{408,75 \text{ N/m}}$
- b) Kreisfrequenz frei, ungedämpft $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \sqrt{k_{\text{eff}} / m} = 18,083 \text{ rad/s}$
Schwingungsfrequenz $f_0 = \omega_0 / 2 \cdot \pi = \mathbf{2,878 \text{ Hz}}$
- c) Zusammenhang zwischen Anregungsamplitude A_v und Resonanzamplitude x_{res} :
Näherung für kleine D -Werte $x_{\text{res}} / A_v \approx 1 / (2 \cdot D)$
daraus folgt D zu $D = A_v / (2 \cdot x_{\text{res}}) = 1 \text{ mm} / (2 \cdot 3 \text{ mm}) = \mathbf{0,166}$
- d) Mit $\omega_{\text{res}} = \omega_0 \sqrt{1 - 2 D^2}$ folgt $\omega_{\text{res}} = 18,083 \sqrt{1 - 2 \cdot 0,166^2} \text{ rad/s} = 17,578 \text{ rad/s}$
Resonanzfrequenz $f_{\text{res}} = \omega_{\text{res}} / 2 \cdot \pi = \mathbf{2,7976 \text{ Hz}}$ ($T_0 = 0,36 \text{ s}$)
- e) Im Resonanzfall gilt $v_{\text{max}} = \omega_{\text{res}} \cdot x_{\text{res}}$ (= 0,0527 m/s)
und für die Beschleunigung $a_{\text{max}} = \omega_{\text{res}} \cdot v_{\text{max}} = \omega_{\text{res}}^2 \cdot x_{\text{res}} = \mathbf{0,927 \text{ m/s}^2}$

*Die Näherungsrechnung „für kleine D -Werte“ genügt zum Erreichen der vollen Punktzahl
Durchweg genaue Rechnung für D ergab 5 zusätzliche Bonuspunkte. Hier die Resultate:*

- c') Die genaue Rechnung mit $x_{\text{res}} / A_v = 1 / (2 \cdot D \sqrt{1 - D^2})$
liefert eine quadratische Gleichung $4 \cdot D^2 (1 - D^2) = (A_v / x_{\text{res}})^2$
 $4 \cdot D^4 - 4 D^2 + (A_v / x_{\text{res}})^2 = 0$
mit der Substitution $D^2 = u$ $4 u^2 - 4 u + (A_v / x_{\text{res}})^2 = 0$
 $u_{1/2} = (4 \pm \sqrt{16 - 4(A_v / x_{\text{res}})^2}) / 8$
 $= (4 \pm \sqrt{16 - 4/9}) / 8$
 $= (4 \pm 3,94405) / 8$
aus $u_1 = 0,00699$ und $u_2 = 0,99301$ folgt der einzig sinnvolle Wert $D = \sqrt{u_1} = \mathbf{0,0836}$
- d') Bei genauer Rechnung für D $\omega_{\text{res}} = 18,083 \sqrt{1 - 2 \cdot 0,0836^2} \text{ rad/s} = 17,956 \text{ rad/s}$
Resonanzfrequenz $f_{\text{res}} = \omega_{\text{res}} / 2 \cdot \pi = \mathbf{2,8578 \text{ Hz}}$ ($T_0 = 0,35 \text{ s}$)
- e') Bei genauer Rechnung für D $v_{\text{max}} = \omega_{\text{res}} \cdot x_{\text{res}}$ (= 0,0539 m/s)
und für die Beschleunigung $a_{\text{max}} = \omega_{\text{res}} \cdot v_{\text{max}} = \omega_{\text{res}}^2 \cdot x_{\text{res}} = \mathbf{0,967 \text{ m/s}^2}$

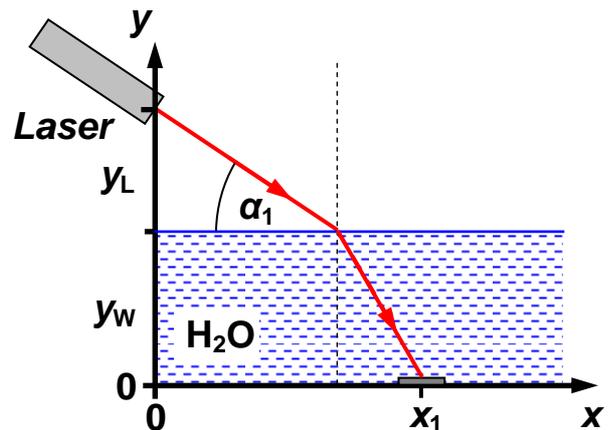
Wintersemester 2012/2013	Blatt 5 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012

Aufgabe 5: Unterwasserbeleuchtung

(24 Punkte)

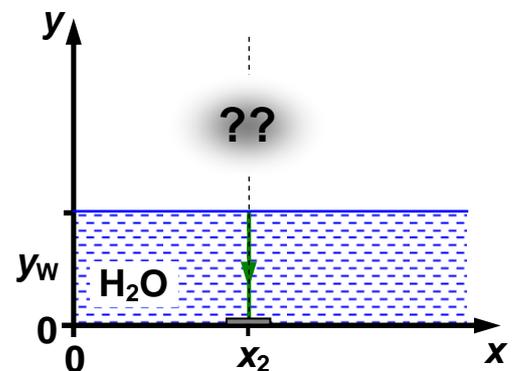
Ein unter Wasser liegendes ebenes Objekt wird mit Laserlicht bestrahlt. Der Austritt des Laserstrahls befindet sich in der Höhe y_L über der ebenen Wasseroberfläche. Das Objekt liegt horizontal in der Tiefe y_W unter dem Wasserspiegel (Skizze).

Zuerst wird ein Laserstrahl der Wellenlänge $\lambda = 650 \text{ nm}$ verwendet. Er trifft unter dem Winkel $\alpha_1 = 30^\circ$ auf die Wasseroberfläche.



- Welche Position x_1 sollte die Objektmittle für optimale Beleuchtung haben ?
- Die Objektoberfläche ist verspiegelt. Skizzieren Sie den weiteren Verlauf des reflektierten Laserstrahls ! Unter welchem Winkel tritt er aus dem Wasser aus ?

Angenommen, anstelle von rotem würde nun unter dem gleichen Winkel α_1 blaues Laserlicht ($\lambda = 400 \text{ nm}$) eingestrahlt.



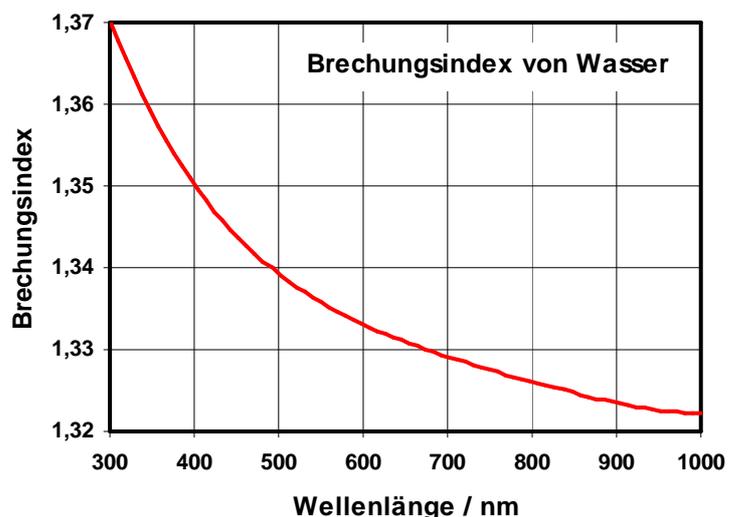
- In welche Richtung wäre das Objekt für optimale Beleuchtung zu verschieben ?
- Welche Strecke wäre es zu verschieben?

Jetzt wird grünes Licht mit $\lambda = 520 \text{ nm}$ Wellenlänge verwendet. Der Laserstrahl soll nun senkrecht von oben auf das Objekt treffen.

- Wie ist dazu der Winkel zwischen Laserstrahl und Wasseroberfläche zu wählen ?
- Welche Wellenlänge hat das grüne Laserlicht im Wasser ?

Angaben

- $y_L = 30 \text{ cm}$ Höhe Laser über Wasserspiegel
 $y_W = 10 \text{ cm}$ Höhe Wasser über Objekt
 $\alpha_1 = 30^\circ$ Winkel Laserstrahl – Wasseroberfläche



Lösungsvorschlag

Unterwasserbeleuchtung

Autor H Käß

Alle Brechzahlen sind aus dem Diagramm abzulesen !

- a) Brechzahl Wasser bei 650 nm : $n_{650} = 1,331$

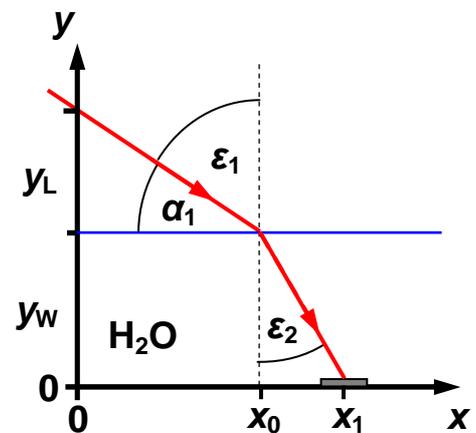
Brechungsgesetz $n_1 \sin \varepsilon_1 = n_2 \cdot \sin \varepsilon_2$

$$\begin{aligned} \sin \varepsilon_2 &= (n_1 / n_2) \cdot \sin \varepsilon_1 \\ &= (1,000 / 1,331) \cdot \sin 60^\circ = 0,6507 \end{aligned}$$

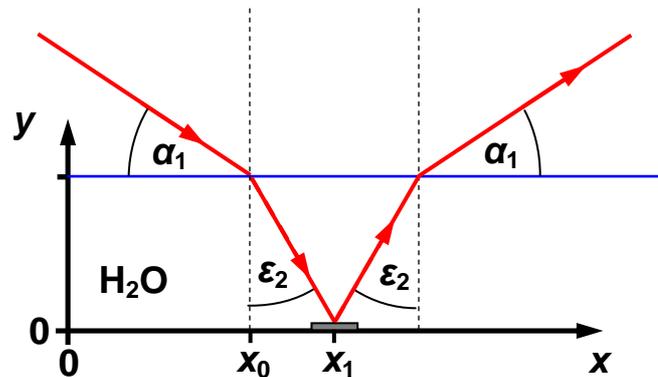
daraus $\varepsilon_2 = 40,591^\circ$

$$\begin{aligned} y_L / x_0 &= \tan \alpha_1 & x_0 &= y_L / \tan \alpha_1 = 0,5196 \text{ m} \\ (x_1 - x_0) / y_W &= \tan \varepsilon_2 & x_1 - x_0 &= y_W \tan \varepsilon_2 = 0,0856 \text{ m} \end{aligned}$$

Position $x_1 = x_0 + 0,0856 \text{ m} = \mathbf{0,6053 \text{ m}}$



- b) Austrittswinkel = Eintrittswinkel = 30°



- c) Brechzahl bei 400 nm (blau) :

$$n_{400} = 1,35$$

Blaues Licht wird stärker gebrochen als rotes, daher wird der Winkel ε_2 kleiner und das Objekt müßte etwas **nach links**, also **zu kleineren x-Werten hin** verschoben werden.

- d) Neuer Ablenkwinkel ?

$$\begin{aligned} \sin \varepsilon_2 &= (n_1 / n_2) \cdot \sin \varepsilon_1 = (1,000 / 1,35) \cdot \sin 60^\circ = 0,6415 \\ \text{daraus} \quad \varepsilon_2 &= 39,904^\circ \end{aligned}$$

$$x_1 - x_0 = y_W \tan \varepsilon_2 = 0,0836 \text{ m}$$

neue Position $x_1 = x_0 + 0,0836 \text{ m} = \mathbf{0,6032 \text{ m}}$

das Objekt wäre um $\Delta x_1 = 0,6053 \text{ m} - 0,6032 \text{ m} = \mathbf{0,002 \text{ m}}$ zu verschieben ($\Delta x_1 = 2,059 \text{ mm}$)

- e) Winkel $\alpha_1 = 90^\circ$, also **senkrechter Einfall !!**

- f) Brechzahl Wasser bei 520 nm : $n_{520} = 1,337$

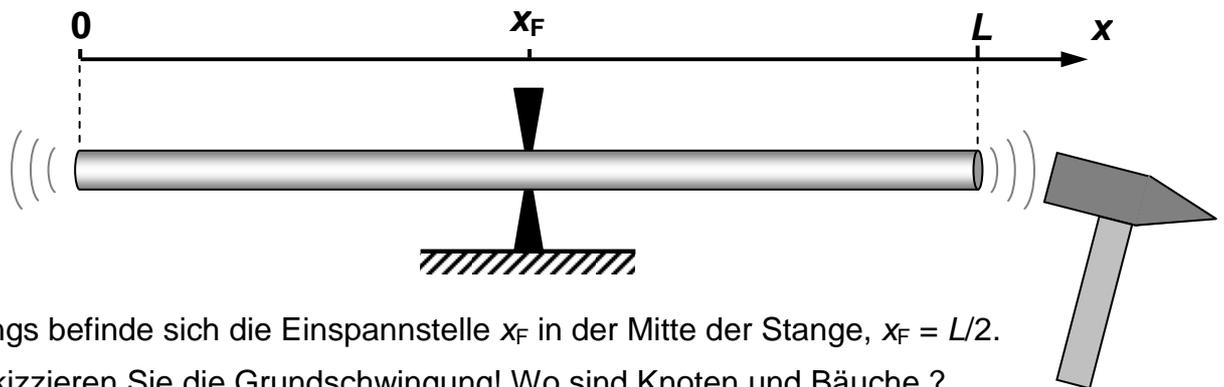
Wellenlänge in Wasser $\lambda_{\text{H}_2\text{O}} = \lambda_{\text{Luft}} / n_{520} = 520 \text{ nm} / 1,337 = \mathbf{388,9 \text{ nm}}$

Wintersemester 2012/2013	Blatt 6 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012 (2011)

Aufgabe 6: Wettversuch

(15 Punkte)

In einer Spielschow wettet ein Kandidat, dass er die Länge L einer Stativstange aus Stahl über die Höhe des Tons abschätzen könne, den die Stange nach Anschlagen mit einem Hammer abgibt. Dazu soll senkrecht auf die Endfläche der eingespannten Stange geschlagen werden, so dass darin eine Longitudinalwelle angeregt wird (Skizze).



Anfangs befinde sich die Einspannstelle x_F in der Mitte der Stange, $x_F = L/2$.

- Skizzieren Sie die Grundschiwingung! Wo sind Knoten und Bäuche?
- Welche Länge hat die Stange, wenn sie bei einer Frequenz f_1 von 2,32 kHz schwingt?
- Welche Kreisfrequenz und Wellenzahl hat dann die stehende Welle auf der Stange?

In der Spielschow muss der Kandidat die Tonhöhe nun ohne Messgerät schätzen.

- Wie groß darf die Unsicherheit Δf bei der Bestimmung der Tonhöhe f_1 maximal sein, wenn die Länge auf $\Delta L = 1\text{ cm}$ genau ermittelt werden soll?

Jetzt wird die Stange bereits nach dem ersten Viertel ihrer Länge eingespannt. Dadurch verändert sich die Position x_F der Einspannvorrichtung auf der x -Achse zu $x_F = L/4$.

- Mit welcher niedrigsten Frequenz f_2 wird die Stange nun nach dem Schlag schwingen?

Angaben

c_{St} : 5100 m/s
 f_1 : 2,32 kHz

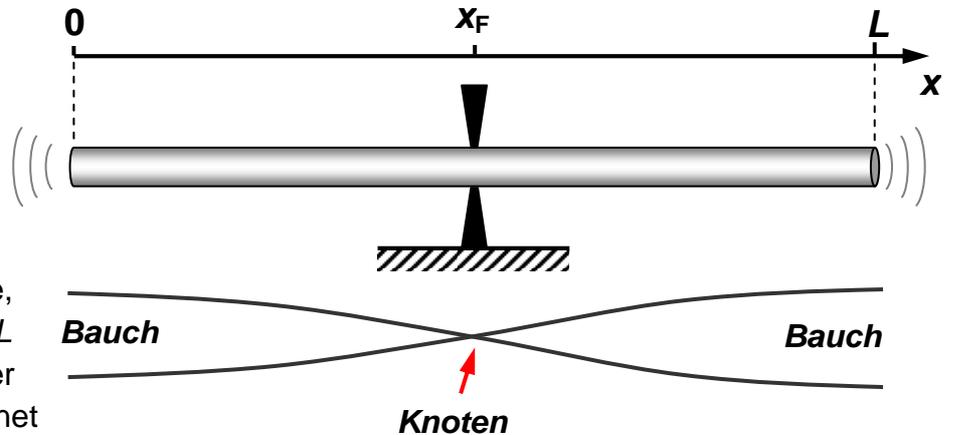
Schallgeschwindigkeit in Stahl
Frequenz bei mittiger Einspannung

Lösungsvorschlag

Wettversuch

Autor H Käß

a) Grundschiwingung



ist Longitudinalwelle,
Wellenlänge $\lambda_1 = 2 \cdot L$
Auslenkung wird hier
transversal gezeichnet

b) Es gilt
damit

$$c_{\text{St}} = \lambda_1 \cdot f_1 = 2 \cdot L \cdot f_1$$

$$L = c_{\text{St}} / (2 \cdot f_1) = 5100 \text{ m s} / (2 \cdot 2320 \text{ s}) = \mathbf{1,099 \text{ m}}$$

c) Kreisfrequenz
Wellenzahl

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = \mathbf{1,4577 \cdot 10^4 \text{ rad/s}}$$

$$k_1 = 2 \cdot \pi / \lambda_1 = 6,283 / 2,198 \text{ m} = \mathbf{2,858 \text{ m}^{-1}}$$

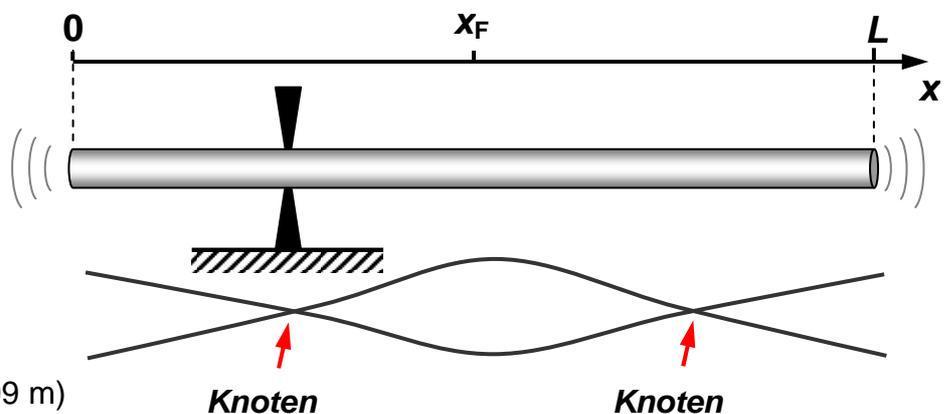
d) Der Zusammenhang zwischen Frequenz f_1 und Länge L ist ein reines Potenzgesetz

Aus $L = c_{\text{St}} / (2 \cdot f_1)$ folgt f_1 zu $f_1 = f_1(L) = c_{\text{St}} / (2 \cdot L)$

Somit ist die relative Unsicherheit $\Delta f_1 / f_1 = \Delta L / L$

und die Unsicherheit in der Frequenz $\Delta f_1 = f_1 \cdot \Delta L / L = 2320 \text{ Hz} \cdot 1 \text{ cm} / 109,9 \text{ cm}$
 $= \mathbf{21,1 \text{ Hz}}$

e) Nun entfällt eine volle Wellenlänge λ_2 auf die Gesamtlänge L der Stange



$$c_{\text{St}} = \lambda_2 \cdot f_2 = L \cdot f_2$$

$$f_2 = c_{\text{St}} / L$$

$$= 5100 \text{ m} / (\text{s} \cdot 1,099 \text{ m})$$

$$= \mathbf{4640 \text{ Hz}}$$