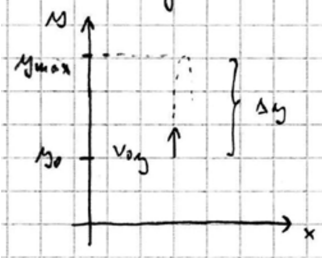
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

a) $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix}$

$$v_{0y} = v_0 \sin\varphi = \left(65\,\frac{m}{s}\right)\sin 25^\circ = 27.5\,\frac{m}{s}$$

Die Bewegungen in x- und y-Richtung sind ungestört überlagert.



$$\Delta y = \bar{v}_y\,\Delta t = \bar{v}_y\,\frac{\Delta v}{a} = \frac{v_{0y}}{2}\,\frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$\bar{v}_y$: Durchschnittsgeschwindigkeit in y-Richtung

Also: $\Delta y = \frac{(27.5\,m/s)^2}{2(9.81\,m/s^2)} \approx 38.5\,m$

$$\Rightarrow \underline{\underline{y_{max}}} = y_0 + \Delta y = 0.9\,m + 38.5\,m = \underline{\underline{39.4\,m}}$$

b) $v_{0x} = \text{const.}$, weil $a_x = 0$!

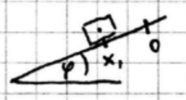
Also: $v_{0x} = v_0 \cos\varphi = \left(65\,\frac{m}{s}\right)\cos 25^\circ \approx 58.9\,\frac{m}{s}$

$$v_y(t) = v_{0y} - g t = 27.5\,\frac{m}{s} - \left(9.81\,\frac{m}{s^2}\right)(3.8\,s)$$
$$= -9.81\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{v}(3.8s) = \begin{pmatrix} 58.9 \\ -9.81 \end{pmatrix}\frac{m}{s}}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

a.)



EES:

$$\frac{1}{2}kx_1^2 = mgx_1\sin\varphi + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}x_1^2 - 2gx_1\sin\varphi}$$

$$= \sqrt{\underbrace{\frac{520\ \mathrm{N/m}}{1.93\ \mathrm{kg}}(0.187\ \mathrm{m})^2}_{9.422\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} - \underbrace{2\left(9.81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(0.187\ \mathrm{m})(\sin 27°)}_{1.666\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}}$$

$$v \approx 2.79\ \mathrm{m/s^2}$$

b.) Erweiterter EES:

$$\frac{1}{2}kx_1^2 = mgx_1\sin\varphi + \frac{1}{2}mv^2 + W_R$$

wobei $W_R = F_R \cdot x_1 = \mu mg\cos\varphi\ x_1$

$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{\frac{1}{2}kx_1^2 - mgx_1\sin\varphi - \frac{1}{2}mv^2}{mg\cos\varphi\ x_1}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(520\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)(0.187\ \mathrm{m})^2 - (1.93\ \mathrm{kg})\left(9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(0.187\ \mathrm{m})\sin 27° - \frac{1}{2}(1.93\ \mathrm{kg})\left(2.54\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{(1.93\ \mathrm{kg})\left(9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cos 27°\ (0.187\ \mathrm{m})}$$

$$= \frac{9.092\ \mathrm{J} - 1.607\ \mathrm{J} - 6.226\ \mathrm{J}}{3.155\ \mathrm{J}}$$

$$\mu \approx 0.40$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

a) $\underbrace{\cancel{x_S}}_{=0} = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

$\Rightarrow \quad m_1 x_1 = -m_2 x_2 \qquad (1)$

Ausserdem ist $\quad x_2 - x_1 = 50\ \text{cm} \qquad (2)$

Aus Gl. (2) und (1):

$m_1 x_1 = -m_2 (x_1 + 50\ \text{cm})$

$\Rightarrow \quad \underline{x_1} = -\dfrac{(50\ \text{cm})\, m_2}{m_1 + m_2} = -\dfrac{(50\ \text{cm})(70\ \text{kg})}{(35\ \text{kg} + 70\ \text{kg})} \approx \underline{\underline{-33.3\ \text{cm}}}$

$\Rightarrow \quad \underline{\underline{x_2 = 16.7\ \text{cm}}}$

b) $\underline{W} = F_{12} \cdot s = (55\ \text{N})(0.32\ \text{m}) = \underline{\underline{17.6\ \text{J}}}$

c) Arbeitssatz der Mechanik:

$W = \underbrace{\Delta E_{kin}}_{\frac{1}{2} m v_1^2}$

Tatsächlich ist $v_1 = -1.01\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Junge bewegt sich in die negative x-Richt.

$\Rightarrow \quad \underline{|v_1|} = \sqrt{\dfrac{2W}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\,(17.6\ \text{J})}{35\ \text{kg}}} \approx \underline{\underline{1.01\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

d) IES $\quad m_1 v_1 = -m_2 v_2$

$\Rightarrow \quad \underline{v_2} = -\dfrac{m_1}{m_2} v_1 = -\dfrac{35\ \text{kg}}{70\ \text{kg}} \left(-1.01\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = \underline{\underline{0.503\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

Zurückgelegter Weg des Jungen in 2s:

$\Delta x_1 = v_1\, \Delta t = \left(1.01\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(2\text{s}) = 2.02\ \text{m}$

Position des Jungen nach 2s:

$x_1(2\text{s}) = x_1 + (-32\ \text{cm}) - \Delta x_1 = -33.3\ \text{cm} - 32\ \text{cm} - 2.02\ \text{m}$

$= -2.67\ \text{m}$

Mit Gl. (1) $\Rightarrow \quad x_2(2\text{s}) = 1.34\ \text{m}$

$\underline{\Delta x_E} = |x_1(2\text{s})| + |x_2(2\text{s})| = \underline{\underline{4.01\ \text{m}}}$

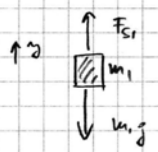
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4

a.) $\sum M_i = 0$

$\Rightarrow m_1 \cancel{g} R_1 = m_2 \cancel{g} R_2$

$\Rightarrow \underline{\underline{m_2}} = \frac{R_1}{R_2} m_1 = \frac{1.2\ \text{m}}{0.4\ \text{m}} (24\ \text{kg}) = \underline{\underline{72\ \text{kg}}}$

b.) Jetzt: $m_1 = 24\ \text{kg} + 12\ \text{kg} = 36\ \text{kg}$



$\sum \vec{F}_i = m_1 \vec{a}_1$ (Newton II)

$\Rightarrow F_{S1} - m_1 g = -m_1 a_1$

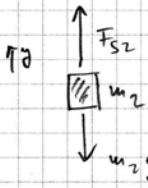
$\Rightarrow F_{S1} = m_1 g - m_1 a_1$

$= \underbrace{(36\ \text{kg})(9.81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})}_{353\ \text{N}} - \underbrace{(36\ \text{kg})(1.64\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})}_{59.0\ \text{N}}$

$\underline{\underline{F_{S1} \approx 294\ \text{N}}}$

Für die Seilkraft F_{S2} braucht man a_2:

Mit $a_1 = \alpha R_1$ und $a_2 = \alpha R_2$ $\Big\} \Rightarrow a_2 = \frac{R_2}{R_1} a_1 = \frac{0.4\ \text{m}}{1.2\ \text{m}} 1.64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.547 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



$\sum \vec{F}_i = m_2 \vec{a}_2$ (Newton II)

$F_{S2} - m_2 g = m_2 a_2$

$\Rightarrow F_{S2} = m_2 g + m_2 a_2$

$= \underbrace{(72\ \text{kg})(9.81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})}_{706\ \text{N}} + \underbrace{(72\ \text{kg})(0.547\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})}_{39.4\ \text{N}}$

$\underline{\underline{F_{S2} \approx 746\ \text{N}}}$

c.) $\underline{\underline{M_{res}}} = F_{S1} R_1 - F_{S2} R_2$

$= \underbrace{(294\text{N})(1.2\ \text{m})}_{353\ \text{Nm}} - \underbrace{(746\text{N})(0.4\ \text{m})}_{298\ \text{Nm}}$

$\approx \underline{\underline{55\ \text{Nm}}}$

Mit $\sum M_i = J \alpha$ und $\alpha = \frac{a_1}{R_1} = \frac{1.64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1.2\ \text{m}} \approx 1.37 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

$\Rightarrow \underline{\underline{J}} = \frac{M_{res}}{\alpha} = \frac{55\ \text{Nm}}{1.37 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}} \approx \underline{\underline{40\ \text{kg}\,\text{m}^2}}$

d.) $W = \int_0^{\varphi_E} M\, d\varphi = M \varphi_E$

Mit $\varphi_E = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} (1.37 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2})(3\text{s})^2 \approx 6.15\ \text{rad}$

$\Rightarrow \underline{\underline{W}} = (55\text{Nm})(6.15\ \text{rad}) \approx \underline{\underline{34\ \text{kJ}}}$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 5:

a) $f_0 = 0.796\ \mathrm{Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 1.26\ \mathrm{s}$

Mit $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \underline{m} = \frac{T^2}{4\pi^2} k = \frac{(1.26\ \mathrm{s})^2}{4\pi^2}\left(200\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right) = \underline{8.00\ \mathrm{kg}}$

b) $y(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ (1)

$v(t) = \dot{y}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$ (2)

Anfangsbedingungen: $y_0 = -4\ \mathrm{cm}$, $v_0 = 0$ (Also: $A = 4\ \mathrm{cm}$)

Aus Gl. (2) folgt: $\sin(\phi) = 0 \Rightarrow \phi_1 = 0,\ \phi_2 = \pi$

Aus Gl. (1) folgt: $\cos\phi = -1 \Rightarrow \underline{\underline{\phi = \pi}}$

Somit $\underline{y(t)} = A\cos(\omega t + \pi) = \underline{-A\cos(\omega t)}$

$\Rightarrow a(t) = \ddot{y}(t) = +A\omega^2\cos(\omega t)$

$\Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{a}{A\omega^2} = \frac{(-0.83\ \mathrm{m/s^2})}{(0.04\ \mathrm{m})\left(5\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right)^2} \approx -0.830$,

wobei $\omega = 2\pi f_0 = 2\pi\,(0.796\ \mathrm{Hz}) \approx 5.00\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Somit $(\omega t)_1 = 2.55\ \mathrm{rad} \mathrel{\hat{=}} 146°$ ✓ weil $\sin\omega t > 0$

$(\omega t)_2 = 3.73\ \mathrm{rad} \mathrel{\hat{=}} \cancel{214°}$

$\Rightarrow \underline{t} = \frac{2.55\ \mathrm{rad}}{5\ \mathrm{rad/s}} \approx \underline{0.510\ \mathrm{s}}$

c) $f_D = f_0\sqrt{1 - D^2} \Rightarrow D = \sqrt{1 - \left(\frac{f_D}{f_0}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{0.791\ \mathrm{Hz}}{0.796\ \mathrm{Hz}}\right)^2}$

$\underline{D \approx 0.112}$

Mit $D = \frac{\delta}{\omega_0} \Rightarrow \delta = D\omega_0 = (0.112)\left(5\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right) = 0.556\ \frac{1}{\mathrm{s}}$

Mit $A(t) = A_0\, e^{-\delta (n T_d)} \Rightarrow n = -\frac{1}{\delta T_d}\ln\frac{A}{A_0}$

Mit $T_d = \frac{1}{f_d} = \frac{1}{0.791\frac{1}{\mathrm{s}}} = 1.264\ \mathrm{s} \Rightarrow n = -\frac{1}{(0.556\frac{1}{\mathrm{s}})(1.264\ \mathrm{s})}\ln\frac{0.5}{4}$

≈ 2.96

$\Rightarrow$ Nach $\underline{3}$ kompletten Schw. ist die Ampl. erstmals kleiner.