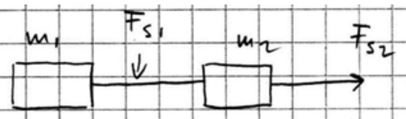
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1 Sprungschanze (H Käß)

a) Aus dem Energieerhaltungssatz $E_{pot} = m \cdot g \cdot h = ½\, m \cdot v_0^2 = E_{kin}$
folgt $v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ = **19,8 m/s** (= 71,3 km/h)

b) Komponentenweise Darstellung der Flugbahn, Absprung zum Zeitpunkt t = 0 s :

x-Richtung	$x(t) = v_0 \cdot t$
y-Richtung	$y(t) = -½\, g \cdot t^2$
Da also $t = x / v_0$ folgt daraus	$y = -½\, g \cdot (x / v_0)^2$
Der Landepunkt ist (x_S, y_S), somit	$\tan \varphi = (y_S / x_S)^2$
Daraus folgt (in Beträgen)	$y_S = x_S \cdot \tan \varphi = ½\, g \cdot (x_S / v_0)^2$
demnach	$x_S = (2 \cdot v_0^2 / g) \tan \varphi$
	$= (2 \cdot 19{,}81^2\, m^2 s^2 / 9{,}81\, ms^2) \tan 30° = 46{,}2$ m
und	$y_S = 46{,}2$ m $\tan 30° = 26{,}7$ m
Mit Pythagoras folgt die Flugweite	$s = \sqrt{x_S^2 + y_S^2}$ = **53,3 m**

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2

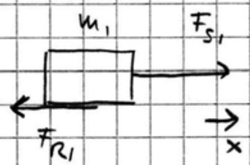


Geg.: $m_1 = 100\ \text{kg}$

$m_2 = 80\ \text{kg}$

$F_{S1} = 150\ \text{N}$

Schlitten 1 freischneiden:



Newton II:

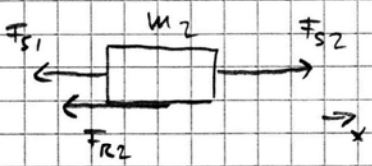
$$\sum \vec{F}_i = m_1 \vec{a}$$

$$F_{S1} - F_{R1} = m_1 a \quad \text{, wobei } F_{R1} = \mu m_1 g$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{F_{S1} - F_R}{m} = \frac{150\ \text{N} - (0.1)(100\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2)}{100\ \text{kg}}$$

$$a = 0.519\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Schlitten 2 freischneiden:



Newton II

$$\sum \vec{F}_i = m_2 \vec{a}$$

$$F_{S2} - F_{S1} - F_{R2} = m_2 a$$

$$\Rightarrow \quad F_{S2} = F_{S1} + F_{R2} + m_2 a$$

$$= 150\ \text{N} + \underbrace{(0.1)(80\ \text{kg})(9.81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})}_{78.5\ \text{N}} + \underbrace{(80\ \text{kg})(0.519\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})}_{41.5\ \text{N}}$$

$$F_{S2} = 270\ \text{N}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3 Mondumlaufbahn (H Käß)

a) Bahnradius folgt aus Gleichgewichtsbedingung $F_Z = F_G$

also $m_{Io} \cdot \omega^2 \cdot r = \gamma \cdot m_{Io} \cdot m_{Jup} / r^2$

mit $\omega = 2\pi / T$ folgt $r^3 = \gamma \cdot m_{Jup} \cdot T^2 / (4\pi^2) =$

$= 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \text{m}^3\ 1{,}9 \cdot 10^{27}\ \text{kg}\ (42{,}5 \cdot 3600\ \text{s})^2 / (4\pi^2\ \text{kgs}^2)$

$= 7{,}518 \cdot 10^{25}\ \text{m}^3$

Bahnradius also $r = 4{,}22 \cdot 10^8\ \text{m} = 4{,}22 \cdot 10^5\ \text{km} =$ **422000 km**

Bahngeschwindigkeit $v = \omega \cdot r = 4{,}22 \cdot 10^8\ \text{m}\ 2\pi / (42{,}5 \cdot 3600\ \text{s}) =$ **17,3 km/s**

b) Berechnung der Masse des Mondes Io ist **nicht möglich, da sie sich heraus kürzt.**

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4 Hybridfahrzeug (H Käß)

a) Gespeicherte elektrische Energie $E_{el} = 1{,}7\ \text{kWh} = 1700 \cdot 3600\ \text{Js/s} = 6{,}12\ \text{MJ}$

mechanische Arbeit für Bewegung $W_{mech} = \eta \cdot E_{el} = 0{,}9 \cdot 6{,}12\ \text{MJ} = 5{,}508\ \text{MJ}$

Arbeit pro Beschleunigungsvorgang $W_B = ½\, m \cdot v^2 = ½\ 2500\ \text{kg}\ (50000\ \text{m} / 3600\ \text{s})^2$

$= ½\ 2500\ \text{kg}\ (13{,}88\ \text{m/s})^2 = 241{,}13\ \text{kJ}$

Maximalzahl an Beschleunigungen $n = W_{mech} / W_B = 22{,}84$ also $\mathbf{n_{max} = 22}$

b) Rollreibungskraft : $F_{roll} = \mu_r \cdot F_N = \mu_r \cdot F_G = \mu_r \cdot m \cdot g$ *(= 490,5 N)*

Reibungsarbeit für Strecke s $W_{roll} = F_{roll} \cdot s = \mu_r \cdot m \cdot g \cdot s$

Mit $W_{mech} = W_{roll}$ folgt $s = W_{mech} / \mu_r \cdot m \cdot g$

$= 5{,}508 \cdot 10^6\ \text{Nms}^2 / (0{,}02 \cdot 2500 \cdot 9{,}81\ \text{kg m})$

$= 11230\ \text{m} =$ **11,23 km**

c) Steigungswinkel φ folgt aus $\tan\varphi = H/x = 0{,}05$ also $\varphi = 2{,}86°$

Rollreibungskraft $F_{roll} = \mu_r \cdot F_N = \mu_r \cdot F_G \cdot \cos\varphi = \mu_r \cdot m \cdot g \cdot \cos\varphi$

Gesamtarbeit bis Höhe H $W_{ges} = F_{roll} \cdot s + m \cdot g \cdot H$

dabei ist $H / s = \sin\varphi$ also $W_{ges} = H \cdot m \cdot g\ (\mu_r \cdot \cos\varphi / \sin\varphi + 1)$

Mit $W_{mech} = W_{ges}$ folgt $H = W_{mech} / (m \cdot g\ [\mu_r / \tan\varphi + 1])$

$= 5{,}508 \cdot 10^6\ \text{Nms}^2 / (2500 \cdot 9{,}81\ [0{,}02/0{,}05+1]\ \text{kg m})$

$=$ **160,4 m**

Lösungvorschlag zu Aufgabe 5

a) $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, wobei $\bar{v} = \frac{v_1 + v_1'}{2}$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{\bar{v}} = \frac{0.3\,m}{(1200\,\frac{m}{s} + 900\,\frac{m}{s})/2} \approx \underline{0.286\ ms}$

b.) $F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} = \frac{m\,|v_1' - v_1|}{\Delta t} = \frac{(0.025\,kg)(300\,\frac{m}{s})}{0.286 \times 10^{-3}\,s}$

$\underline{F \approx 2.62 \times 10^4\,N}$

c) IES : $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$\Rightarrow v_2' = \frac{m_1 v_1 - m_1 v_1'}{m_2}$

$= \frac{(0.025\,kg)(1200\,\frac{m}{s} - 900\,\frac{m}{s})}{350\,kg}$

$\underline{v_2' = 0.0214\,\frac{m}{s}}$

<u>Alternativ</u> : $\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m_2} = \frac{2.62 \times 10^4\,N}{350\,kg} \approx 74.9\,\frac{m}{s^2}$

$v = \bar{a}\,t = (74.9\,\frac{m}{s^2})(0.286 \times 10^{-3}\,s) = 0.0214\,\frac{m}{s}$

<u>Bem:</u> Rutschstrecke des Klotzes

$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2}(74.9\,\frac{m}{s^2})(0.286 \times 10^{-3}\,s)^2 = 3.06\,\mu m\,!$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6 Auswuchtmaschine (H Käß)

a) Winkelbeschleunigung $\alpha = \Delta\omega / \Delta t = 2 \cdot \pi \cdot n_0 / \Delta t$

$= 2 \cdot \pi \cdot 200 / (60 \cdot 1{,}5\ s^2) = \mathbf{13{,}96\ rad/s^2}$

b) Gesamter Drehwinkel $\varphi = ½\ \alpha \cdot t^2 = 0{,}5 \cdot 13{,}96 \cdot 1{,}5^2\ s^2 / s^2 = 15{,}71$ rad

$= 5\ \pi$ rad => **2,5 Umdrehungen**

c) Drehmoment mit 2. Axiom (Rotation) $M = J \cdot \alpha = 0{,}9\ kgm^2\ 13{,}96\ rad/s^2 = \mathbf{12{,}56\ Nm}$

Maximale Motorleistung $P = M \cdot \omega_{max} = = 12{,}56\ Nm\ 2 \cdot \pi \cdot 200 / (60 \cdot s)$

$= \mathbf{263{,}1\ W}$

d) Winkelverzögerung (Betrag) $\alpha_B = \Delta\omega / \Delta t = 2 \cdot \pi \cdot n_0 / \Delta t$

$= 2 \cdot \pi \cdot 200 / (60 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ s^2) = 418{,}9\ rad/s^2$

Das Bremsdrehmoment ist dann $M_B = J \cdot \alpha_B = 0{,}9\ kgm^2\ 418{,}9\ rad/s^2 = 377\ Nm$

Da $M_B = F_R \cdot d_R / 2$

beträgt die notwendige Reibungskraft $F_R = 2 \cdot M_B / d_R = 2 \cdot 377\ Nm / 0{,}64\ m = \mathbf{1178\ N}$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 7

a) Stokessches Reibungsgesetz : $F_R = - b\, v$

$$\Rightarrow \underline{\underline{b}} = \frac{|F_R|}{v} = \frac{120\ N}{1\ m/s} = \underline{\underline{120\ \frac{kg}{s}}}$$

Abklingkoeffizient $\delta = \frac{b}{2m} = \frac{120\ kg/s}{2\,(700\ kg)} = 0.0857\ \frac{1}{s}$

Mit $F = k_{ges}\, x \Rightarrow k_{ges} = \frac{F}{x} = \frac{450\ N}{2\ m} = 225\ \frac{N}{m}$

Bei zwei Federn parallel gilt $k_{ges} = 2k$

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = 112.5\ \frac{N}{m}}}$$

b) Dämpfungsgrad $D := \frac{\delta}{\omega_0}$

Mit $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{ges}}{m}} = \sqrt{\frac{225\ N/m}{700\ kg}} \approx 0.567\ \frac{rad}{s}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{D}} = \frac{0.0857\ \frac{1}{s}}{0.567\ rad/s} \approx \underline{\underline{0.151}} > 0.1$$

c.) Mit $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} = 0.567\ \frac{rad}{s}\ \underbrace{\sqrt{1-(0.151)^2}}_{0.989}$

$\approx 0.560\ \frac{rad}{s}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{T_d}} = \frac{2\pi}{\omega_d} = \underline{\underline{11.2\ s}}$$

zum Vergleich: $\underline{\underline{T_0 \approx 11.1\ s}}$

d) Mit $A(t) = x_0\, e^{-\delta t}$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\delta} \ln \frac{x_0}{A} = \frac{1}{0.0857\ \frac{1}{s}} \ln \frac{2\ m}{0.1\ m}$$

$$\underline{\underline{t \approx 35\ s}}$$