Hochschule Esslingen
University of Applied Sciences

Fakultät Grundlagen

Wintersemester	2011/2012	Blatt 1 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012 *(2011)*
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 120 Minuten

Gesamtpunktzahl: 120

<u>Aufgabe 1:</u> Hybridfahrzeug **(20 Punkte)**

Ein Fahrzeug mit Hybrid-Antrieb wird im rein elektrischen Betrieb gefahren. Die dabei für einige Situationen zu erwartenden Fahreigenschaften sind zu berechnen. Im Akkumulator ist jeweils die elektrische Energie E_{el} gespeichert. Sie wird im Antriebsstrang mit dem Wirkungsgrad η in mechanische Arbeit umgewandelt.

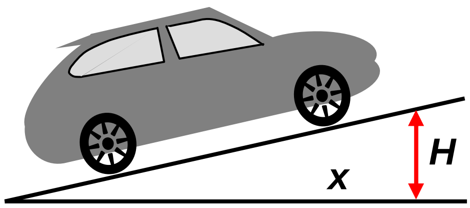
In einer ersten Abschätzung sind alle Reibungseffekte zu vernachlässigen.

a) Wie oft kann das Fahrzeug aus der Ruhe auf 50 km/h beschleunigt werden ?

Bei langsamer Fahrt ist die Rollreibung zu berücksichtigen.

b) Welche Strecke kann das Fahrzeug dabei maximal in der Ebene zurück legen ?

c) Das Fahrzeug befindet sich am Fuß einer Bergstrecke mit der konstanten Steigung $H / x = 5$ %. Welche vertikale Höhendifferenz H kann es höchstens überwinden ?



Bei schneller Fahrt mit der Geschwindigkeit v kann die Rollreibung gegenüber der Luftwiderstandskraft F_{Luft} aufgrund der turbulenten Umströmung vernachlässigt werden.

d) Der Elektromotor liefert unabhängig von der Drehzahl die mechanische Leistung P_{mot}. Welche Höchstgeschwindigkeit v_{max} erreicht das Fahrzeug in der Ebene ?

<u>Angaben</u>

Elektrische Energie	E_{el}	= 1,7 kWh	*Breite des Fahrzeugs*	B	= 1,94 m
Wirkungsgrad	η	= 90 %	*Höhe des Fahrzeugs*	H	= 1,70 m
Mechan. Motorleistung	P_{mot}	= 34 kW	*Luftwiderstandsbeiwert*	c_w	= 0,36
Masse Fahrzeug	m	= 2500 kg	*Dichte von Luft*	ρ	= 1,25 g/dm^3
Rollreibungszahl	μ_r	= 0,02			

Lösungsvorschlag Hybridfahrzeug Autor H Käß

a) Gespeicherte elektrische Energie E_{el} = 1,7 kWh = 1700 · 3600 Js/s = 6,12 MJ

mechanische Arbeit zur Bewegung $W_{mech} = \eta \cdot E_{el}$ = 0,9 · 6,12 MJ = 5,508 MJ

Arbeit pro Beschleunigungsvorgang $W_B = ½\, m \cdot v^2$ = ½ 2500 kg (50000 m / 3600 s)^2

= ½ 2500 kg (13,88 m/s)^2 = 241,13 kJ

Maximalzahl an Beschleunigungen $n = W_{mech} / W_B$ = 22,84 also $\mathbf{n_{max} = 22}$

b) Rollreibungskraft : $F_{roll} = \mu_r \cdot F_N = \mu_r \cdot F_G = \mu_r \cdot m \cdot g$ *(= 490,5 N)*

Reibungsarbeit für Strecke s $W_{roll} = F_{roll} \cdot s = \mu_r \cdot m \cdot g \cdot s$

Mit $W_{mech} = W_{roll}$ folgt $s = W_{mech} / \mu_r \cdot m \cdot g$

= 5,508·10^6 Nms^2 / (0,02·2500 · 9,81 kg m)

= 11229 m = **11,23 km**

c) Steigungswinkel φ folgt aus $\tan \varphi = H/x = 0{,}05$ also $\varphi = 2{,}86°$

Rollreibungskraft $F_{roll} = \mu_r \cdot F_N = \mu_r \cdot F_G \cdot \cos\varphi = \mu_r \cdot m \cdot g \cdot \cos\varphi$

Gesamtarbeit bis Höhe H $W_{ges} = F_{roll} \cdot s + m \cdot g \cdot H$

dabei ist $H / s = \sin \varphi$ also $W_{ges} = H \cdot m \cdot g\ (\ \mu_r \cdot \cos\varphi / \sin\varphi + 1\ )$

Mit $W_{mech} = W_{ges}$ folgt $H = W_{mech} / (m \cdot g\ [\ \mu_r / \tan\varphi + 1\ ]\ )$

= 5,508·10^6 Nms^2 /(2500·9,81 [0,02/0,05+1] kg m)

= **160,42 m**

d) Luftwiderstand bei turbulenter Umströmung $F_W = ½\, \rho \cdot v^2 \cdot A \cdot c_W$

Motorleistung ist gleich Reibungsleistung $P_{mot} = F_W \cdot v = ½\, \rho \cdot B \cdot H \cdot c_W \cdot v^3$

Daraus folgt für die Geschwindigkeit $v^3 = 2 \cdot P_{mot} / (\rho \cdot B \cdot H \cdot c_W)$

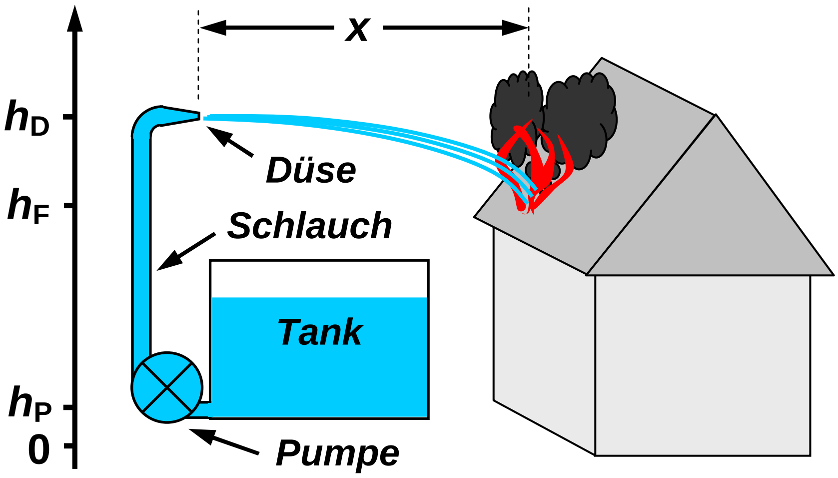
= 4,5819·10^4 Nm^2 / (s kg)

v = 35,78 m/s = **128,8 km/h**

Wintersemester	2011/2012	Blatt 2 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012 *(2011)*

Aufgabe 2: Feuerwehreinsatz **(20 Punkte)**

Ein im Dachgeschoss eines Hauses ausgebrochenes Feuer ist zu löschen. Dazu wird Wasser aus dem Tank eines Löschfahrzeugs mit einer Pumpe durch den Schlauch in die Höhe h_D zur Düse gefördert und von dort in das Feuer gespritzt. Dieses befindet sich unterhalb der Düse in der Höhe h_F und hat die horizontale Entfernung x zur Düse.



a) Welche Geschwindigkeit muss der waagerecht aus der Düse austretende Wasserstrahl haben, damit er in das Feuer trifft ?

b) Welche mittlere Strömungsgeschwindigkeit hat dann das Wasser im Schlauch ?

c) Mit welchem Druck muß die Pumpe an ihrem sich in der Höhe h_P befindenden Auslass das Wasser in den Schlauch pressen, damit der Strahl das Feuer trifft ?

d) Wie lange kann Wasser gespritzt werden, wenn der Tank zu Beginn voll gefüllt ist ?

Angaben

Schlauch und Düse sind von kreisförmigem Querschnitt.

h_D = 10 m	*Höhe Düse über Grund*
h_F = 8 m	*Höhe Feuer über Grund*
h_P = 1 m	*Höhe Pumpeneinlass über Grund*
x = 8 m	*horizontale Distanz Düse - Feuer*
d_S = 42 mm	*Innendurchmesser Schlauch*
d_D = 12 mm	*Innendurchmesser Düse*
V_T = 3000 l	*Tankinhalt*

Lösungsvorschlag ***Feuerwehreinsatz*** ***Autor H Käß***

Da nichts anderes angegeben ist, ist der einfachste Fall anzunehmen – alles reibungsfrei !

a) Bewegung entspricht waagerechtem Wurf mit Geschwindigkeit v_D an Düse

Das Wasser fällt um die Höhe $\Delta h = h_D - h_F = 10\text{ m} - 8\text{ m} = 2\text{ m}$

Die Falldauer t_F folgt aus $\Delta h = ½\, g \cdot t_F^2$ zu $t_F = \sqrt{2 \cdot \Delta h / g} = 0{,}638\text{ s}$

In dieser Zeit ist *x* zurückzulegen... $v_D = x / t_F = x \sqrt{g / 2 \cdot \Delta h}$ = **12,53 m/s** = 45,1 km/h

b) Querschnittsflächen Düse und Schlauch $A_D = \pi \cdot (d_D/2)^2$ (= 113 mm²)

und $A_S = \pi \cdot (d_S/2)^2$ (= 1385 mm²)

Kontinuitätsgleichung $A_D \cdot v_D = A_S \cdot v_S$

demnach Geschwindigkeit im Schlauch $v_S = v_D \cdot A_D / A_S = v_D\ (d_D/d_S)^2$ = **1,023 m/s**

c) Die Förderhöhe des Wassers beträgt $h_F = h_D - h_P = 9\text{m}$

Bernoulligleichung (Pumpendruck p_P) $p_P = \rho \cdot g \cdot h_F + ½\, \rho \cdot v_D^2$

daraus folgt $p_P = ½\, \rho \cdot v_D^2 + \rho \cdot g \cdot h_F$

$= ½ \cdot 1000\text{ kg/m}^3 \cdot 12{,}53^2\text{ m}^2/\text{s}^2 + 1000\text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}81 \cdot 9\text{ m}^2/\text{s}^2$

$= 7{,}85 \cdot 10^4\text{ N/m}^2 + 8{,}829 \cdot 10^4\text{ N/m}^2 = 1{,}668 \cdot 10^5\text{ Pa}$ = **1,668 bar**

d) Volumenstrom $\Delta V / \Delta t$ $= A_S \cdot v_S = \pi \cdot (d_S/2)^2 \cdot v_S = \pi \cdot (2{,}1 \cdot 10^{-2}\text{ m})^2\ 1{,}023\text{ m/s}$

= **$1{,}417 \cdot 10^{-3}$ m³/s** = 1,417 Liter / s

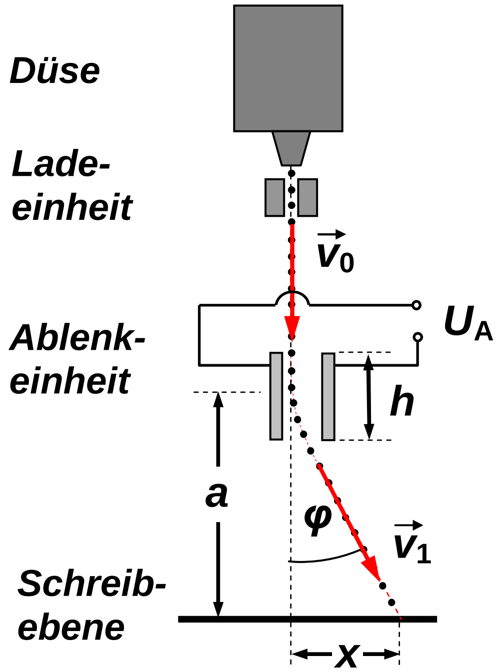
Für das Tankvolumen V_T folgt $t = V_T / (\Delta V / \Delta t) = (3000 / 1{,}417)\text{ s}$ = **2117 s**

= 35,3 min

Wintersemester	2011/2012	Blatt 3 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012 *(2011)*

Aufgabe 3: Continuous Ink Jet (CIJ) Drucker **(20 Punkte)**

Das Mindesthaltbarkeitsdatum wird oft mit einem CIJ-Drucker auf eine Verpackung gedruckt. Dieser enthält einen Druckkopf, in dem eine Düse einen Strahl sehr kleiner Tintentröpfchen mit dem Volumen V und der Geschwindigkeit v_0 erzeugt. Sie werden elektrisch negativ aufgeladen und durchlaufen dann eine Ablenkeinheit mit zwei planparallelen Elektroden, zwischen denen die variable Spannung U_A anliegt. Im effektiven Abstand a befindet sich darunter die zu bedruckende Oberfläche (Skizze).



a) Welche Masse haben die Tintentröpfchen ?

b) Die Schrifthöhe soll x = 12 mm betragen. Um welchen Winkel φ_m müssen die Tröpfchen dafür maximal abgelenkt werden können ? Wie ist die Spannung U_A dabei gepolt ?

c) Welche Geschwindigkeit in x-Richtung haben die um φ_m abgelenkten Tröpfchen nach der Ablenkeinheit und welchen Betrag hat ihre Geschwindigkeit v_1 ?

Die Elektroden in der Ablenkeinheit sind 1 mm voneinander entfernt. Aus Sicherheitsgründen darf die Ablenkspannung U_A maximal 500 V betragen.

d) Welchen Wert hat dann die elektrische Feldstärke zwischen den Elektroden ?

e) Welcher Ladungsbetrag muss demnach auf die Tröpfchen aufgebracht werden ?

f) Bei gleichbleibendem Abstand a zwischen Ablenkeinheit und Schreibebene soll die Schrift größer werden. Wie ist v_0 zu verändern *(qualitative Antwort, bitte begründen)* ?

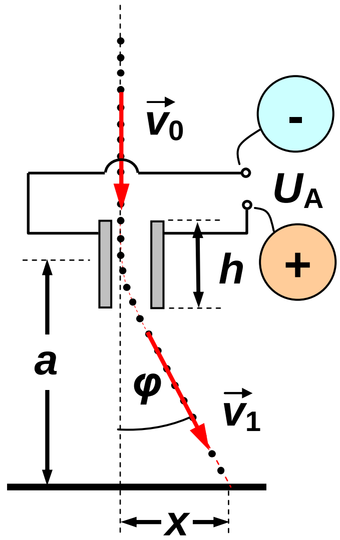
Angaben

Abstand zur Schreibebene a :	*15 mm*
Länge der Ablenkeinheit h :	*7 mm*
Tropfengeschwindigkeit v_0 :	*25 m/s*
Volumen der Tropfen V :	*10 pl (Picoliter)*
Dichte der Tinte ρ :	*1 g/cm³*

Die Luftreibung ist zu vernachlässigen

Lösungsvorschlag ***Continuous Ink Jet (CIJ) Drucker*** ***Autor H Käß***

a) Masse $m = \rho \cdot V = 1000\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 10 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3} = 10^{-11}\ \mathrm{kg} = 10^{-8}\ \mathrm{g} =$ **10 ng**



b) Ablenkwinkel

$\tan \varphi_m = x / a = 12\ \mathrm{mm} / 15\ \mathrm{mm} = 0{,}8$

daraus $\varphi_m = \arctan 0{,}8 =$ **38,66°**

Die Tröpfchen fliegen unter diesem Winkel φ_m *weiter*

c) Geschwindigkeit v_x in x-Richtung

$v_x = v_0 \cdot \tan\varphi_m = 0{,}8 \cdot 25\ \mathrm{m/s} =$ **20 m/s**

$v_1 = \sqrt{(v_x)^2 + (v_0)^2} = \sqrt{(400 + 625)}\ \mathrm{m/s} =$ **32,02 m/s**

d) Feldstärke $E = U_A / d = 500\ \mathrm{V} / 10^{-3}\ \mathrm{m} =$ **500 kV/m** $= 5\ \mathrm{kV/cm}$

e) Die Tröpfchen tragen die Ladung q und haben die Masse m.

Sie durchqueren die Ablenkeinheit in der Zeit $t_F = h/v_0$ *($= 2{,}8 \cdot 10^{-4}$ s)*

Dabei wirkt auf sie die konstante Kraft $F_{el} = q \cdot E = q \cdot U_A / d$

und somit die konstante Beschleunigung $a_x = F_{el} / m = q \cdot U_A / (d \cdot m)$

Diese hängt mit v_x aus b) zusammen $v_x = a_x \cdot t_F$

umgeformt $a_x = v_x / t_F = v_x \cdot v_0 / h$ *($= 7{,}14 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s^2}$)*

Aus Gleichsetzen folgt $q \cdot U_A / (d \cdot m) = v_x \cdot v_0 / h$

und demnach $q = v_x \cdot v_0 \cdot m \cdot d / (U_A \cdot h) = 1{,}428 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{m^3\ kg\ C / (J\ m\ s^2)}$

$=$ **$1{,}428 \cdot 10^{-12}$ C** *(Betrag an <u>negativer</u> Ladung)*

f) Wenn die Schrift größer werden soll, muss

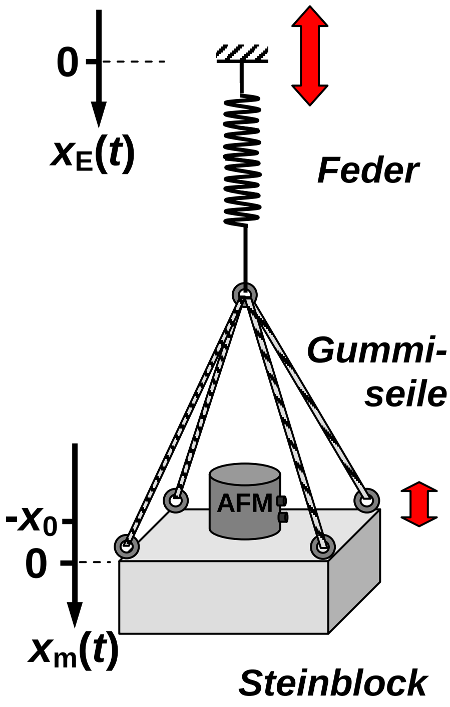
- die Geschwindigkeit v_x in x-Richtung größer werden
- demnach muss die Zeit t_F in der Ablenkeinheit größer werden
- **also ist v_0 zu reduzieren !**

Wintersemester	2011/2012	Blatt 4 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012 *(2011)*

Aufgabe 4: Schwingungsdämpfung am AFM **(22 Punkte)**

Ein Rasterkraftmikroskop (AFM) muss vibrationsfrei stehen. Bereits Schwingungen kleiner Amplitude, die etwa durch Maschinen oder Straßenverkehr in einem Gebäude verursacht werden, können bei Übertragung auf das Gerät dazu führen, dass es keine brauchbaren Bilder mehr liefert.

Das AFM der Fakultät Grundlagen steht deshalb auf einem Steinblock, der an einer Anordnung aus Gummiseilen und einer Feder hängt.



a) Bei Anhängen des Blocks mit dem AFM verlängern sich Feder und Gummiseile insgesamt um die Strecke x_0. Welche effektive Federkonstante hat die Aufhängung ?

b) Welche vertikale Schwingungsfrequenz hätte das System, wenn sich die Aufhängung wie eine ideale, reibungsfreie Feder verhielte ?

In der Realität führt die große innere Reibung im Gummi zu einer erheblichen viskosen Dämpfung.

c) Nach 2 Perioden hat die Amplitude des Systems auf 5% des Anfangswerts abgenommen. Welche Werte haben Abklingkonstante δ und Dämpfungsgrad D *(zur Rechnung ist hier näherungsweise $\omega_0 \approx \omega_d$ anzunehmen)* ?

d) Welche Resonanzfrequenz hat das System ?

e) Eine Vibration im Gebäude führt zu einer harmonischen Vertikalbewegung $x_E(t)$ am Aufhängepunkt. Sie hat die Amplitude $x_{E0} = 100$ µm und die Frequenz $f_E = 50$ Hz. Welchen Maximalwert F_E hat die periodisch auf den Block einwirkende Kraft und mit welcher Amplitude schwingt der Block ?

Angaben

m = 16 kg *Masse Steinblock mit AFM*
x_0 = 15 cm *Auslenkung bei Anhängen des Steinblocks mit AFM*

Lösungsvorschlag ***Schwingungsdämpfung am AFM*** ***Autor H Käß***

a) Federkonstante aus $F = k_{eff} \cdot x_0$ $k_{eff} = F / x_0 = m \cdot g / x_0 = \mathbf{1{,}05 \cdot 10^3\ N/m}$

b) Kreisfrequenz frei, ungedämpft $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \sqrt{k_{eff} / m} = 8{,}087$ rad/s
Schwingungsfrequenz $f_0 = \omega_0 / 2 \cdot \pi = \mathbf{1{,}287\ Hz}$

c) Viskos gedämpfte Schwingung => exponentielle Amplitudenabnahme
Für die Näherung $\omega_0 \approx \omega_d$ ist $T_0 \approx T_d$ also $T_0 = 1 / f_0 = 0{,}777$ s
Offenbar gilt für die Amplituden $a(2 \cdot T_d) = 0{,}05 \cdot a_0 = a_0 \cdot \exp[\, - \delta \cdot 2 \cdot T_d]$
Die Abklingkonstante ist somit $\delta = -\ln(0{,}05) / (\, 2 \cdot T_0\,) = \mathbf{1{,}928\ 1/s}$
und der Dämpfungsgrad $D = \delta / \omega_0 = \mathbf{0{,}2384}$

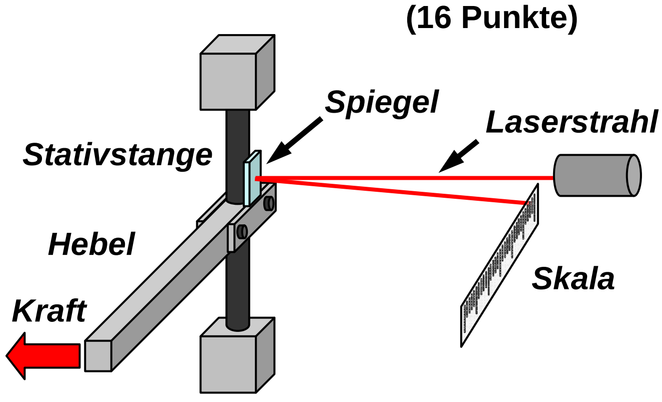
d) Mit $\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\,\delta^2}$ folgt $\omega_{res} = \sqrt{8{,}087^2 + 2 \cdot 1{,}928^2}$ rad/s = 7,614 rad/s
Resonanzfrequenz $f_{res} = \omega_{res} / 2 \cdot \pi = \mathbf{1{,}212\ Hz}$ ($T_0 = 0{,}825$ s)

e) Amplitude der anregenden Kraft $F_E = k_{eff} \cdot x_{E0} = 1{,}05 \cdot 10^3 \text{N/m} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{m} = \mathbf{1{,}05 \cdot 10^{-1}\ N}$
Kreisfrequenz der Anregung $\omega_E = 2 \cdot \pi \cdot f_E = 100\ \pi$ rad/s
Schwingungsamplitude Block $x_m = F_E / [\, m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_E^2)^2 + (2 \cdot D \cdot \omega_0 \cdot \omega_E)^2}\,]$
$= 1{,}05 \cdot 10^{-1} \text{N} / [\mathit{16}\ \text{kg} \sqrt{(9{,}728 \cdot 10^9 + 1{,}467 \cdot 10^6)} / \text{s}^2]$
$\mathbf{= 6{,}65 \cdot 10^{-8}\ m} = 0{,}066\ \mu\text{m}$

Wintersemester 2011/2012	Blatt 5 (von 6)
Studiengang: BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2012 *(2011)*

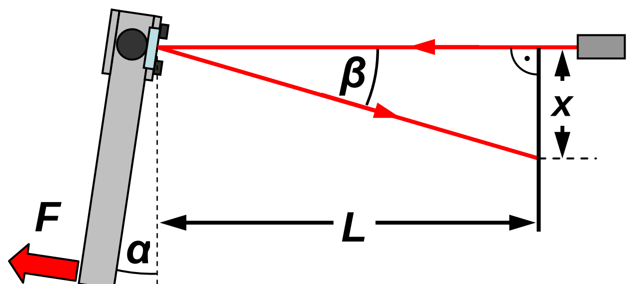
<u>Aufgabe 5:</u> Winkelmessung **(16 Punkte)**

In einem Experiment wird untersucht, ob eine eingespannte Stativstange von Hand unter Verwendung eines Hebels entlang ihrer Längsachse messbar tordiert (verdrillt) werden kann. Für die messtechnische Erfassung der zu erwartenden kleinen Winkeländerungen wird der nebenstehend skizzierte Aufbau verwendet.



Da alle Winkel sehr klein sind, ist immer die folgende Näherung zu verwenden :

$$\sin \varphi \approx \tan \varphi \approx \varphi$$



Aufbau von oben betrachtet

a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Drehwinkel α und dem Ablenkwinkel β des Laserstrahls ?

b) Wie berechnet sich der Drehwinkel α der Stativstange aus der Verschiebung x des Lichtpunkts auf der Skala ?

Der Abstand L zwischen Spiegel und Skala ist mit der Genauigkeit ΔL bekannt. Der mittlere Fehler bei Ablesung der Skala beträgt Δx.

c) Welcher absolute und welcher relative Größtfehler ergeben sich demnach allgemein für den Drehwinkel α ?

Der Abstand zwischen Skala und Spiegel beträgt L = 2,00 ± 0,04 m.

d) Für einen bestimmten Drehwinkel α bewegt sich der Lichtpunkt 5 cm auf der Skala. Mit welcher Ablesegenauigkeit Δx muss die Position des Lichtpunkts bestimmt werden, damit der Winkel α auf 0,1° genau ermittelt werden kann ?

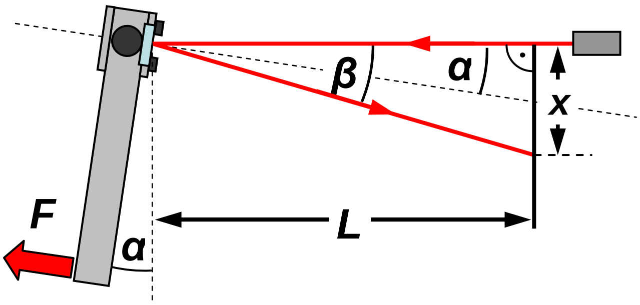
e) Geben Sie den Winkel α aus Teilaufgabe d) mit absolutem und relativem Fehler an.

Lösungsvorschlag ***Winkelmessung*** ***Autor H Käß***

a) Da Einfallswinkel = Reflexionswinkel (Reflexionsgesetz) folgt direkt

$$\boldsymbol{\beta = 2 \cdot \alpha}$$

bzw $$\boldsymbol{\alpha = \beta / 2}$$



b) Es ist offensichtlich $\tan \beta \approx \beta = x / L$

mit a) folgt daraus $\boldsymbol{\alpha = x / (2 \cdot L)}$

c) Absoluter Größtfehler für $\alpha = \alpha(L, x)$

$$\Delta\alpha = |\partial\alpha / \partial L| \cdot \Delta L + |\partial\alpha / \partial x| \cdot \Delta x$$

$$\boldsymbol{\Delta\alpha = |-x / (2 \cdot L^2)| \cdot \Delta L + |1 / (2 \cdot L)| \cdot \Delta x}$$

Relativer Größtfehler für $\alpha = ½ \cdot x \cdot L^{-1}$ (reines Potenzgesetz !)

$$\boldsymbol{\Delta\alpha / \alpha = 1 \cdot |\Delta x / x| + 1 \cdot |\Delta L / L|}$$

d) Ablesegenauigkeit im Bogenmaß: $\Delta\alpha = 0{,}1° = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}1° / 360° = 1{,}745 \cdot 10^{-3}$ rad

$$\Delta\alpha = [x / (2 \cdot L^2)] \cdot \Delta L + [1 / (2 \cdot L)] \cdot \Delta x$$

daraus

$$\Delta x = [\Delta\alpha - x \cdot \Delta L / (2 \cdot L^2)] \cdot 2 \cdot L$$

$$= [1{,}745 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 / (2 \cdot 4\ \mathrm{m}^2)]\ 4\mathrm{m}$$

$$= [1{,}745 \cdot 10^{-3} - 0{,}25 \cdot 10^{-3}]\ 4\ \mathrm{m}$$

$$= 5{,}98 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \approx \mathbf{6\ mm}$$

e) Aus $\alpha = ½ \arctan(x / L)$

$= ½ \arctan(0{,}025) = 0{,}716°$

der relative Größtfehler ist $\Delta\alpha / \alpha = |\Delta x / x| + |\Delta L / L| = 0{,}12 + 0{,}025 = 14{,}5\%$

Angabe mit absolutem Fehler $\boldsymbol{\alpha = 0{,}7° \pm 0{,}1°}$

Angabe mit relativem Fehler $\boldsymbol{\alpha = 0{,}7° (1 \pm 15\%)}$

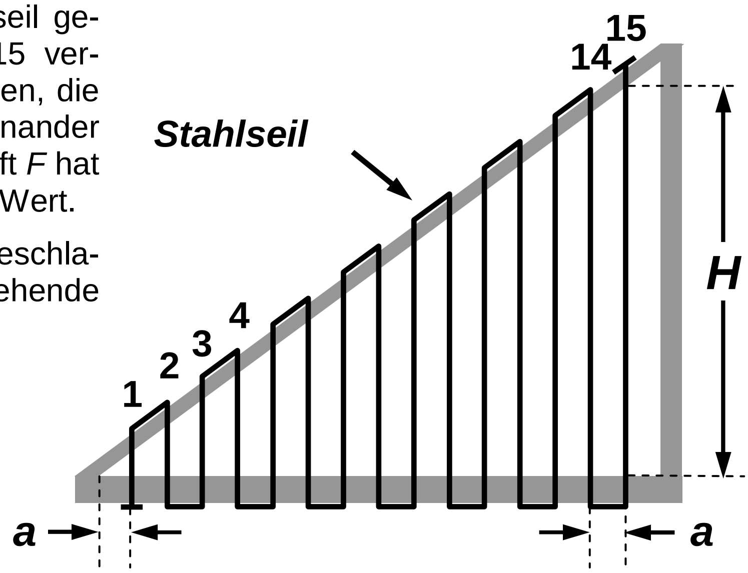
(besser mit nur 1 signifikante Stelle $\alpha = 0{,}7° (1 \pm 20\%)$ *!!)*

Wintersemester	2011/2012	Blatt 6 (von 6)
Studiengang:	BTB2 / CIB2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2012 *(2011)*

<u>Aufgabe 6:</u> Treppengeländer **(22 Punkte)**

An einem Treppengeländer ist als optischer Raumteiler ein durchgehendes Stahlseil gespannt worden. Dabei haben sich 15 verschieden lange freie Seilstücke ergeben, die jeweils den gleichen Abstand *a* voneinander besitzen (siehe Skizze). Die Spannkraft *F* hat an jeder Stelle des Seils den gleichen Wert.

Werden die einzelnen Seilstücke angeschlagen, bilden sich darauf jeweils stehende Wellen in Grundschwingung.



<u>Angaben</u>

Höhe H :	*225 cm*
Spannkraft F :	*100 N*
Dichte des Seils ρ :	*7,8 g/cm^3*
Seildurchmesser d :	*2 mm*

a) Skizzieren Sie die Grundschwingung.

b) In welchem Zahlenverhältnis f_i / f_{i+1} stehen die Schwingungsfrequenzen der Seilstücke Nr. 1 und 2 sowie der Seilstücke Nr. 14 und 15 ?

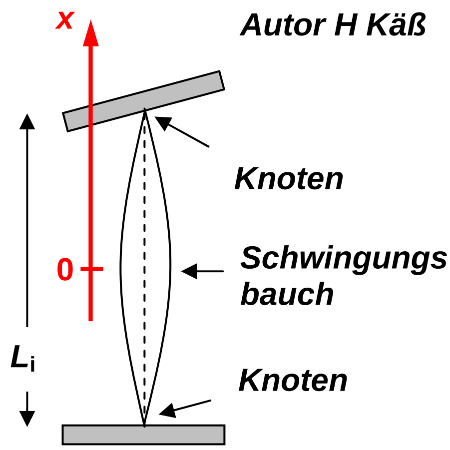
c) Mit welcher Frequenz f_{14} schwingt Seilstück Nr. 14 ?

d) Welche Kreisfrequenz und Wellenzahl hat die stehende Welle auf Seilstück Nr. 14 ?

e) Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem und geben Sie darin eine Wellenfunktion für die stehende Welle auf Seilstück Nr. 14 an !

f) Die maximale Schwingungsamplitude von Seilstück Nr. 14 beträgt 3 mm. Welche Maximalwerte folgen daraus für Bewegungsgeschwindigkeit und Beschleunigung ?

Lösungsvorschlag ***Treppengeländer*** ***Autor H Käß***



a) Grundschwingung $L_i = \lambda / 2$

also $\lambda_i = 2 \cdot L_i$

da $c = \lambda \cdot f$

folgt $f_i = c / \lambda_i = c / (2 \cdot L_i)$

b) Die Frequenzen der Seilstücke stehen im Verhältnis

$$f_i / f_{i+1} = [c / (2 \cdot L_i)] / [c / (2 \cdot L_{i+1})] = L_{i+1} / L_i$$

Das Längenverhältnis der Seilstücke variiert in horizontaler Richtung

$L_1 = 1 \cdot H/15$ (= 0,15 m)

$L_2 = 2 \cdot H/15$ (= 0,30 m)

und damit $\boldsymbol{f_1 / f_2 = 2 / 1 = 2{,}00}$

$L_{14} = 14 \cdot H/15$ (= 2,00 m)

$L_{15} = 15 \cdot H/15$ (= 2,25 m)

und damit $\boldsymbol{f_{14} / f_{15} = 15 / 14 = 1{,}0715}$

c) Schwingungsfrequenz $f_{14} = c / \lambda_{14} = c / (2 \cdot L_{14}) = c \cdot 15 / (28 \cdot H)$ *(= c / 4,2 m)*

mit der Phasengeschwindigkeit $c = \sqrt{F / (A \cdot \rho)} = \sqrt{100\ \mathrm{Nm^3} / (\pi \cdot 1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2}\ 7800\ \mathrm{kg})}$

$= 63{,}88$ m/s

demnach $f_{14} =$ **15,21 Hz**

d) Kreisfrequenz $\omega_{14} = 2 \cdot \pi \cdot f_{14} =$ **95,57 rad/s**

Wellenzahl $k_{14} = 2 \cdot \pi / \lambda_{14} = 6{,}283 / 4{,}2\ \mathrm{m} = \boldsymbol{1{,}496\ \mathrm{m^{-1}}}$

e) Stehende Welle in dem <u>oben rot eingezeichneten</u> Koordinatensystem

$$y(x,t) = y_m \cos(\omega_{14} \cdot t) \cos(k_{14} \cdot x) = \boldsymbol{y_m \cos(95{,}57 \cdot t / \mathrm{s}) \cos(1{,}396 \cdot x / \mathrm{m})}$$

f) Mit einer Schwingungsamplitude von $y_m = 3 \cdot 10^{-3}$ m

wird die Geschwindigkeitsamplitude $v_m = y_m \cdot \omega = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 95{,}6$ m/s **= 0,287 m/s**

und die Beschleunigungsamplitude $a_m = y_m \cdot \omega^2 = 0{,}287 \cdot 95{,}6\ \mathrm{m/s^2}$ $\boldsymbol{= 27{,}4\ \mathrm{m/s^2}}$