Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

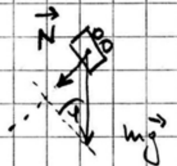
a) EES: $\cancel{m}g\,h = \cancel{m}g\,(R + R\sin\varphi) + \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2$

$$\Rightarrow \quad h = R\,(1+\sin\varphi) + \frac{v_1^2}{2g}$$

$$= \underbrace{8\,\mathrm{m}\,(1+\sin 20^\circ)}_{10.7\,\mathrm{m}} + \underbrace{\frac{(12\,\mathrm{m/s})^2}{2\,(9.81\,\mathrm{m/s^2})}}_{7.34\,\mathrm{m}}$$

$$\underline{\underline{h = 18.1\,\mathrm{m}}}$$

b)



Im ruhenden KS gibt es nur zwei Kräfte! Gewichtskraft $m\vec g$ und Normalkraft $\vec N$

c) $\sum \vec F_i = m\vec a$ (Newton II)

$$\vec N + m\vec g = m\vec a$$

Radialkomponente: $N + mg\sin\varphi = m\frac{v^2}{R}$

Also: $N = m\frac{v^2}{R} - mg\sin\varphi$

$$= \underbrace{(150\,\mathrm{kg})\frac{(12\,\mathrm{m/s})^2}{8\,\mathrm{m}}}_{2700\,\mathrm{N}} - \underbrace{(150\,\mathrm{kg})(9.81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}})\sin 20^\circ}_{503\,\mathrm{N}}$$

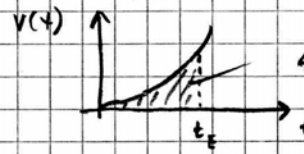
$$\underline{\underline{N \approx 2.20\,\mathrm{kN}}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

a) $v(t) = c\, t^2$

$$\underline{v(7.5\,s)} = \left(0.5\,\frac{m}{s^3}\right)(7.5\,s)^2 = \underline{28.1\,\frac{m}{s}} \approx 101\,\frac{km}{h}$$

Zurückgelegter Weg $\Delta x \mathrel{\hat{=}}$ Fläche unter der Kurve:



$$\Delta x = \int_0^{t_E} v(t)\, dt$$

Also $$\Delta x = \int_0^{t_E} c\,t^2\, dt = \frac{1}{3}\, c\, t_E^3 = \frac{1}{3}\left(0.5\,\frac{m}{s^3}\right)(7.5\,s)^3$$

$$\Delta x = \underline{70.3\,m}$$

b) Momentanleistung:

$$P = F \cdot v = m\, a\, v$$

Mit $a = \dot{v} = \frac{d}{dt}\left[c\,t^2\right] = 2\,c\,t$

$$\Rightarrow \underline{P(t)} = m\,(2ct)\, c\,t^2 = \underline{2\, m\, c^2\, t^3}$$

c) Aus $P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow W = \int_0^{t_E} P(t)\, dt$

Also: $$W = \int_0^{t_E} 2\, m\, c^2\, t^3\, dt = \frac{1}{2}\, m\, c^2\, t_E^4$$

$$= \frac{1}{2}\,(1200\,kg)\left(0.5\,\frac{m}{s^3}\right)^2 (7.5\,s)^4$$

$$\underline{W = 4.75 \times 10^5\,J}$$

$$E_{kin}(t_E) = \frac{1}{2}\, m\, v_E^2 = \frac{1}{2}\,(1200\,kg)\left(28.1\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$\underline{E_{kin} = 4.74 \times 10^5\,J}$ (Bis auf Rundungsfehler das gleiche Ergebnis)

<u>Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:</u>

a) $\varepsilon\,(v_1 - v_2) = u_2 - u_1$ (1)

Elastischer Stoß : $\varepsilon = 1$

Unelastischer Stoß : $\varepsilon = 0$

b) IES : $m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2$ (2) ($v_2 = 0$!)

Aus Gl. (1) folgt : $u_1 = u_2 - \varepsilon v_1$ (1')

Gl. (1') in (2) : $m v_1 = m_1 (u_2 - \varepsilon v_1) + m_2 u_2$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{u_2 = \frac{m_1 v_1 (1 + \varepsilon)}{m_1 + m_2}}}$$

c) $$u_2 = \frac{(1500\ \mathrm{kg})\left(\frac{72}{3.6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(1 + 0.3)}{1500\ \mathrm{kg} + 1000\ \mathrm{kg}}$$

$$\underline{\underline{u_2 = 15.6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

d) Beschleunigungsstrecke des Fahrzeugs 2 :

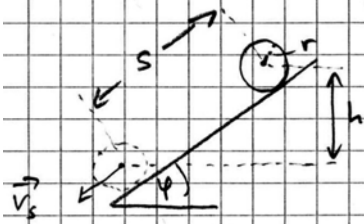
$s = 50\ \mathrm{cm}$

Mit $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ und $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\bar{a}}} = \frac{\Delta v\ \bar{v}}{\Delta x} \overset{\text{hier}}{=} \frac{u_2\ \frac{u_2}{2}}{s}$$

$$= \frac{(15.6\ \mathrm{m/s})^2}{2\,(0.5\ \mathrm{m})} = \underline{\underline{243\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \approx 25\ g \ !!$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4



$v_0 = 0$

$s = 1\,m$

$\varphi = 30^\circ$

$J_K = \frac{2}{5} m r^2$

a.) EES: $mgh = \frac{1}{2} J_K \omega^2 + \frac{1}{2} m v_S^2$

wobei $h = s \sin\varphi$ und $v_S = \omega r$ (Rollbedingung)

↑ Schwerpunktsgeschwindigkeit

Also: $\cancel{m} g s \sin\varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} \cancel{m} \cancel{r^2}\right) \frac{v_S^2}{\cancel{r^2}} + \frac{1}{2} \cancel{m} v_S^2$

$$g s \sin\varphi = \underbrace{\frac{1}{5} v_S^2 + \frac{1}{2} v_S^2}_{\frac{7}{10} v_S^2}$$

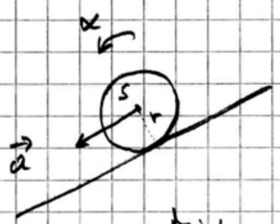
$$\Rightarrow \quad v_S = \sqrt{\frac{10}{7} g s \sin\varphi} = \sqrt{\frac{10}{7}\left(9.81 \frac{m}{s^2}\right)(1m) \sin 30^\circ}$$

$$\underline{\underline{v_S = 2.65 \frac{m}{s}}}$$

b.) Mit $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{\bar{v}} \overset{\text{hier}}{=} \frac{s}{v_S/2}$

Also: $\underline{\underline{\Delta t}} = \frac{2(1m)}{2.65\, m/s} \approx \underline{\underline{0.755\, s}}$

c.)



Drehmoment M bez. S:

$$M = J \alpha$$

Mit $a = \alpha r \Rightarrow M = \left(\frac{2}{5} m r^2\right) \frac{a}{r}$

Also: $M = \frac{2}{5} m r a$

Mit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2.65\, m/s}{0.755\, s} \approx 3.51 \frac{m}{s^2}$

$\Rightarrow \underline{\underline{M}} = \frac{2}{5}(0.165\, kg)(0.057\, m)\left(3.51 \frac{m}{s^2}\right) \approx \underline{\underline{0.0132\, Nm}}$

<u>Lösungvorschlag zu Aufgabe 5:</u>

a.) Mit $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1-D^2}$ und $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow T_0 = T_d \sqrt{1-D^2} = 0.8\,s \sqrt{1-(0.54)^2}$

$\underline{\underline{T_0 = 0.673\,s}}$

b.) Die zeitabhängige Amplitude ist $A(t) = y_m e^{-\delta t}$

$\Rightarrow \frac{A(t)}{A(0)} = \frac{y_m e^{-\delta t}}{y_m} = e^{-\delta t}$

$\Rightarrow t = -\frac{1}{\delta} \ln \frac{A(t)}{A(0)}$

Mit $D = \frac{\delta}{\omega_0}$ und $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.673\,s} \approx 9.33 \frac{rad}{s}$

$\Rightarrow \delta = D\omega_0 = (0.54)(9.33 \frac{rad}{s}) \approx 5.04 \frac{1}{s}$

Somit: $\underline{\underline{t}} = -\frac{1}{(5.04\frac{1}{s})} \ln \frac{1}{30} \approx \underline{\underline{0.675\,s}} \approx T_0$!

c.) $y(t) = (c_1 + c_2 t)\, e^{-\delta t}$ (Aperiodischer Grenzfall)

$\Rightarrow \dot{y}(t) = c_2 e^{-\delta t} + (c_1 + c_2 t)\, e^{-\delta t} (-\delta)$

$= [c_2 - \delta(c_1 + c_2 t)]\, e^{-\delta t}$

Mit $\dot{y}(0) = 0 \Rightarrow 0 = [c_2 - \delta c_1]$

bzw. $\underline{\underline{c_2 = \delta c_1}}$

d.) Mit $y(t) = c_1 (1 + \delta t)\, e^{-\delta t}$, $y(0) = c_1$

und $\delta = \omega_0 = 9.33 \frac{1}{s}$ (Aperiodischer Grenzfall mit $D = \frac{\delta}{\omega_0} = 1$!)

$\Rightarrow \frac{y(t)}{y(0)} \overset{\text{hier}}{=} \left(1 + (9.33\tfrac{1}{s})(0.675\,s)\right) e^{-(9.33\frac{1}{s})(0.675\,s)}$

$\approx 0.0134 \approx \frac{1}{74}$, die Anfangsamplitude nimmt also auf den 74 Bruchteil ab.