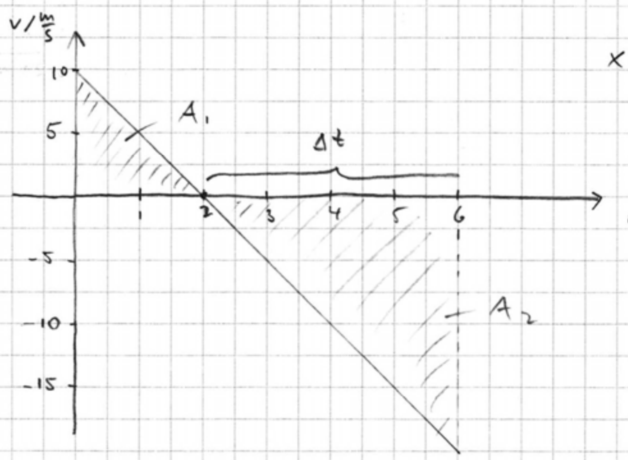
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

a.) $v(t) = 10 - 5t$, wobei t in s und v in m/s

$x_0 = 30\,m$



b.) Rechnerische Lsg.:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = \int v\,dt + c = \int (10 - 5t)\,dt + c$$

$$= 10t - \frac{5}{2}t^2 + c$$

Mit $x(0) = x_0 = c \Rightarrow \boxed{x(t) = 10t - \frac{5}{2}t^2 + 30}$

Im Umkehrpunkt ist $v = 0 \Rightarrow 10 - 5t = 0 \Rightarrow t = 2s$

$\Rightarrow \underline{x(2)} = 20 - \frac{5}{2}4 + 30 = \underline{40\,m}$

Zeichnerische Lsg.: Aus dem Diagramm sieht man, dass der Umkehrpunkt nach 2s erreicht wird.

Zurückgelegter Weg zw 0 und 2s $= A_1 = (10\frac{m}{s})(2s)\frac{1}{2} = 10\,m$
(Dreiecksfläche!)

$\Rightarrow \underline{x(2)} = \underbrace{30\,m}_{=x_0} + 10\,m = \underline{40\,m}$

c.) Rechnerische Lsg.: $10t - \frac{5}{2}t^2 + 30 = 0$

$\Rightarrow t^2 - 4t - 12 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2}$

$t_1 = 6s$ und $\cancel{t_2 = -2s}$. Also: $\underline{t = 6s}$

Zeichnerische Lsg.: Die Fläche von A_2 muss 40 m sein!

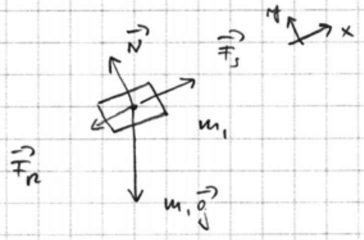
$\Rightarrow (5\Delta t)(\Delta t)\frac{1}{2} = 40 \Rightarrow \Delta t^2 = 16 \Rightarrow \Delta t = 4s$

$\Rightarrow t = 2s + \Delta t = \underline{6s}$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2 (siehe Seite 3)

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

a)



Bem: $\vec{F}_R$ könnte auch auch in die positive x-Richtung zeigen.

b) Newton II: $\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$

x-Richtung: $\pm F_R - m_1 g \sin\varphi + F_S = \underbrace{m a_x}_{=0,\ \text{weil } v=0}$

$\pm \mu_H m_1 \cancel{g} \cos\varphi - m_1 \cancel{g} \sin\varphi + m_2 \cancel{g} = 0$

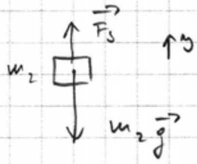
$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{\pm \mu_H \cos\varphi + \sin\varphi} = \frac{1}{\underset{(-)}{+}(0.8)\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$

weil $\frac{m_1}{m_2} > 0$!

$\frac{m_1}{m_2} \approx 0.914$

b.) Newton II: $-\mu_G m_1 g \cos\varphi - m_1 g \sin\varphi + F_S = m_1 a \quad (1)$

Körper 2 freischneiden:



$F_S - m_2 g = -m_2 a \quad (2)$

Gl. (2) in (1):

$-\mu_G m_1 g \cos\varphi - m_1 g \sin\varphi + m_2 g - m_2 a = m_1 a$

$\Rightarrow (m_1 + m_2) a = -\mu_G m_1 g \cos\varphi - m_1 g \sin\varphi + m_2 g$

$a = \frac{-\mu_G g \cos\varphi - g \sin\varphi + \frac{m_2}{m_1} g}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}$

$= \frac{-(0.5)(9.81\ m/s^2)\cos 20^\circ - \left(9.81\ \frac{m}{s^2}\right)\sin 20^\circ + \frac{1}{0.914}\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)}{1 + \frac{1}{0.914}}$

$a \approx 1.32\ \frac{m}{s^2}$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2

Leistung $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t}$

$$\Rightarrow P_a = \frac{(80\,kg)(9.81\,m/s^2)(10\,m)}{10\,s} = 785\,W$$

$$P_b = \frac{10\,s}{8\,s} P_a = 981\,W$$

$$P_c = \frac{64\,kg}{80\,kg} P_b = 785\,W$$

$$P_d = \frac{10\,s}{25\,s} \frac{20\,m}{10\,m} P_a = 628\,W$$

$$\Rightarrow P_b > P_a = P_c > P_d$$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 4:

Arbeitssatz: $W = \Delta E_{kin}$

$$\int_0^2 F(x)\,dx = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\underbrace{(F_m)(2m)\frac{1}{2}}_{\text{Dreiecksfläche}} = \underbrace{\frac{1}{2}(0.5\,kg)\left(6\,\frac{m}{s}\right)^2}_{9\,J} - \underbrace{\frac{1}{2}(0.5\,kg)\left(2\,\frac{m}{s}\right)^2}_{1\,J}$$

$$F_m\,(1m) = 8\,J$$

$$\underline{\underline{F_m = 8\,N}}$$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 5:

a.) $$\underline{x_S} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{0 + m(2L) + m(2L)}{3m} = \frac{4}{3}L = \frac{4}{3}(0.6\,m) = \underline{0.8\,m}$$

b.) $$v_2 = v_3 = \omega_0\,(2L) = \left(9\,\frac{rad}{s}\right)(2)(0.6\,m) = \underline{10.8\,\frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow \quad F_Z = 2\,\frac{mv^2}{r} = 2\,\frac{(0.2\,kg)(10.8\,m/s)^2}{2\,(0.6\,m)} \approx 38.9\,N$$

$$\Rightarrow \quad \underline{F_{S,1} = 38.9\,N} \quad \text{und} \quad F_{S,2} = F_{S,3} = \underline{19.4\,N}$$

c.) Bahnkurve in der x,y-Ebene ist eine Gerade (Newton I !)

Bahnkurve im Raum ist eine Parabel

(Newton II für ein System von Massepunkten)

d.) Schwerpunktsgeschwindigkeit $$v_S = \omega_0\,\underbrace{\tfrac{4}{3}L}_{x_S} = \left(9\,\frac{rad}{s}\right)(0.8\,m)$$

$$v_S = 7.2\,m/s$$

$$\Rightarrow \quad \underline{E_{kin}^{trans}} = \frac{1}{2}\,m_{ges}\,v_S^2 = \frac{1}{2}\,(3)(0.2\,kg)\left(7.2\,\frac{m}{s}\right)^2 = \underline{15.6\,J}$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_0 = \sum m_i r_i^2 = m\left(\tfrac{4}{3}L\right)^2 + 2\,m\left(\tfrac{2}{3}L\right)^2$$
$$= \frac{8}{3}\,mL^2 = \frac{8}{3}\,(0.2\,kg)(0.6\,m)^2$$

$$J_0 \approx 0.192\,kgm^2$$

$$\Rightarrow \quad \underline{E_{kin}^{rot}} = \frac{1}{2}\,J_0\,\omega_0^2 = \frac{1}{2}\,(0.192\,kgm^2)\left(9\,\frac{rad}{s}\right)^2 \approx \underline{7.78\,J}$$

e.) Wegen $\sum M_{i,ext} = 0$ gilt Drehimpulserhaltung

$$J_0\,\omega_0 = J_1\,\omega_1 \quad \text{, wobei} \quad J_1 = 3\,mL^2$$

$$\Rightarrow \quad \omega_1 = \frac{J_0}{J_1}\,\omega_0 = \frac{\frac{8}{3}mL^2}{3mL^2}\,\omega_0 = \frac{8}{9}\,\omega_0 = \frac{8}{9}\left(9\,\frac{rad}{s}\right)$$

$$\underline{\omega_1 = 8\,\frac{rad}{s}}$$ (Die geöffnete Bola rotiert also langsamer !)

Lösungvorschlag zu Aufgabe 6:

a.) Mit $x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \Rightarrow x_0 = A\cos\phi$

$\Rightarrow \cos\phi = \frac{x_0}{A} = \frac{15\,\text{cm}}{25\,\text{cm}} = 0.6$, wobei $\underline{A = 25\,\text{cm}}$ (Aufgabenstellung!)

$\Rightarrow \phi_1 = 53.13^\circ$, $\phi_2 = -53.13^\circ$

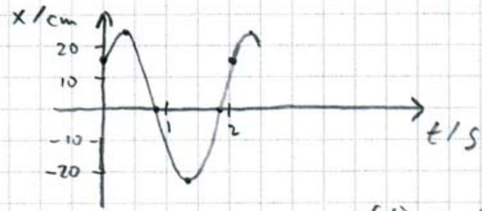
Mit $v(t) = -A\omega\sin(\omega t + \phi)$ und $v_0 > 0$
(Wagen bewegt sich nach zum Zeitpunkt $t = 0$ nach rechts!)

$\Rightarrow \sin\phi < 0$ Also ist $\underline{\phi_2} = -53.13^\circ = \underline{-0.9273\,\text{rad}}$ richtig!

b.) Maximale Auslenkung nach $t_1 = 0.3\,\text{s}$!

$\Rightarrow \cos(\omega t_1 + \phi) = 1$ bzw. $\omega t_1 + \phi = 0$

$\Rightarrow \underline{\omega} = \frac{-\phi}{t_1} = \frac{-(-0.9273\,\text{rad})}{0.3\,\text{s}} \approx \underline{3.091\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$



$T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 2.033\,\text{s}$

$x(t) = 25\,\text{cm}\,\cos\left(\left[3.08\,\tfrac{1}{\text{s}}\right]t - 0.925\,\text{rad}\right)$

c.) Abklingkonstante $\delta = \frac{b}{2m} = \frac{0.005\,\text{kg/s}}{2(0.25\,\text{kg})} = 0.01\,\frac{1}{\text{s}}$

Mit $D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{0.01\,1/\text{s}}{3.08\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 0.00325 \ll 0.1$

$\Rightarrow$ schwache Dämpfung, also $\omega_0 \approx \omega_d$

$\Rightarrow x(t) = A\,e^{-\delta t}\cos(\omega_d t + \phi)$

$x(120\,\text{s}) = (0.25\,\text{cm})\,\underbrace{e^{-(0.01\frac{1}{\text{s}})(120\,\text{s})}}_{0.301}\,\underbrace{\cos\left(\left(3.091\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(120\,\text{s}) - 0.927\,\text{rad}\right)}_{0.7551}$

$\underline{x(120\,\text{s}) \approx 5.68\,\text{cm}}$