Hochschule Esslingen
University of Applied Sciences

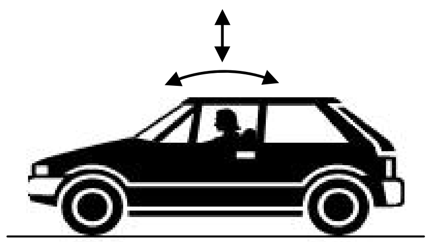
Fakultät Grundlagen

Wintersemester	2009/10	Blatt 1 (von 3)
Studiengang:	MB3 A / B	Semester 3
Prüfungsfach:	TM2, **Teil 2**: **Schwingungslehre** (<u>Bitte Teil 2 separat austeilen</u>)	Fachnummer: 3011 3012
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	*Zeit: 50 Minuten*

Gesamtpunktzahl: 50

<u>Aufgabe 1</u> **Auto** **(21 Punkte)**

Die Schwingungen eines Pkws sollen mit Hilfe eines Ersatzmodells untersucht werden. Die Vorder- und Hinterradfedern wurden zu einer Federkonstanten k_1 und k_2 zusammengefasst. Der Wagen wird als Stab mit der Masse m idealisiert (siehe Skizzen).



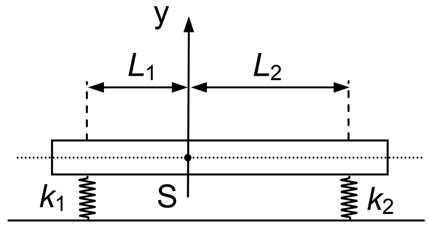
<u>Bemerkung</u>: Bei diesem Auto sind Vertikal- und Drehschwingung <u>nicht</u> gekoppelt.

<u>Hinweis:</u>

Die Aufgabenteile a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

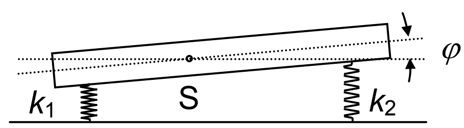
Ohne Dämpfung

a) Berechnen Sie die Kreisfrequenz ω_1 der Vertikalschwingung des Schwerpunkts S in y-Richtung.



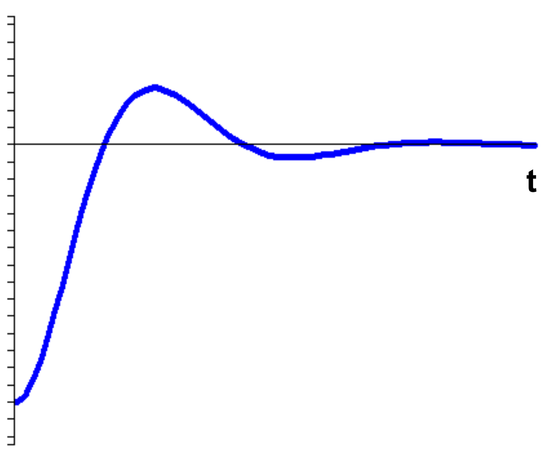
<u>Angaben</u>:

m = 1000 kg	J_S = 1500 kg m^2
L_1 = 1.2 m	L_2 = 1.8 m
k_1 = 4.5 x 10^4 N/m	k_2 = 3.0 x 10^4 N/m



b) Berechnen Sie die Kreisfrequenz ω_2 der Drehschwingung für kleine Winkelauslenkungen um S.

Mit Dämpfung



c) Die Vertikalschwingung des Pkws wurde als Funktion der Zeit aufgezeichnet (siehe Bild rechts). Bestimmen Sie den Dämpfungsgrad D aus dieser Messung.
<u>Hinweis</u>: Es ist nicht notwendig T_d zu kennen.

d) Bestimmen Sie die Schwingungsdauer T_d der gedämpften Schwingung?

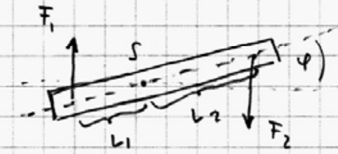
Lösungsvorschlag : **(Thomas Hanak)**

a.) Resultierende Federkonstante für die Vertikalschwingung:

$$k_{ges} = (k_1 + k_2) = (4.5 + 3.0) \times 10^4 \frac{N}{m} = 7.5 \times 10^4 \frac{N}{m}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{k_{ges}}{m}} = \sqrt{\frac{7.5 \times 10^4 \ N/m}{1000 \ kg}} \approx \underline{\underline{8.660 \ \frac{rad}{s}}}$$

b.)



II. Newtonsches Axiom für Drehb.:

$$\sum M = J_s \alpha$$

$F_1 = k_1 L_1 \varphi$

$F_2 = k_2 L_2 \varphi$

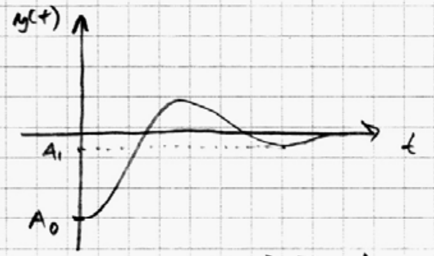
$$-k_1 L_1^2 \varphi - k_2 L_2^2 \varphi = J \alpha$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{\varphi} + \frac{k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2}{J_s} \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2}{J_s}} = \sqrt{\frac{(4.5 \times 10^4 \frac{N}{m})(1.2m)^2 + (3.0 \times 10^4 \frac{N}{m})(1.8m)^2}{1500 \ kg \ m^2}}$$

$$\underline{\underline{\omega_2 \approx 10.4 \ \frac{rad}{s}}}$$

c.) Aus der Skizze:



$A_0 = 3.95$

$A_1 \approx 0.2$

$\Rightarrow$ Logarithmisches Dekrement

$$\Lambda = \ln \frac{A_0}{A_1} = \ln \frac{3.95}{0.2} \approx 2.98$$

$$\Rightarrow \text{Dämpfungsgrad} \quad \underline{\underline{D}} = \frac{\Lambda}{\sqrt{4\pi^2 + \Lambda^2}} = \frac{2.98}{\sqrt{4\pi^2 + 2.98^2}} \approx \underline{\underline{0.429}}$$

d.) Mit $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} = \underbrace{8.660 \ \frac{rad}{s}}_{\omega_1 \text{ von Teilaufg. a)}} \underbrace{\sqrt{1 - 0.429^2}}_{0.903} \approx 7.82 \ \frac{rad}{s}$

und $\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{T_d}} = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{7.82 \ \frac{rad}{s}} \approx \underline{\underline{0.803 \ s}}$

Wintersemester	2009/10	Blatt 2 (von 3)
Studiengang:	MB3 A / B / C	Semester 3
Prüfungsfach:	TM2, Teil 2: Schwingungslehre	Fachnummer: 3011 / 3012

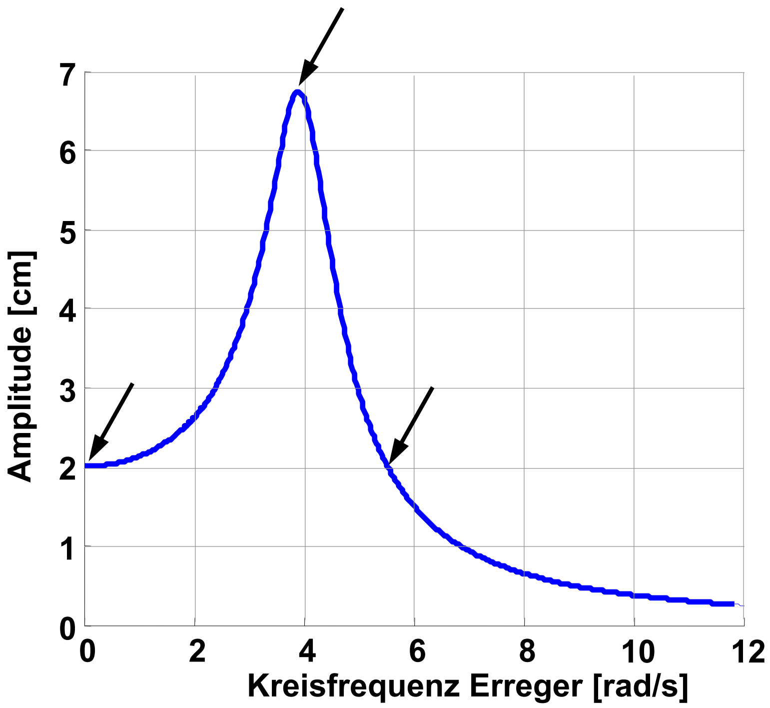
<u>Aufgabe 2</u> **Erzwungene Schwingung** **(14 Punkte)**

Nachstehend ist die Resonanzkurve eines viskos gedämpften Feder-Masse-Systems zu sehen.

a) Ermitteln Sie den Dämpfungsgrad des Systems

b) Mit welcher maximalen Geschwindigkeit bewegt sich die Masse an den drei im Diagramm markierten Punkten ?

c) An welchem der Punkte wird die der Masse erteilte Beschleunigung maximal ?



<u>Lösungsvorschlag :</u> **Erzwungene Schwingung** **(Hanno Käß)**

a) Das Verhältnis V aus Anregungsamplitude $\hat{y}_{stat}$ und Resonanzamplitude $\hat{y}_{res}$ ist:

$$V = \hat{y}_{res} / \hat{y}_{stat} = 1 / (2\vartheta \sqrt{(1 - \vartheta^2)}) \approx 1 / (2\vartheta)$$

Bei kleinen Dämpfungsgraden $\vartheta \leq 0{,}1$ kann die Näherung verwendet werden.
Aus dem Diagramm liest man ab $\hat{y}_{res} = 6{,}8$ cm und $\hat{y}_{stat} = 2$ cm

Daraus folgt näherungsweise $\vartheta = 1 / (2\,V) = 2 / 13{,}6 =$ **0,147**

<u>Oder:</u> bei exakter Rechnung $4\vartheta^2 (1 - \vartheta^2) = (1 / V)^2$

$$\vartheta^4 - \vartheta^2 + 1 / (4\,V^2) = 0$$

Mit der Substitution $u = \vartheta^2$ $\quad u^2 - u + 1 / (4\,V^2) = 0$

Diese quadratische Gleichung hat die Lösungen $u_1 = 0{,}0224$ und $u_2 = 0{,}9776$

Die einzig sinnvolle Lösung für den Dämpfunggrad ist damit $\boldsymbol{\vartheta}$ **= 0,149**

b) Das Auslenkungs-Zeit-Gesetz dieser mit der Kreisfrequenz ω_E erfolgenden, erzwungenen Schwingung lautet $y(t) = \hat{y} \cos(\omega_E\, t)$
Für die Geschwindigkeit gilt $v(t) = -\hat{y}\, \omega_E \sin(\omega_E\, t)$
und für die Beschleunigung $a(t) = -\hat{y}\, \omega_E^2 \cos(\omega_E\, t)$

Damit folgt für die Geschwindigkeitsamplitude $v_{max} = \hat{y}\, \omega_E$ in den drei Punkten

Punkt 1 ($\omega_E = 0$) $\quad v_{max} = \hat{y}\, \omega_E = 2$ cm 0 1/s = **0,00 m/s**
Punkt 2 ($\omega_E = 3{,}7$ rad/s) $\quad v_{max} = \hat{y}\, \omega_E = 6{,}8$ cm 3,8 1/s = **0,26 m/s**
Punkt 3 ($\omega_E = 5{,}5$ rad/s) $\quad v_{max} = \hat{y}\, \omega_E = 2$ cm 5,5 1/s = **0,11 m/s**

c) Die Beschleunigungsamplitude $a_{max} = \hat{y}\, \omega_E^2$ ist **maximal in Punkt 2**.

In den drei Punkten beträgt sie
Punkt 1 ($\omega_E = 0$) $\quad a_{max} = \hat{y}\, \omega_E^2 = 0{,}00\ m/s^2$
Punkt 2 ($\omega_E = 3{,}7$ rad/s) $\quad a_{max} = \hat{y}\, \omega_E^2 = 0{,}98\ m/s^2$
Punkt 3 ($\omega_E = 5{,}5$ rad/s) $\quad a_{max} = \hat{y}\, \omega_E^2 = 0{,}61\ m/s^2$

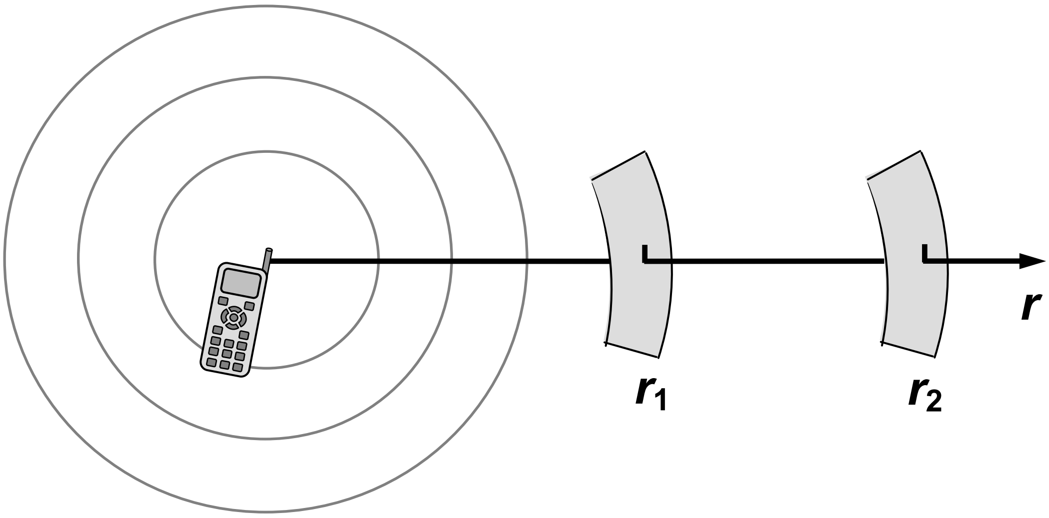
Wintersemester	2009/10	Blatt 3 (von 3)
Studiengang:	MB3 A / B / C	Semester 3
Prüfungsfach:	TM2, Teil 2: Schwingungslehre	Fachnummer: 3011 / 3012

<u>Aufgabe 3</u> **Mobiltelefon** **(15 Punkte)**

Ein Mobiltelefon darf nach aktuellem DCS-1800-Standard gepulste Hochfrequenz mit einer maximalen Sendeleistung von 1 W abgeben. Seine Antenne (bei modernen Geräten im Gehäuse integriert) wird nachfolgend als Punktquelle betrachtet.

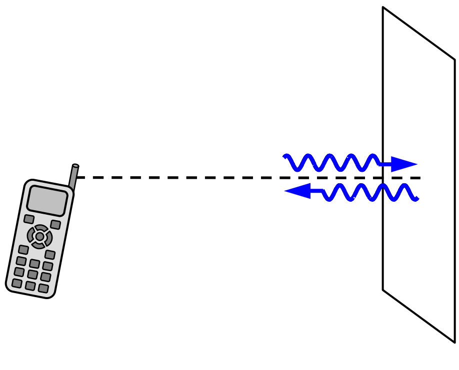
a) Welche maximale Strahlungsintensität ergibt sich in der Entfernung r_1 = 10 cm ?

b) In welcher Entfernung r_2 nimmt die Intensität auf den zum Aufbau einer störungsfreien Verbindung erforderlichen Mindestwert von 100 pW/m^2 ab ?



c) Die Sendefrequenz beträgt 1,8 GHz. Wie groß ist die Wellenlänge λ ?

d) Um den berechneten Wert für λ zu überprüfen, wird das Gerät vor eine Metallplatte gehalten. Sie reflektiert die ausgestrahlte Welle in sich zurück, so dass dicht vor der Platte eine stehende Welle mit einem Schwingungsknoten in der Plattenebene entsteht. Die Position ihrer Intensitätsmaxima wird bestimmt. Welchen Abstand sollten benachbarte Maxima haben ?



Hinweis : $c = 2{,}998 \cdot 10^8$ m/s

<u>Lösungsvorschlag :</u> **Mobiltelefon** **(Hanno Käß)**

a) Die maximale Strahlungsintensität $S(r_1)$ im Abstand r_1 = 10 cm folgt aus

$$S = P / A = P / (4 \cdot \pi \cdot r_1^2) = 1\ \text{W} / (4 \cdot \pi \cdot 0{,}01\ \text{m}^2) = \mathbf{7{,}96\ W/m^2}$$

b) Der Zusammenhang zwischen minimal erforderlicher Strahlungsintensität S_{min} und zugehöriger Reichweite r_2 folgt aus

$$S_{\text{min}} = P / (4 \cdot \pi \cdot r_2^2)$$

also $$r_2^2 = P / (4 \cdot \pi \cdot S_{\text{min}}) = 1\ \text{W} / (4 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 10^{-12}\ \text{W/m}^2)$$

und somit $$r_2 = \mathbf{28200\ m = 28{,}2\ km}$$

c) Die Wellenlänge λ folgt aus $c = \lambda \cdot f$ zu

$$\lambda = c / f = 2{,}9979 \cdot 10^8\ \text{m/s} / 1{,}8 \cdot 10^9\ \text{Hz} = \mathbf{0{,}166\ m}$$

d) Die Intensitätsmaxima der stehenden Welle haben den Abstand $\boldsymbol{\lambda / 2}$ **= 8,33 cm**

Zur Vorstellung: an der reflektierenden Platte entsteht ein Schwingungsknoten