Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1

a.) $\Delta y = \frac{1}{2} g t^2$

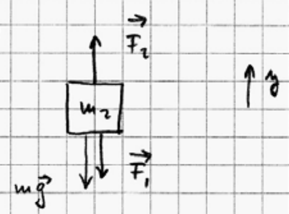
$$\Rightarrow \underline{t} = \sqrt{\frac{2\,\Delta y}{g}} = \sqrt{\frac{2\,(0.14\text{ m})}{9.81\text{ m/s}^2}} \approx \underline{\underline{0.169\text{ s}}}$$

b.) $$\underline{v_1'} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{R}{\Delta t} = \frac{0.3\text{ m}}{0.169\text{ s}} \approx \underline{\underline{1.78\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2

a.) $$\underline{F_{res}} = m_1\, a = (4\text{ kg})\left(2\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) = \underline{\underline{8\text{ N}}}$$

b.)

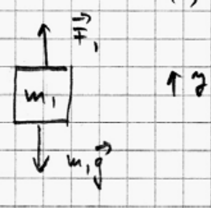


c) $$\sum \vec{F}_i = m_2\, \vec{a}$$

$$F_2 - m_2 g - F_1 = -m_2 a$$

$$\Rightarrow F_2 = -m_2 a + m_2 g + F_1 \qquad (1)$$

Für den Körper 1:



$$F_1 - m_1 g = -m_1 a$$

$$\Rightarrow F_1 = -m_1 a + m_1 g \qquad (2)$$

Gl. (2) in (1):

$$F_2 = -m_2 a + m_2 g - m_1 a + m_1 g$$

$$F_2 = (m_1 + m_2)\, g - (m_1 + m_2)\, a \qquad (3)$$

Bem.: Gl. (3) hätte man auch schneller bekommen, wenn man Körper (1) und Körper (2) als System zusammengefaßt hätte.

$$F_2 = (4\text{ kg} + 5\text{ kg})\left(9.81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} - 2\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$$\underline{\underline{F_2 \approx 70.3\text{ N}}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3

a) $v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gh} = \frac{0.5\,g + 120\,g}{0.5\,g}\sqrt{2\,(9.81\,\frac{m}{s^2})(0.002\,m)}$

$v_1 \approx 47.7\,\frac{m}{s}$

b) IES: $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ (2)

Unmittelbar nach dem Stoß gilt für das Pendel wieder der EES, also

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = m_2 g h$$

$$\Rightarrow \quad v_2' = \sqrt{2gh} \qquad (3)$$

Gl. (3) in (2):

$$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{2gh} \qquad (4)$$

Da $v_1' < 0$ und $v_{1,alt} > \frac{m_2}{m_1}\sqrt{2gh}$

(s. Gl. (1) Aufgabenblatt!)

$\Rightarrow \quad v_{1,neu} < v_{1,alt}$

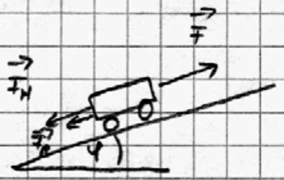
Fazit: Gl. (1) liefert also eine zu hohe Abschätzung.

c) Mit Gl. (4):

$$v_1 = -2.6\,\frac{m}{s} + \underbrace{\frac{120\,g}{0.5\,g}\sqrt{2\,(9.81\,\frac{m}{s^2})(0.002\,m)}}_{47.5\,m/s}$$

$v_1 = 44.9\,\frac{m}{s}$ $\Rightarrow$ Abweichung beträgt $\approx 5.9\,\%$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 4



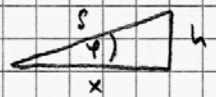
Newton II:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

x-Richt.: $F - F_H - F_R = 0$

Hangabtriebskraft   Rollreibungskraft

Also: $$F = mg\sin\varphi + \mu_{roll}\, mg\cos\varphi \qquad (1)$$



Neigungswinkel φ:

$$\tan\varphi = \frac{h}{x} = 0.06 \qquad \text{(6 \% Steigung!)}$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 3.43^\circ$$

Somit $$F = \underbrace{(1200\,\mathrm{kg})(9.81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})\sin(3.43^\circ)}_{704\,\mathrm{N}} + \underbrace{(0.015)(1200\,\mathrm{kg})(9.81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})\cos(3.43^\circ)}_{176\,\mathrm{N}}$$

$$F = 880\,\mathrm{N}$$

$\Rightarrow$ Arbeit $$W = F\cdot s = (880\,\mathrm{N})\Big(\underbrace{\frac{400\,\mathrm{m}}{\sin(3.43^\circ)}}_{6.69\times10^3\,\mathrm{m}}\Big)$$

$$W \approx 5.88\,\mathrm{MJ}$$

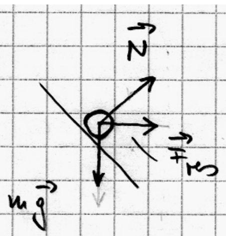
Mit einem Wirkungsgrad von 50% sind also $\approx 11.8\,\mathrm{MJ}$ notwendig.

$\Rightarrow$ Kraftstoffmenge V (in Liter):

$$V = \frac{W_{ges}}{H_u} = \frac{11.8\,\mathrm{MJ}}{33\,\mathrm{MJ}/\ell} \approx \underline{\underline{0.357\,\ell}}$$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 5

a.)



$$\vec{F}_{res} = m\vec{g} + \vec{N}$$

↑

Die resultierende Kraft zeigt in Richtung Kreismittelpunkt!

$$\Rightarrow \quad \sum \vec{M}_{ext} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{DIE}!$$

b.)

$$L_1 = L_2$$

$$\omega_1 J_1 = \omega_2 J_2$$

$$\frac{v_1}{r_1}(m r_1^2) = \frac{v_2}{r_2}(m r_2^2)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{v_2}} = \frac{r_1}{r_2} v_1 = 2 v_1 = 2\left(2 \frac{m}{s}\right) = \underline{\underline{4 \frac{m}{s}}}$$

c.)

$$E_{kin,1} + E_{pot,1} = E_{kin,2} + E_{pot,2} + \Delta E$$

↑ Reibungsverluste

$$\Rightarrow \quad \Delta E = \underbrace{\left(E_{kin,1} - E_{kin,2}\right)}_{<0} + \underbrace{\left(E_{pot,1} - E_{pot,2}\right)}_{mgh}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\Delta E < mgh}}$$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 6

a.) Momentengleichgewicht

$$m_1 \cancel{g}\, a = m_2 \cancel{g}\, b \qquad (1)$$

Außerdem gilt: $a + b = L \qquad (2)$

Aus (1) und (2) $\Rightarrow$ $b = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L = \frac{3\,kg}{3\,kg + 5\,kg}(0.3\,m)$

$$\underline{\underline{b \approx 11.3\ cm}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{a \approx 18.7\ cm}}$$

b.) Bremswinkel: $\Delta\varphi = \pi$

Winkelgeschwindigkeit am Anfang $\omega_0 = \frac{2\pi}{2.5\,s} \approx 2.51\ \frac{rad}{s}$

Mit $\bar{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ $\Rightarrow$ $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\bar{\omega}} \qquad (3)$

Mit $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ und Gl. (3)

$$\Rightarrow \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\varphi}\,\bar{\omega} = \frac{2.51\ \frac{rad}{s}}{\pi\ rad} \cdot \frac{2.51\ \frac{rad}{s}}{2} \approx 1.00\ \frac{rad}{s^2}$$

Mit $J = m_1 a^2 + m_2 b^2 = (3\,kg)(0.187\,m)^2 + (5\,kg)(0.113\,m)^2$

$$J \approx 0.169\ kg\,m^2$$

$\Rightarrow$ Drehmoment: $\underline{\underline{M}} = J\alpha = \underline{\underline{0.169\ Nm}}$

c.) Für beide Scheiben gilt prinzipiell

Zentripetalkraft = Reibkraft

$$\cancel{m}\,\omega^2 r = \mu \cancel{m} g$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

← je größer der Radius, desto kleiner ω_{max}!

Weil $a > b$ folgt, daß die <u>kleine</u> Scheibe zuerst rutscht.

Lösungvorschlag zu Aufgabe 7

a) Mit $F = -k_{ges}\, x$ und $F = m_N\, g$

$$\Rightarrow \underline{k_{ges}} = \frac{m_N\, g}{x} = \frac{(75\,kg)(9.81\,\frac{m}{s^2})}{0.03\,m} \approx \underline{\underline{24.5\,\frac{kN}{m}}}$$

Bei einer Parallelschaltung von Federn

$$\Rightarrow \underline{k} = \frac{k_{ges}}{4} = \frac{24.5\,\frac{kN}{m}}{4} \approx \underline{\underline{6.13\,kN}}$$

b.) $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

$$v = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$$

$$\Rightarrow v_{max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k_{ges}}{m_{ges}}} = (0.02\,cm)\underbrace{\sqrt{\frac{24.5\times10^3\,N/m}{(8\,kg + 75\,kg)}}}_{17.2\,\frac{rad}{s}}$$

$$v_{max} \approx \underline{\underline{0.344\,\frac{m}{s}}}$$

und $a_{max} = A\omega^2 = (0.02\,m)\left(17.2\,\frac{rad}{s}\right)^2$

$$a_{max} \approx \underline{\underline{5.92\,\frac{m}{s^2}}}$$

c.) Für den aperiodischen Grenzfall gilt $\delta = \omega_0$!

Mit $\delta = \frac{b}{2m} \Rightarrow b = 2m\delta = 2(83\,kg)(17.2\,\frac{rad}{s})$

$$b \approx \underline{\underline{2.85\times10^3\,\frac{kg}{s}}}$$