

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

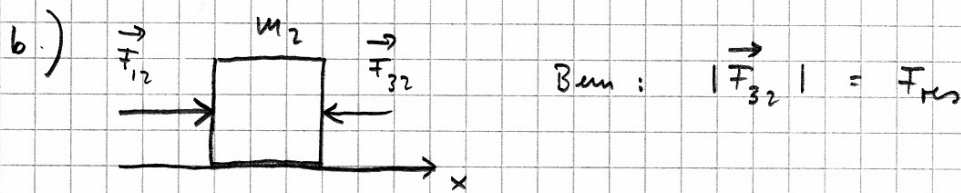
Die Bewegungen in x- und y-Richtung sind unabhängig voneinander!

$$\text{Mit } v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{30 \text{ m}}{60 \text{ m/s}} = 0.5 \text{ s}$$

$$\text{und } \underline{h} = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} (9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (0.5 \text{ s})^2 \approx \underline{1.23 \text{ m}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

a.) 
$$\underline{F_{rs}} = m_3 a = (3 \text{ kg}) (2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = \underline{6 \text{ N}}$$



c.) Newton II:

$$\sum \vec{F}_i = m_2 \vec{a}$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = m_2 \vec{a}$$

$$F_{12} - F_{32} = m_2 a$$

$$\Rightarrow F_{12} = m_2 a + F_{32} = (5 \text{ kg}) (2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) + 6 \text{ N}$$

$$\underline{F_{12} = 16 \text{ N}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

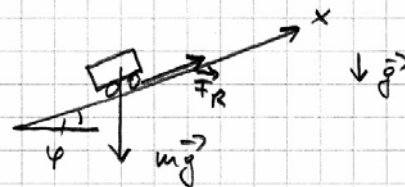
a) EES  $\frac{1}{2} v_0^2 = v_0 g h$

$$\Rightarrow \underline{v_0} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81 \frac{m}{s^2})(22m)} \approx \underline{20.8 \frac{m}{s}}$$

b) Newton II:

$$\sum \vec{F}_i = m \vec{a}$$

$$m \vec{g} + \vec{F}_R = m \vec{a}$$



x-Komp.:  $-mg \sin \varphi + \mu N = m a_x$

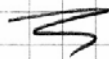
wobei  $N = mg \cos \varphi$

$$\Rightarrow a_x = \frac{\mu mg \cos \varphi - mg \sin \varphi}{m}$$

$$= (\mu \cos \varphi - \sin \varphi) g$$

$$= (0.05 \cos(12^\circ) - \sin(12^\circ)) (9.81 \frac{m}{s^2})$$

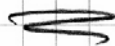
$$a_x = -1.56 \frac{m}{s^2}$$



Der zurückgelegte Weg:  $s = \frac{1}{2} a t^2$ , wobei  $s = \frac{h}{\sin \varphi}$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{a \sin \varphi}} = \sqrt{\frac{2(22m)}{(1.56 \frac{m}{s^2}) \sin 12^\circ}}$$

$$t \approx \underline{11.6 s}$$



Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4:

a) Die von der äußeren Kraft geleistete Arbeit am Pfeil.

b) Arbeitssatz der Mechanik:  $W = \Delta E_{\text{kin}} \quad (*)$

Bereich 2:  $W_2 = \int_{x_1}^{x_0} F(x) dx$ , wobei  $x_0 = 0.6 \text{ m}$

$$W_2 = \underbrace{\frac{1}{2}(160 \text{ N} - 80 \text{ N})(0.4 \text{ m})}_{\text{Fläche Dreieck}} + \underbrace{(80 \text{ N})(0.4 \text{ m})}_{\text{Fläche Rechteck}}$$

$$= 16 \text{ N} + 32 \text{ N}$$

$$W_2 = 48 \text{ J}$$

Mit Gl. (\*):  $\frac{1}{2} m v_1^2 = W_2$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 W_2}{m}} = \sqrt{\frac{2(48 \text{ J})}{0.026 \text{ kg}}} = 60.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c)  $W_1 = \int_0^{x_1} F(x) dx = \int_0^{x_1} (c_1 x^2 + c_2 x) dx$

$$= \left. \frac{1}{3} c_1 x^3 + \frac{1}{2} c_2 x^2 \right|_0^{x_1}$$

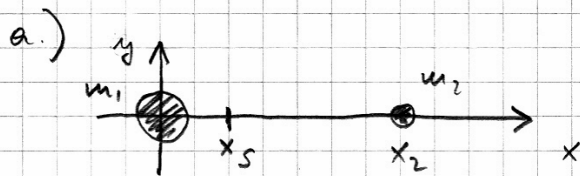
$$= \frac{1}{3} c_1 x_1^3 + \frac{1}{2} c_2 x_1^2 = \underbrace{\frac{1}{3} (-10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2})(0.2 \text{ m})^2}_{-2.67 \text{ J}} + \underbrace{\frac{1}{2} (600 \frac{\text{N}}{\text{m}})(0.2 \text{ m})^2}_{12.0 \text{ J}}$$

$$W_1 = 9.33 \text{ J}$$

Mit  $W_{\text{ges}} = W_1 + W_2 = 9.33 \text{ J} + 48 \text{ J} = 57.3 \text{ J}$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 W_{\text{ges}}}{m}} = \sqrt{\frac{2(57.3 \text{ J})}{0.026 \text{ kg}}} \approx 66.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 5:



$$m_1 = 2 \text{ kg}$$

$$m_2 = 0.5 \text{ kg}$$

$$x_2 = d = 0.6 \text{ m}$$

$$x_S = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{0 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(0.5 \text{ kg})(0.6 \text{ m})}{2.5 \text{ kg}}$$

$$x_S = 0.12 \text{ m}$$

b.) Massenträgheitsmoment:

$$J_S = \sum m_i r_i^2 = m_1 x_S^2 + m_2 (x_2 - x_S)^2$$

$$= \underbrace{(2 \text{ kg})(0.12 \text{ m})^2}_{0.0288 \text{ kg m}^2} + \underbrace{(0.5 \text{ kg})(0.48 \text{ m})^2}_{0.115 \text{ kg m}^2}$$

$$J_S = 14.4 \times 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6:

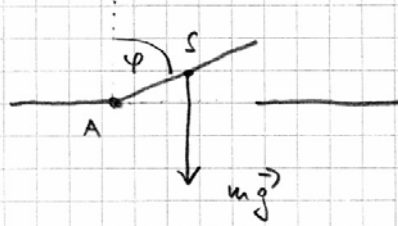
$$IES: \quad 0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = - \frac{m_1}{m_2} v_1$$

$$= - \left( \frac{5 \text{ kg}}{2 \text{ kg}} \right) \left( -2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 7:

a.)  Newton II:  

$$\sum M_i = J \alpha \quad (*)$$

Drehmoment:  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m\vec{g}$

$$\Rightarrow M = \frac{L}{2} m g \sin \varphi$$

Mit Gl. (\*):  $\frac{L}{2} m g \sin \varphi = \frac{1}{3} m L^2 \alpha$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{3}{2} \frac{g}{L} \sin \varphi}$$

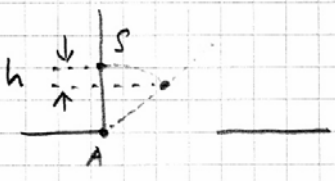
b.) EES:  $m g h = \frac{1}{2} J_A \omega^2$

bzw.  $m g \frac{L}{2} (1 - \cos \varphi) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} m L^2 \right) \omega^2$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{3g(1 - \cos \varphi)}{L}}}$$

c.) Mit  $v_t = \omega r = \omega L$

$$= \underbrace{\sqrt{\frac{3(9.81 \frac{m}{s^2})(1-0)}{0.8m}}}_{6.07 \frac{rad}{s}} (0.8m)$$

$$v_t = 4.85 \frac{m}{s}$$


Lösungsvorschlag zu Aufgabe 8:

a.) Parallel- und Hintereinanderschaltung von Federn:

$$\frac{1}{k_{\text{ges}}} = \frac{1}{k+k} + \frac{1}{k} = \frac{3}{2k}$$

$$\Rightarrow \underline{k} = \frac{3}{2} k_{\text{ges}} = \frac{3}{2} (100 \frac{\text{N}}{\text{m}}) = \underline{150 \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

b.)  $x(t) = A \cos(\omega t)$ , weil  $\phi = 0$  (Umkehrpunkt!)

$$\Rightarrow v(t) = -A\omega \sin(\omega t)$$

Kreisfrequenz:  $\omega = \sqrt{\frac{k_{\text{ges}}}{m}} = \sqrt{\frac{100 \frac{\text{N/m}}{4 \text{ kg}}}{1}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Somit  $x_1 = x(1\text{s}) = (0.15 \text{ m}) \cos\left(5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} (1\text{s})\right)$

$$\underline{x_1 \approx 0.0425 \text{ m}}$$

und  $v_1 = v(1\text{s}) = - (0.15 \text{ m}) \left(5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \sin\left(5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} (1\text{s})\right)$

$$\underline{v_1 \approx 0.719 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

c.)  $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$

$$\Rightarrow \delta = \frac{1}{t} \ln \frac{A_0}{A} \stackrel{\text{hier}}{=} \frac{1}{3T_d} \ln \frac{A_0}{A_1}$$

Mit  $T_d \approx T_0$  und  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \approx 1.26 \text{ s}$

$$\Rightarrow \delta = \frac{1}{3(1.26\text{s})} \ln \frac{0.15}{0.11} = 0.0821 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{0.0821 \frac{1}{\text{s}}}{5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \approx 0.0164 < 0.1$$

$\Rightarrow$  Annahme schwache Dämpfung mit  $T_d \approx T_0$  bestätigt!