Lösungen Naturwissenschaftliche Grundlagen – WS08 – Version FZB1A

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

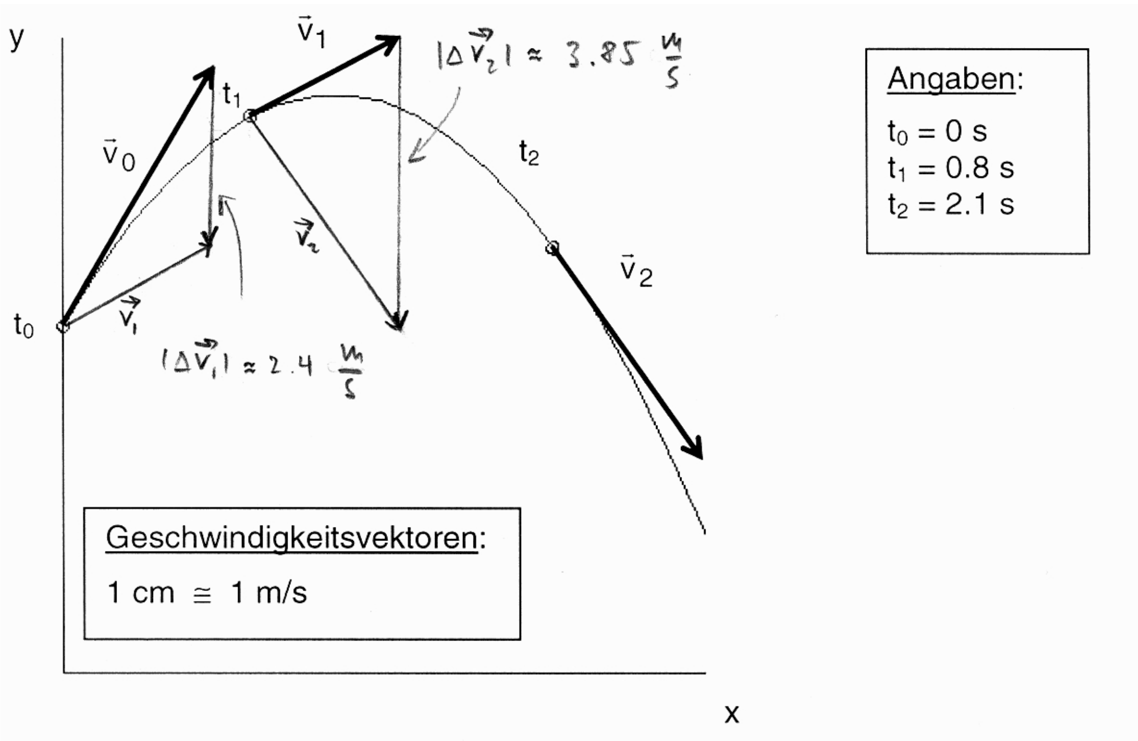
$$\Delta W = 1\,\text{kWh} = \left(10^3\,\frac{J}{s}\right)(3600\,s) = 3.6 \times 10^6\,J$$

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}(1500\,kg)\left(\frac{150}{3.6}\,\frac{m}{s}\right)^2 = 1.3 \times 10^6\,J$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta W} = 0.36$$

$$\Rightarrow \underline{\text{Kosten}} = (0.36)(20\,\text{Cent}) = \underline{\underline{7.2}}\,\text{Cent}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:



b.) $|\vec{a}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{a}_1| = \frac{2.4\,m/s}{0.8\,s} = 3\,\frac{m}{s^2}$

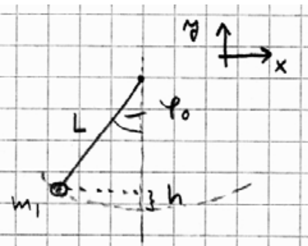
$|\vec{a}_2| = \frac{3.85\,m/s}{1.3\,s} \approx 3\,\frac{m}{s^2}$

c.) Bem: $\vec{a}_1$ und $\vec{a}_2$ haben gleiche Richtung (neg. y-Richt.) und gleichen Betrag.

$\Rightarrow$ Bewegung mit konstanter Beschleunigung!

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

a.)



$h = L - L\cos\varphi_0 = 1\,\text{m}\,(1 - \cos 45°)$

$h \approx 0.293\ \text{m}$

EES: $\cancel{m_1} g h = \frac{1}{2} \cancel{m_1} v_1^2$

$\Rightarrow \quad \underline{v_1} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\,(9.81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})(0.293\,\text{m})} \approx \underline{2.40\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}}$

Nach dem Stoß: $h_2 = L\,(1 - \cos\varphi_0) = (1\text{m})(1 - \cos 16°)$

$h_2 \approx 0.0387\ \text{m}$

$\Rightarrow \quad |v_1'| = \sqrt{2\,(9.81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2})(0.0387\,\text{m})} \approx 0.872\ \text{m/s}$

Bewegung in die neg. x-Richt.! $\Rightarrow \quad v_1' = -0.872\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$

b.) IES: $m_1 v_1 + \underbrace{\cancel{m_2 v_2}}_{=0} = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$\Rightarrow \quad v_2' = \dfrac{m_1 v_1 - m_1 v_1'}{m_2} = \dfrac{(0.2\,\text{kg})(2.4\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}) - (0.2\,\text{kg})(-0.872\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}})}{0.5\,\text{kg}}$

$\underline{\underline{v_2' = 1.31\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$

c.) Relativgeschwindigkeiten:

vor dem Stoß: $v_1 - v_2 = v_1 = 2.4\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$

nach dem Stoß: $v_1' - v_2' = -0.872\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}} - 1.31\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}} = -2.18\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$

$\Rightarrow \quad |v_1' - v_2'| < |v_1 - v_2|$

$\Rightarrow$ inelastischer Stoß

<u>Bem:</u> Für einen elastischen Stoß müßte $|v_1' - v_2'| = |v_1 - v_2|$ sein.

4) Lösungsvorschlag ***Rutschende Ladung*** ***Autor: H. Käß***

a) Grenzbedingung: Zentrifugalkraft $F_Z \leq F_{haft}$ Haftreibungskraft

also $m \cdot v_1^2 / \mathrm{R} \leq \mu_{haft} \cdot m \cdot g$

daraus $v_1^2 \leq \mu_{haft} \cdot g \cdot R$

und somit $v_1 \leq$ **10,85 m/s** = 39km/h

b) Weg-Zeit-Gesetz $s(t_B)$ für konstante Bremsverzögerung a_B während Bremszeit t_B

(1) $s(t_B) = v_2 \cdot t_B - ½\, a_B \cdot t_B^2$ mit v_2 = 90 km/h = 25 m/s

Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für konstante Verzögerung a_B während Bremszeit t_B

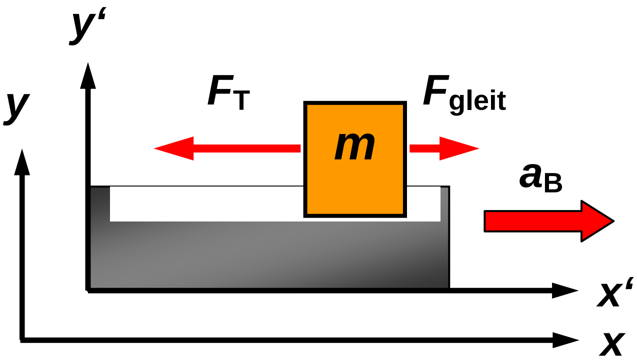
(2) $v(t_B) = v_2 - a_B \cdot t_B$

Am Ende des Vorgangs ist die Geschwindigkeit gleich Null, also $t_B = v_2 / a_B$

dies in (1) eingesetzt $s(t_B) = v_2\, v_2 / a_B - ½\, a_B\, (v_2 / a_B)^2 = v_2^2 / (2\, a_B)$

und daher $a_B = v_2^2 / (2\, s(t_B)) = 625\ \mathrm{m}^2 / (2 \cdot 50\ \mathrm{m\, s}^2) =$ **6,25 m/s²**

c) Das mit dem Lastwagen verbundene Koordinatensystem (x',y') bewegt sich in der Skizze nach links. Von der Straße (x,y) aus betrachtet, wirkt darauf die Bremsverzögerung a_B, hier als nach rechts gerichtete Beschleunigung eingezeichnet. Vom System (x',y') aus betrachtet wirken die folgenden Kräfte auf die darin rutschende Kiste:



Trägheitskraft $F_T = m \cdot a_B$

Gleitreibungskraft $F_{gleit} = \mu_{gleit} \cdot m \cdot g$

Die resultierende Kraft beträgt $F_{res} = F_T - F_{gleit} = m\, (a_B - \mu_{gleit} \cdot g) = m \cdot a_{res}$

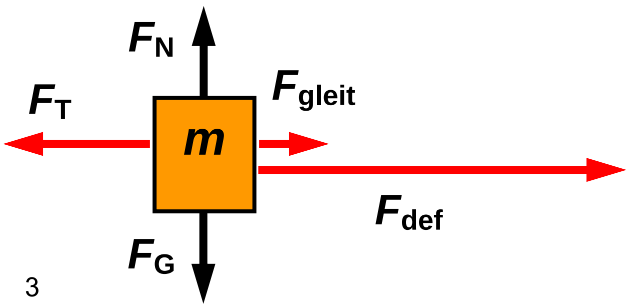
Dies ergibt die Beschleunigung $a_{res} = (6{,}25 - 0{,}25 \cdot 9{,}81)\ \mathrm{m/s}^2 =$ **3,80 m/s²**

d) Die Kiste wird entlang der Strecke L auf dem Lastwagen mit a_{res} beschleunigt …

Es gilt wie üblich $L = ½\, a_{res} \cdot t^2_{gleit}$ und $v(t_{gleit}) = a_{res} \cdot t_{gleit}$

also folgt $t_{gleit} = \sqrt{2\,\mathrm{L} / a_{res}}$ = **1,026 s** und $v(t_{gleit})$ = **3,9 m/s²**

e) Wenn die Kiste die Verkleidung deformiert, kommt vom System (x'y') aus betrachtet noch die Kraft F_{def} parallel zur Gleitreibungskraft hinzu.



<u>Lösungvorschlag zu Aufgabe 5:</u>

a) DIE : $J_1 \omega_1 = (J_1 + J_2)\, \omega_E$

$\Rightarrow \omega_E = \frac{J_1}{J_1 + J_2}\, \omega_1$, wobei $\omega_1 = 2\pi n_1 = (2\pi)\left(180 \frac{\text{rad}}{60\,\text{s}}\right) \approx 18.9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Mit $J_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 = \frac{1}{2}(0.44\,\text{kg})(0.035\,\text{m})^2 \approx 2.70 \times 10^{-4}\,\text{kg m}^2$

und $J_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 = \frac{1}{2}(0.27\,\text{kg})(0.023\,\text{m})^2 \approx 0.714 \times 10^{-4}\,\text{kg m}^2$

$\Rightarrow \underline{\underline{\omega_E}} = \frac{2.70}{2.70 + 0.714}\left(18.9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) = \underline{\underline{14.9}} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) Mit $M = J\alpha$

$\Rightarrow \alpha = \frac{M}{J_2} = \frac{0.02\,\text{Nm}}{7.14 \times 10^{-5}\,\text{kg m}^2} \approx 280 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

Mit $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (wobei hier $\bar{\alpha} = \alpha = \text{const.}$)

$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\omega}{\bar{\alpha}} = \frac{\omega_E - 0}{\bar{\alpha}} = \frac{14.9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{280 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}$

$\Delta t \approx \underline{\underline{0.053\ \text{s}}}$

6) Lösungsvorschlag Kinderspielzeug ***Autor: H. Käß***

a) Federkonstante $c = \Delta F / \Delta x$

mit $\Delta F = m_F \cdot g = 0{,}081 \text{ kg } 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 0{,}7946 \text{ N}$

und $\Delta x = 0 \text{ cm} - x_0 = 0{,}22 \text{ m}$

folgt $c =$ **3,612 N/m**

b) Schwingungsdauer mit Figur (Annahme einer ungedämpften Schwingung) $T_0 = 1 \text{ s}$

Für die Kreisfrequenz gilt $\omega_0 = \sqrt{c / m_{ges}} = \sqrt{c / (m_F + m_R)} = 2\pi / T_0$

also wird $(m_F + m_R) = c / \omega^2_0 = 0{,}09149 \text{ kg}$

und somit $m_R = 0{,}0915 \text{ kg} - 0{,}081 \text{ kg} =$ **0,0105 kg** = **10,5 g**

c) In Wirklichkeit ist die Schwingung gedämpft, trotzdem wird angenommen $T_0 = T_d$

Für die Amplitude gilt $x_m(t) = x_m(0) \cdot \exp[-\delta \cdot t]$ mit $x_m(20 T_0) = ½\, x_m(0)$

Also folgt $x_m(20 T_0) = ½\, x_m(0) = x_m(0) \cdot \exp[-\delta \cdot 20\, T_0]$

$- \ln(2) = - \delta \cdot 20\, T_0$

Abklingkonstante $\delta = 0{,}6931 / 20 \text{ s} =$ **0,0347 1/s**

Dämpfungsgrad $D = \delta / \omega_0 = 0{,}0347 / (2 \cdot \pi \text{ s}) =$ **0,00552**

d) Für die Änderung der in der Schwingungsbewegung enthaltenen mechanischen Gesamtenergie $E_{ges}(t)$ von der Zeit gilt: $E_{ges}(t) = E_0 \cdot \exp[-2 \cdot \delta \cdot t]$

Nach einer Periode also $E_{ges}(T_0) = E_0 \cdot \exp[-2 \cdot \delta \cdot T_0]$

$= E_0 \cdot \exp[-0{,}06931] = 0{,}933\, E_0$

somit beträgt der Verlust $\Delta E = E_0 - E_{ges}(T_0) = E_0\, (1 - 0{,}933) = 0{,}067\, E_0$

in Prozent ausgedrückt $\Delta E / E_0 =$ **6,7 %**