

Sommersemester 2008	Blatt 1 (von 4)
Studiengang: FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach: Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091
Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 90 Minuten

Gesamtpunktzahl: 60**Aufgabe 1: Bahnkurve (4 Punkte)**

Der zeitabhängige Ortsvektor eines Teilchens soll in einem rechtwinkligen

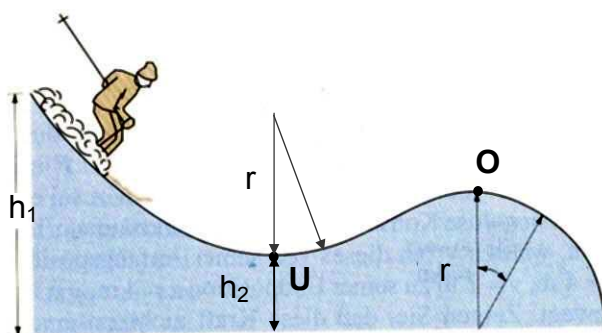
x,y -Koordinatensystem durch $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} p t^2 \\ q t \end{pmatrix}$ gegeben sein, wobei $p = 4 \text{ m/s}^2$

und $q = 1 \text{ m/s}$ ist.

- Bestimmen Sie den Geschwindigkeits- und den Beschleunigungsvektor als Funktion der Zeit t .
- Geben Sie die Bahnkurve in der Form $y = f(x)$ an und skizzieren Sie diese qualitativ für $t \geq 0$ im x,y -Koordinatensystem.

Aufgabe 2: Skifahrer (9 Punkte)

Ein Skifahrer startet aus der Ruhe in einer Höhe h_1 und fährt durch eine Kuhle (Krümmungsradius r) auf eine Kuppe mit gleichem Krümmungsradius r (siehe Skizze). Die Reibung soll vernachlässigt werden.

**Angaben:**

$$r = 4 \text{ m}$$

$$h_2 = 2 \text{ m}$$

$$m = 80 \text{ kg}$$

- Bestimmen Sie die maximale Höhe h_1 , bei der der Skifahrer im obersten Punkt O auf der Kuppe noch mit dem Schnee in Kontakt bleibt.
- Geben Sie Betrag und Richtung der Kraft an, die die Bahn im untersten Punkt U auf den Skifahrer ausübt.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

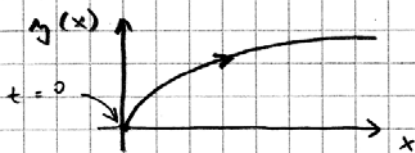
$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 4t^2 \\ t \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \text{ in s und } |\vec{r}| \text{ in m.}$$

a) $\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \begin{pmatrix} 8t \\ 1 \end{pmatrix}$, wobei $|\vec{v}|$ in m/s.

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \dot{\dot{\vec{r}}} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ wobei } |\vec{a}| \text{ in } \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) x- und y-Koordinate des Ortsvektors \vec{r} :

$$\left. \begin{array}{l} x = 4t^2 \\ y = t \end{array} \right\} x = 4y^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$



Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

a.) Kräftegleichgewicht im Punkt O:

$$mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{gr} \quad (*) \quad \text{mit } r = 4 \text{ m und } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow v = 6,26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

EES: $mg h_1 = \frac{1}{2} m v^2 + mg r \quad (**)$

Gl. (*) in (**):

$$\cancel{m} g h_1 = \frac{1}{2} \cancel{m} g r + \cancel{m} g r$$

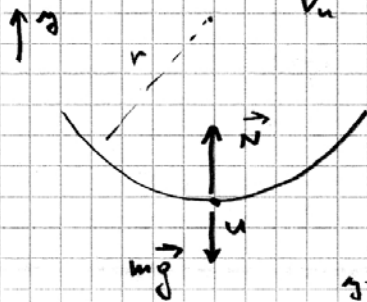
$$\Rightarrow \underline{h_1 = \frac{3}{2} r = \frac{3}{2} (4 \text{ m}) = 6 \text{ m}}$$

b.) Geschwindigkeit im Punkt U:

EES: $\frac{1}{2} m v_u^2 = mg (h_1 - h_2)$

$$\Rightarrow v_u = \sqrt{2g (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 (9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (6 \text{ m} - 2 \text{ m})}$$

$$v_u \approx 8,86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Newton II:

$$\sum \vec{F}_i = m \vec{a}$$

$$\vec{N} + m \vec{g} = m \vec{a}$$

z-Komp.: $N - mg = m \frac{v_u^2}{r}$

$$\Rightarrow N = mg + m \frac{v_u^2}{r} = \underbrace{(80 \text{ kg}) (9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}_{784 \text{ N}} + \underbrace{(80 \text{ kg}) \frac{(8,86 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{4 \text{ m}}}_{1570 \text{ N}}$$

$$\underline{N \approx 2350 \text{ N}}$$

Sommersemester 2008	Blatt 2 (von 4)
Studiengang: FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach: Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

Aufgabe 3: Urlaubsflug (15 Punkte)

Ein Verkehrsflugzeug für Kurz- und Mittelstrecken hat folgende technische Daten :

<i>Abhebegeschwindigkeit</i>	$v_{start} = 280 \text{ km/h}$
<i>Strecke bis zum Abheben</i>	$s_{start} = 2200 \text{ m}$
<i>Vom Hersteller empfohlene Reisegeschwindigkeit</i>	$v_{opt} = 840 \text{ km/h}$

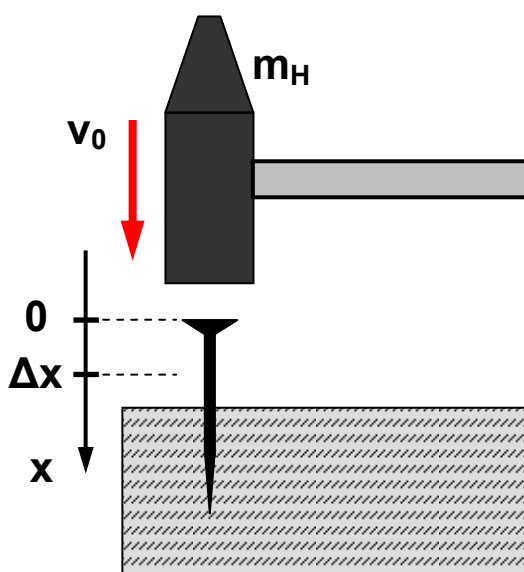
- Das Flugzeug startet aus der Ruhelage. Die Beschleunigung a_{start} sei während des gesamten Startvorgangs über die gesamte Strecke s_{start} hinweg konstant. Welchen Wert hat a_{start} ? Nach welcher Zeit t_{start} hebt das Flugzeug ab ?
- Die maximale Bremsverzögerung auf der Startbahn beträgt $a_B = 1 \text{ m/s}^2$. Das Flugzeug startet zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ mit der Beschleunigung a_{start} am Beginn einer Bahn der Gesamtlänge 3500 m. Nach welcher Zeit t_x ist es zu spät, den Start abzubrechen, weil das Flugzeug dann nicht mehr vor dem Bahnende zum Halten gebracht werden kann ? Welche Strecke s_x hat es dann zurückgelegt ?
- Um die vom Hersteller empfohlene Reisegeschwindigkeit v_{opt} zu halten ist eine mechanische Antriebsleistung von 25000 kW erforderlich. Aufgrund der gestiegenen Kerosinpreise wird die Fluggeschwindigkeit um 5% verringert. Welche Reduktion bedeutet dies für die benötigte mechanische Antriebsleistung ?

Hinweis : Die Luftwiderstandskraft F hängt von der Geschwindigkeit v ab, es gilt

$$F(v) = k v^2 \qquad k \text{ ist eine Konstante}$$

Aufgabe 4: Hammer (7 Punkte)

Ein Hammer der Masse m_H trifft mit der Geschwindigkeit v_0 auf einen in einer Holzlatte steckenden Nagel. Während der Hammer den Nagelkopf berührt, dringt der Nagel eine Strecke $\Delta x = 3 \text{ cm}$ in das Holz ein und kommt dann zur Ruhe.



Angaben:

$m_H = 400 \text{ g}$	<i>Masse Hammer</i>
$v_0 = 6 \text{ m/s}$	<i>Geschwindigkeit</i>
$\Delta x = 3 \text{ cm}$	<i>Eindringtiefe</i>

Die Reibungskraft zwischen Nagel und Holz sei konstant. Die Masse des Nagels ist zu vernachlässigen.

- Welche mittlere Kraft wirkt auf den Hammer ?
- Wie wirkt sich eine Halbierung der Geschwindigkeit v_0 auf die Eindringtiefe Δx aus ?

Sommersemester 2008	Blatt 2 (von 4)
Studiengang: FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach: Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

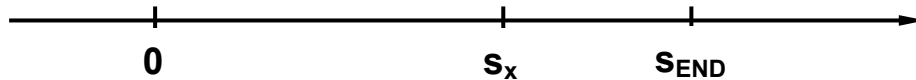
Lösungsvorschlag

Urlaubsflug

Autor H Käß

- a) Startgeschwindigkeit $v_{\text{start}} = 280 \text{ km/h} = 77,77 \text{ m/s}$
Weg-Zeit-Gesetz $s(t_{\text{start}}) = \frac{1}{2} a_{\text{start}} t_{\text{start}}^2 = s_{\text{start}} \quad (1)$
Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz $v(t_{\text{start}}) = a_{\text{start}} t_{\text{start}} = v_{\text{start}} \quad (2)$
Aus (2) folgt $t_{\text{start}} = v_{\text{start}} / a_{\text{start}}$
in (1) eingesetzt $s_{\text{start}} = \frac{1}{2} v_{\text{start}}^2 / a_{\text{start}}$
Daraus folgt $a_{\text{start}} = \frac{1}{2} v_{\text{start}}^2 / s_{\text{start}} = \mathbf{1,375 \text{ m/s}^2}$
sowie $t_{\text{start}} = v_{\text{start}} / a_{\text{start}} = \mathbf{56,57 \text{ s}}$

- b) Der Beschleunigungsvorgang wird zur Zeit t_x an der Position s_x abgebrochen
Das Flugzeug hat in diesem Moment die Geschwindigkeit $v(t_x) = a_{\text{start}} t_x$
Das Ende der Bahn bei $s = s_{\text{END}}$ wird zur Zeit t erreicht, dort ist $v(t) = 0 \text{ m/s} !!$



- Weg-Zeit-Gesetz $s(t) = \frac{1}{2} a_{\text{start}} t_x^2 + v(t_x) t - \frac{1}{2} a_B t^2 = s_{\text{END}} \quad (3)$
Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz $v(t) = a_{\text{start}} t_x - a_B t = 0 \quad (4)$
Aus (4) folgt $t = t_x a_{\text{start}} / a_B$
Damit wird (3) $\frac{1}{2} a_{\text{start}} t_x^2 + a_{\text{start}} t_x t_x a_{\text{start}} / a_B - \frac{1}{2} a_B (t_x a_{\text{start}} / a_B)^2 = s_{\text{END}}$
und es folgt $t_x^2 = 2 s_{\text{END}} / (a_{\text{start}} + a_{\text{start}}^2 / a_B) = 2143,9 \text{ s}^2$
also $t_x = \mathbf{46,3 \text{ s}}$
und $s_x = \frac{1}{2} a_{\text{start}} t_x^2 = \mathbf{1473,8 \text{ m}}$

- c) Reibungskraft $F(v) = k v^2 \quad k = \text{const}$
Reibungsleistung für $v = v_0$ $P_0 = F(v_0) v_0 = k (v_0)^3$
Reibungsleistung für $v = v_1 = 0,95 v_0$ $P_1 = F(v_1) v_1 = k (v_1)^3 = k (0,95 v_0)^3$
 $= 0,95^3 P_0 = \mathbf{0,857 P_0}$
 $= \mathbf{86 \% P_0 = 21434 \text{ kW}}$

Lösungsvorschlag

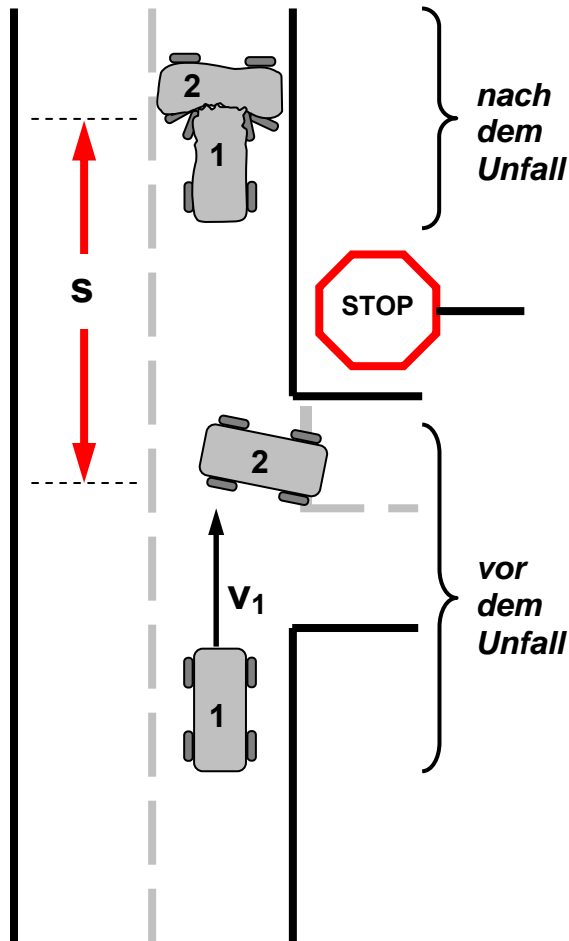
Hammer

Autor H Käß

- a) Weg-Zeit-Gesetz (Bremszeit t_B) $s(t_B) = v_0 t_B - \frac{1}{2} a_B t_B^2 = \Delta x \quad (1)$
Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz $v(t_B) = v_0 - a_B t_B = 0 \quad (2)$
Aus (2) $t_B = v_0 / a_B$ damit wird (1) $\Delta x = \frac{1}{2} v_0^2 / a_B$
Es folgt die mittlere Bremsbeschleunigung $a_B = \frac{1}{2} v_0^2 / \Delta x = 600 \text{ m/s}^2$
und die mittlere Kraft wird so $F_m = m a_B = \mathbf{240 \text{ N}}$
- b) Die Eindringtiefe ist $\Delta x_0 = \frac{1}{2} v_0^2 / a_B$
Halbe Geschwindigkeit $v_1 = \frac{1}{2} v_0$ und somit $\Delta x_1 = \frac{1}{2} v_1^2 / a_B = \frac{1}{4} \Delta x_0$

Sommersemester 2008	Blatt 4 (von 4)
Studiengang: FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach: Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

Aufgabe 5: Unfallgutachten (8 Punkte)



Schwerer Unfall in der Innenstadt:

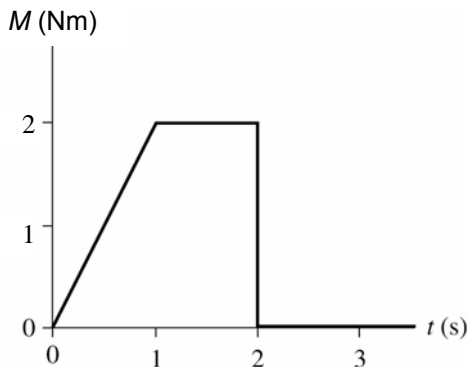
Bei Einbiegen aus einer Seitenstraße nimmt Wagen 2 dem sich auf der Hauptstraße nähernden Wagen 1 die Vorfahrt. Die Wagen stoßen zentral zusammen, verkeilen sich ineinander und rutschen mit blockierten Rädern noch die Strecke $s = 17 \text{ m}$ gemeinsam weiter, bevor sie zum Stillstand kommen (siehe Skizze). Die Dauer des Zusammenstoßes kann gegen die nachfolgende Zeit des Rutschens vernachlässigt werden.

- Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_1 von Wagen 1 vor dem Unfall.
- Welcher Energiebetrag wird zur Deformation der beiden Wagen verwendet?

Angaben :

Gleitreibungszahl zwischen Wagen und Straße $\mu_{gl} = 0.6$
 Masse Wagen 1 $m_1 = 1900 \text{ kg}$
 Masse Wagen 2 $m_2 = 1050 \text{ kg}$

Aufgabe 6: Drehmoment (7 Punkte)



Auf einen Körper mit dem Massenträgheitsmoment $J = 4 \text{ kg m}^2$ wird ein zeitabhängiges Drehmoment M ausgeübt (siehe Skizze).

- Erklären Sie kurz (in ein oder zwei Sätzen) den Zusammenhang zwischen dem Schaubild und dem Drehimpuls des Körpers.
- Welche Winkelgeschwindigkeit hat der Körper nach $t = 3 \text{ s}$, wenn er anfangs in Ruhe war?

Sommersemester 2008	Blatt 4 (von 4)
Studiengang: FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach: Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

Lösungsvorschlag

Unfallgutachten

Autor H Käß

a) Der Bewegungsvorgang besteht aus zwei Teilen

- (1) Vollkommen unelastischer Stoß zwischen den beiden Autos
- (2) Umwandlung der kinetischen Restenergie in Reibungsarbeit

Für den Stoß gilt der Impulserhaltungssatz $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u$ (1)

Für den Reibungsvorgang gilt $F_{\text{reib}} s = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2$ (2)

mit $F_{\text{reib}} = (m_1 + m_2) g \mu_{\text{gl}}$

Hier ist u die Geschwindigkeit der ineinander verkeilten Wagen nach dem Stoß
 F_{reib} bezeichnet die Gleitreibungskraft zwischen Wagen und Straße

Kombination von (1) und (2) ergibt $v_1^2 = 2 g \mu_{\text{gl}} s (m_1 + m_2)^2 / m_1^2$

also $v_1 = \sqrt{2 g \mu_{\text{gl}} s (m_1 + m_2) / m_1}$
 $= 21,96 \text{ m/s} \approx 79 \text{ km/h}$

b) Kinetische Energie vor dem Stoß

$$E_{\text{kin,vor}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} 1900 \text{ kg } 21,96^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 458,3 \text{ kJ}$$

Kinetische Energie nach dem Stoß

$$E_{\text{kin,nach}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 m_1 / (m_1 + m_2) = E_{\text{kin,vor}} 0,6441$$

$$= 295,2 \text{ kJ}$$

Die Differenz dieser beiden Werte ist der für die Deformation verwendete Energiebetrag

$$\Delta E = E_{\text{kin,vor}} - E_{\text{kin,nach}} = 163,1 \text{ kJ}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6:

a.) $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ \leftarrow Drehimpuls $\Rightarrow \int_{\Delta L} dL = \int M dt$
 ↑
 Drehmoment

d.h., die Fläche unter der Kurve im M versus t - Diagramm repräsentiert die Drehimpulsänderung ΔL .

b.) $\Delta L = L_E - \cancel{L_A} = \int_0^3 M dt$
 $L_E = \int_0^1 M dt + \int_1^2 M dt + \int_2^3 M dt$
 $\quad \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\frac{1}{2} (2Nm)(1s)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{(2Nm)(1s)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{=0}$
 $\quad \quad \quad = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s} + 2 \frac{kg \cdot m^2}{s}$
 $\quad \quad \quad \underline{\underline{L_E = 3 \frac{kg \cdot m^2}{s}}}$

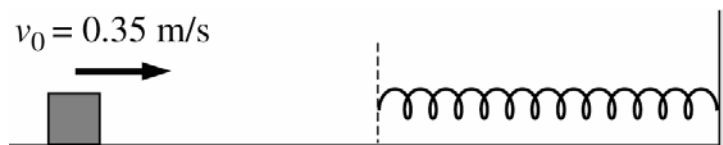
Mit $L_E = J \omega_E$

$\Rightarrow \underline{\underline{\omega_E}} = \frac{L_E}{J} = \frac{3 \frac{kg \cdot m^2}{s}}{4 \frac{kg \cdot m^2}{s}} = \underline{\underline{\frac{3}{4} \frac{rad}{s}}}$

Sommersemester 2008	Blatt 4 (von 4)
Studiengang: FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach: Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

Aufgabe 7: Klotz 1 (4 Punkte)

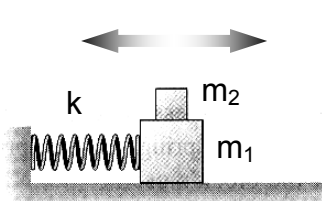
Ein Klotz mit der Masse $m = 500 \text{ g}$ rutscht reibungsfrei auf einer horizontalen Unterlage mit der Geschwindigkeit v_0 auf eine Feder mit Federkonstante $k = 50 \text{ N/m}$. Die Feder wird zunächst zusammengedrückt und schiebt dann den Klotz solange in die entgegengesetzte Richtung, bis der Kontakt wieder verloren geht.



- Bestimmen Sie die Kontaktzeit des Klotzes mit der Feder.
- Wie ändert sich die Antwort in a), wenn der Klotz mit einer doppelt so großen Anfangsgeschwindigkeit auf die Feder trifft (kurze Begründung)?

Aufgabe 8: Klotz 2 (6 Punkte)

Ein Klotz mit der Masse m_1 ist an einer Feder befestigt und rutscht reibungsfrei auf einer horizontalen Unterlage. Ein zweiter Klotz mit Masse m_2 sitzt auf dem ersten und wird nur durch die Haftreibungskraft gehalten (siehe Skizze).



<u>Angaben:</u> $m_1 = 5 \text{ kg}$ $m_2 = 1 \text{ kg}$ $k = 50 \text{ N/m}$ $\mu_H = 0.5$
--

Mit welcher maximalen Amplitude kann das System schwingen, ohne dass der obere Klotz verrutscht?

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 7:

a.) Kontaktzeit $\Delta t = \frac{T}{2}$, wobei $T =$ Schwingungsdauer

$$\text{mit } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.5 \text{ kg}}{50 \text{ N/m}}} = 0.628 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\Delta t = 0.314 \text{ s}}}$$

b.) Die Schwingungsdauer ist unabhängig von der Geschwindigkeit $T \neq f(v)$, also bleibt die Kontaktzeit Δt gleich!

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 8:

$$\text{Mit } x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\Rightarrow a(t) = \ddot{x}(t) = - \underbrace{A \omega^2}_{a_{\max}} \cos(\omega t + \phi)$$

wobei

Die maximale Haftreibungskraft ist:

$$F_{H, \max} = \mu N = \mu m_2 g$$

$$\text{Mit } \Sigma \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \mu m_2 g = m_2 \underbrace{(A \omega^2)}_{a_{\max}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\mu g}{\omega^2} \quad (1)$$

$$\text{Kreisfrequenz: } \omega = \sqrt{\frac{k}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{50 \text{ N/m}}{6 \text{ kg}}} \approx 2.89 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{A = \frac{(0.5)(9.81 \text{ m/s}^2)}{2.89 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \approx 0.589 \text{ m} = 58.9 \text{ cm}}}$$