Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

Die richtige Antwortalternative ist d.) 4h

Begründung: EES $\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

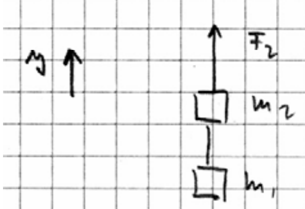
$$\Rightarrow v^* = \sqrt{2g(4h)} = 2\sqrt{2gh} = 2v$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

a.) Mit $v = \text{const.} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \sum F_i = 0$

Also $\underline{\underline{F_1}} = m_1 g = (2\,kg)(9.81\,\frac{m}{s^2}) = \underline{\underline{19.6\,N}}$

b.) Das System $(m_1 + m_2)$ freischneiden:



$$\sum \vec{F}_i = m_{ges}\,\vec{a}$$

$$-(m_1 + m_2)g + F_2 = (m_1 + m_2)a$$

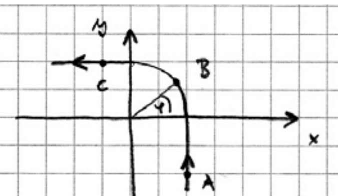
$$\Rightarrow F_2 = (m_1 + m_2)(g + a)$$

$$= (5\,kg)\left(9.81\,\frac{m}{s^2} + 3\,\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\underline{\underline{F_2 = 64.1\,N}}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

a.)



b.) Punkt A: $\boxed{\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}}$, weil $\vec{v}_0 = \text{const.}$

Punkt B: Auto bewegt sich auf einer Kreisbahn $a_z = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{45}{3.6}\,\frac{m}{s}\right)^2}{20\,m} \approx 7.81\,\frac{m}{s^2}$

Der Winkel φ:

$\sin\varphi = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30°$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \begin{pmatrix} -a_z \cos\varphi \\ -a_z \sin\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6.77 \\ -3.91 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}}$$

Punkt C: $\boxed{\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}}$, weil $\sum \vec{F}_i = 0$.

Lösungvorschlag zu Aufgabe 4:

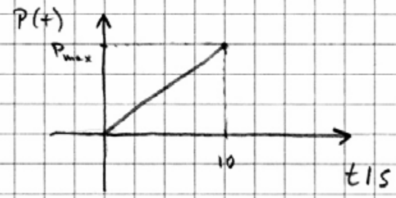
a) Die mittlere Leistung:

$$\bar{P} = \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}(m_L + m_P)\,v^2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}(1070\,\mathrm{kg})\left(\frac{120}{3.6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{10\,\mathrm{s}}$$

$$\bar{P} \approx \underline{\underline{5.94 \times 10^4\,\mathrm{W}}}$$

Momentanleistung: $P = F v = m a\,(a t) = m a^2 t$

Mit $a = \mathrm{const.}$ $\Rightarrow$ $P \sim t$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{P_{max}}} = 2\bar{P} = \underline{\underline{1.19 \times 10^5\,\mathrm{W}}}$



Alternativ: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{120}{3.6}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{10\,\mathrm{s}} \approx 3.33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$P_{max} = (1070\,\mathrm{kg})\left(3.33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)^2 (10\,\mathrm{s})$$

$$= 1.19 \times 10^5\,\mathrm{W}$$

b) Die Haftreibung ist für das Drehmoment am Rad verantwortlich. Also: $M = F_R\, r_A$

Bei zwei Antriebsrädern ist $F_R = \frac{F}{2} = \frac{(m_L + m_P)\,a}{2}$

$$\Rightarrow M = \frac{(m_L + m_P)\,a}{2}\, r_A = \frac{1}{2}(1070\,\mathrm{kg})\left(3.33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(0.32\,\mathrm{m})$$

$$M \approx \underline{\underline{570\,\mathrm{Nm}}}$$

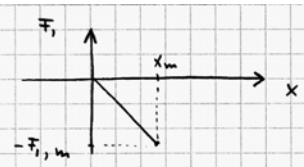
c) Das Gesamtgewicht wird auf 4 Räder verteilt.

Also $F_R = \mu \frac{N}{4}$ $\Rightarrow$ $\mu = \frac{4\,(F/2)}{N} = \frac{2\,(m_L + m_P)\,a}{(m_L + m_P)\,g} = \frac{2a}{g}$

$$\underline{\underline{\mu}} = \frac{2\left(3.33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)}{\left(9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} \approx \underline{\underline{0.65}}$$

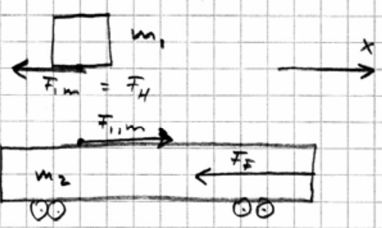
Lösungvorschlag zu Aufgabe 5:

a.)



b.) Damit die Kiste nicht verrutscht, muß die Haftreibungskraft F_H mindestens so groß sein, wie die maximale Kraft $F_{1,m}$ auf die Kiste. Newton II für m_1 und m_2 liefert dann die Lösung:

$$-F_{1,m} = m_1 a_m \quad (1)$$



$$F_{1,m} - F_F = m_2 a_m \quad (2)$$

F_F = Federkraft

$|F_F| = c\, x_m \quad (3)$

Aus (1) und (2):

$$F_{1,m} - F_F = m_2 \left(-\frac{F_{1,m}}{m_1}\right)$$

$\Rightarrow \quad F_F = \left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right) F_{1,m}$, wobei $F_{1,m} = F_H = \mu\, m_1 g$.

$\Rightarrow \quad F_F = (m_1 + m_2)\mu g$ und mit Gl. (3)

$$\Rightarrow \quad x_m = \frac{m_1 + m_2}{c}\mu g = \frac{12\,000\ \mathrm{kg}}{10^5\ \mathrm{N/m}} (0.6)(9.81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})$$

$$x_m \approx 0.706\ \mathrm{m}$$

Mit dem EES $\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{01}^2 = \frac{1}{2} c\, x_m^2$

$$\Rightarrow \quad v_{01} = \sqrt{\frac{c\, x_m^2}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{(10^5\ \mathrm{N/m})(0.706\ \mathrm{m})^2}{12\,000\ \mathrm{kg}}} \approx 2.04\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c.) Der Stoß mit dem Prellbock erfolgt elastisch. Durch das Verrutschen der Kiste gibt es allerdings Reibungsverluste $\Delta W_R = \mu_G\, m_1 g\, s$, wobei $s = 1.5\ \mathrm{m}$.

Erweitertes Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{02}^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_E^2 + \mu_G\, m_1 g\, s$$

$$\Rightarrow \quad v_E = \sqrt{v_{02}^2 - \frac{2\mu_G m_1 g s}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\left(3\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - \frac{2(0.3)(2000\ \mathrm{kg})(9.81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})(1.5\ \mathrm{m})}{12\,000\ \mathrm{kg}}}$$

$$v_E \approx 2.74\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 6:

a) Winkelgeschwindigkeit am Anfang:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5\,s} \approx 1.26\,\frac{rad}{s} \Rightarrow v_0 = \omega_0 r = \left(1.26\,\frac{rad}{s}\right)(1.3\,m)$$

$$\underline{\underline{v_0 = 1.63\,\frac{m}{s}}}$$

b) DIE: $(J_K + J_P)\,\omega_0 = J_K\,\omega_E + r\,m_P\,v_E$

$$\Rightarrow v_E = \frac{(J_K + m_P r^2)\,\omega_0 - J_E\,\omega_E}{r\,m_P}$$

$$= \frac{\left[(250\,kg\,m^2) + (40\,kg)(1.3\,m)^2\right]\left(1.26\,\frac{rad}{s}\right) - (250\,kg\,m^2)\left(0.8\,\frac{rad}{s}\right)}{(1.3\,m)(40\,kg)}$$

$$\underline{\underline{v_E \approx 3.83\,\frac{m}{s}}}$$

<u>Lösungvorschlag zu Aufgabe 7:</u>

a) mit $F = -c\,x \Rightarrow \underline{c} = \frac{|F|}{x} = \frac{2\,N}{0.15\,m} \approx \underline{13.3\ \frac{N}{m}}$

b) $E_{ges} = \frac{1}{2} c\, x_0^2 + \frac{1}{2} m\, v_0^2$

$$= \frac{1}{2}\left(13.3\ \frac{N}{m}\right)(0.021\,m)^2 + \frac{1}{2}\,(0.2\,kg)\left(0.48\ \frac{m}{s}\right)^2$$

$$= 2.94 \times 10^{-3}\ J + 23.0 \times 10^{-3}\ J$$

$\underline{E_{ges} \approx 26.0 \times 10^{-3}\ J}$

c) Im Umkehrpunkt ist $E_{ges} = E_{pot} = \frac{1}{2} c\, A^2$

$$\Rightarrow \underline{A} = \sqrt{\frac{2\,E_{ges}}{c}} = \sqrt{\frac{2\,(26.0 \times 10^{-3}\ J)}{(13.3\ N/m)}} \approx \underline{6.25\ cm}$$

d) Kreisfrequenz: $\underline{\omega} = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{(13.3\ N/m)}{(0.2\ kg)}} \approx \underline{8.15\ \frac{rad}{s}}$

Nullphasenwinkel:

$$x(0) = x_0 = A \cos\phi$$

$$\Rightarrow \cos\phi = \frac{x_0}{A} = \frac{2.1\ cm}{6.25\ cm} \approx 0.336$$

$$\Rightarrow \phi_1 = 70.4^\circ \quad \text{und} \quad \phi_2 = -70.4^\circ$$

Den "richtigen" Winkel findet man über die Anfangsgeschwindigkeit:

$$v(t) = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$\Rightarrow \underbrace{v_0}_{>0} = -\underbrace{A\,\omega}_{>0}\ \underbrace{\sin\phi}_{<0} \quad \Rightarrow \boxed{\phi = \phi_2 = -70.4^\circ}$$

e) Für $D \lesssim 0.1$ gilt schwache Dämpfung, also $T_0 \approx T_d$.

Mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{8.15\ \frac{rad}{s}} \approx 0.770\ s$

Abklingkonstante: $\delta = \omega_0 D = \left(8.15\ \frac{rad}{s}\right)(0.05)$

$$\delta \approx 0.408\ \frac{1}{s}$$

Mit der zeitabhängigen Amplitude $A(t) = A_0\, e^{-\delta t}$

$$\Rightarrow A(T_d) = (6.25\ cm)\ e^{-(0.408\,\frac{1}{s})(0.770\,s)}$$

$$\boxed{A(T_d) \approx 4.57\ cm}$$