Hochschule Esslingen
University of Applied Sciences

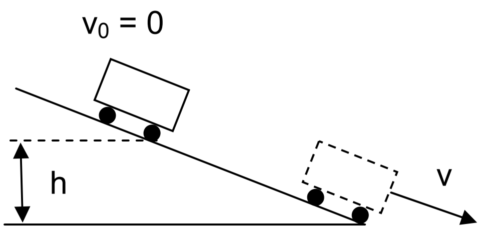
Fakultät Grundlagen

Wintersemester	2007 / 2008	Blatt 1 (von 4)
Studiengang:	FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach:	Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 90 Minuten

Gesamtpunktzahl: 60

<u>Aufgabe 1:</u> (2 Punkte)

Ein Wagen wird in der Höhe h aus der Ruhe losgelassen und rollt reibungsfrei eine schiefe Ebene hinunter. Am Ende der schiefen Ebene hat der Wagen die Geschwindigkeit v (s. Skizze).



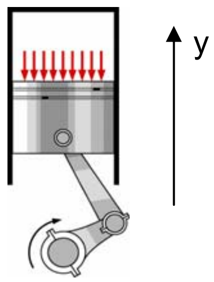
Aus welcher Höhe müsste der Wagen starten, damit die Geschwindigkeit am Ende 2v wäre?

a) 1.41 h b) 2 h c) 3 h
d) 4 h e) 6 h

(Begründen Sie Ihre Antwort)

<u>Aufgabe 2:</u> (4 Punkte)

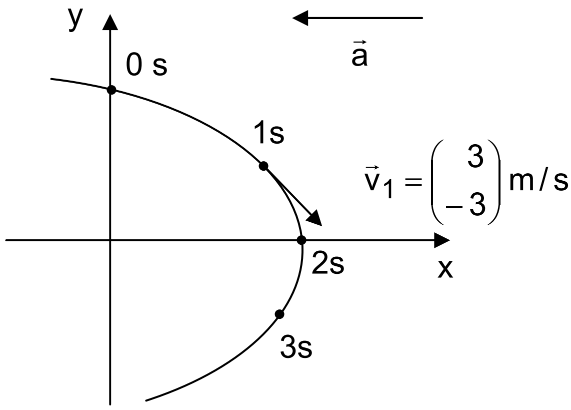
Die Kolbenbewegung in einem Zylinder kann näherungsweise mit der Formel $y(t) = y_m \cos(\omega t)$ beschrieben werden. Die maximale Amplitude sei y_m = 4 cm und die Drehzahl n = 5000 U/min.



Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$ (in m/s) im Zeitintervall 1 ms $\le t \le$ 2 ms.

<u>Aufgabe 3:</u> (4 Punkte)

Unter dem Einfluss einer <u>konstanten</u> Beschleunigung $\vec{a}$ bewegt sich ein Körper auf einer zweidimensionalen Bahnkurve. Die Position des Körpers im Zeitintervall 0s < t < 3s ist in äquidistanten Zeitabständen von 1s auf der Bahn markiert (s. Skizze). Außerdem ist der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_1$ gegeben.



a) Bestimmen Sie den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_2$ des Körpers zum Zeitpunkt t = 2s.

b) Geben Sie den Beschleunigungsvektor $\vec{a}$ an.

Aufgabe 1 **Lösungsvorschlag (Autor H Käß)**

Für den Vorgang gilt der mechanische Energieerhaltungssatz.

potentielle => kinetische Energie, keine Reibung : $m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$
daraus folgt $h = v^2 / (2\,g)$

Höhe h_1 für Erreichen doppelter Geschwindigkeit 2v $h_1 = (2v)^2 / (2\,g) = \mathbf{4h}$

Aufgabe 2 **Lösungsvorschlag (Autor H Käß)**

Die Durchschnittsgeschwindigkeit (mittlere Geschwindigkeit) v_m ist gleich dem Gesamtweg Δs pro Zeitintervall Δt

Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\,\pi\,f = 2\,\pi\,5000 / (60\text{s}) = \pi\,166{,}6$ rad/s $= 523$ rad/s

Position zur Zeit 1 ms y_1 (1 ms) $= y_m \cos(2\,\pi\,5 / 60) = y_m \cos(\pi/6) = y_m\,\frac{1}{2}\sqrt{3}$

Position zur Zeit 2 ms y_2 (2 ms) $= y_m \cos(2\,\pi\,10 / 60) = y_m \cos(\pi/3) = y_m / 2$

Gesamtweg $\Delta s = y_2 - y_1 = y_m\,(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}) = -\,y_m\,0{,}366 = -0{,}0146$ m

Mittlere Geschwindigkeit $v_m = \Delta s / \Delta t = -0{,}0146$ m $/ 10^{-3}$ s = **-14,6 m/s**

Aufgabe 3 **Lösungsvorschlag (Autor H Käß)**

Die konstante Beschleunigung wirkt in die negative x-Richtung, in y-Richtung erfolgt keine Beschleunigung und daher auch keine Änderung der Geschwindigkeit.

a) Geschwindigkeitsvektor

Die Geschwindigkeit v_y in y-Richtung ist konstant: $v_y = v_{1y} =$ const $=$ $\mathbf{v_{2y} = -3}$**m/s**

Der Geschwindigkeitsvektor liegt tangential zur Bahnkurve. Zum Zeitpunkt t = 2 s ist demnach die Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung gleich Null : $\mathbf{v_{2x} = 0}$ **m/s**

Also wird der Geschwindigkeitsvektor zur Zeit t = 2s $\mathbf{v_2 = (0; -3)}$ **m/s**

b) Beschleunigungsvektor

Beschleunigung a ist gleich Geschwindigkeitsänderung Δv pro Zeiteinheit Δt

In y-Richtung erfolgt keine Beschleunigung, also $\mathbf{a_y = 0}$ **m/s²**

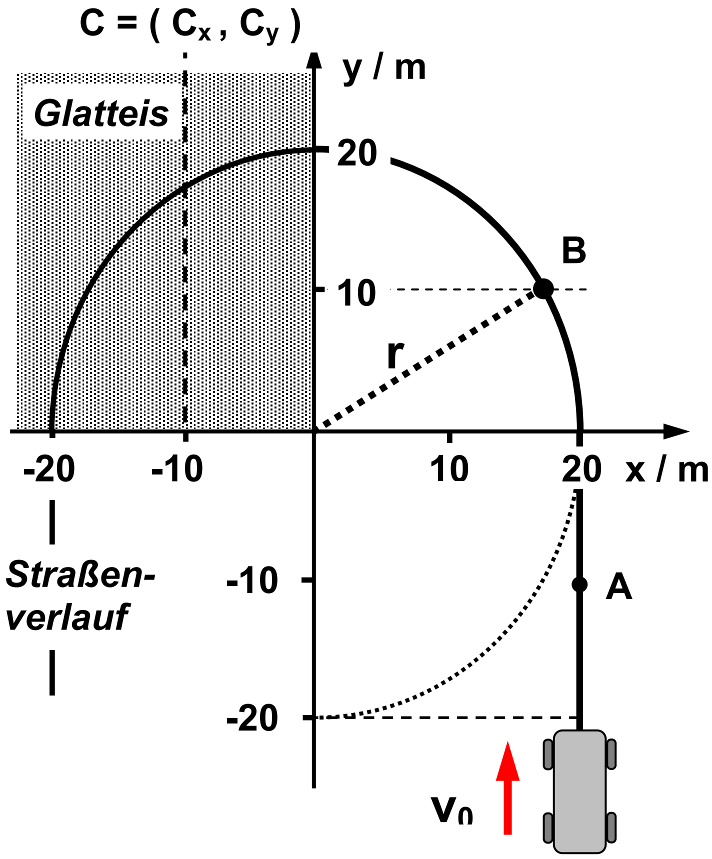
Geschwindigkeit in x-Richtung zur Zeit t = 1 s v_x (1s) = 3 m/s
Geschwindigkeit in x-Richtung zur Zeit t = 2 s v_x (2s) = 0 m/s

Da $\Delta t = 1$ s ist, folgt daraus $(v_x (2s) - v_x (1s)) / \Delta t = \mathbf{a_x = -3}$ **m/s²**

Also wird der konstante Beschleunigungsvektor **a** $\mathbf{a = (-3; 0)}$ **m/s²**

Wintersemester	2007 / 2008	Blatt 2 (von 4)
Studiengang:	FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach:	Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

Aufgabe 4: Beschleunigung **(6 Punkte)**



Ein Auto fährt mit konstanter Bahngeschwindigkeit v_0 = 45 km/h auf einer horizontalen Straße, die eine U-Kurve mit Radius r beschreibt (siehe Skizze). Nach der Hälfte der Kurve beginnt ein Bereich, in dem Straße und Umgebung vollkommen von ideal glattem Eis bedeckt sind, Haft- und Gleitreibung zwischen Rädern und Eis sind hier gleich Null.

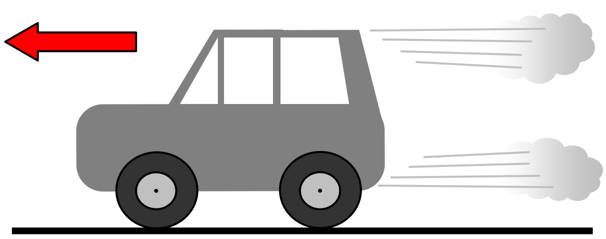
a) Skizzieren Sie die Bahn des Autos in dem von Glatteis bedeckten Bereich.

b) Geben Sie Richtung und Betrag der in den Punkten A, B und C = (-10 m, C_y) auf das Auto wirkenden Beschleunigung an.

Hinweis: Die x-Koordinate von Punkt C beträgt C_x = -10 m, seine y-Koordinate C_y ist nicht gegeben.

Aufgabe 5: Fahrverhalten **(9 Punkte)**

Das Beschleunigungsverhalten eines Autos auf horizontaler Strecke ist zu berechnen.



Angaben:

m_L =	1000 kg	*Leermasse Auto*
m_p =	70 kg	*Masse einer Person*
r_A =	32 cm	*Radius Antriebsrad*

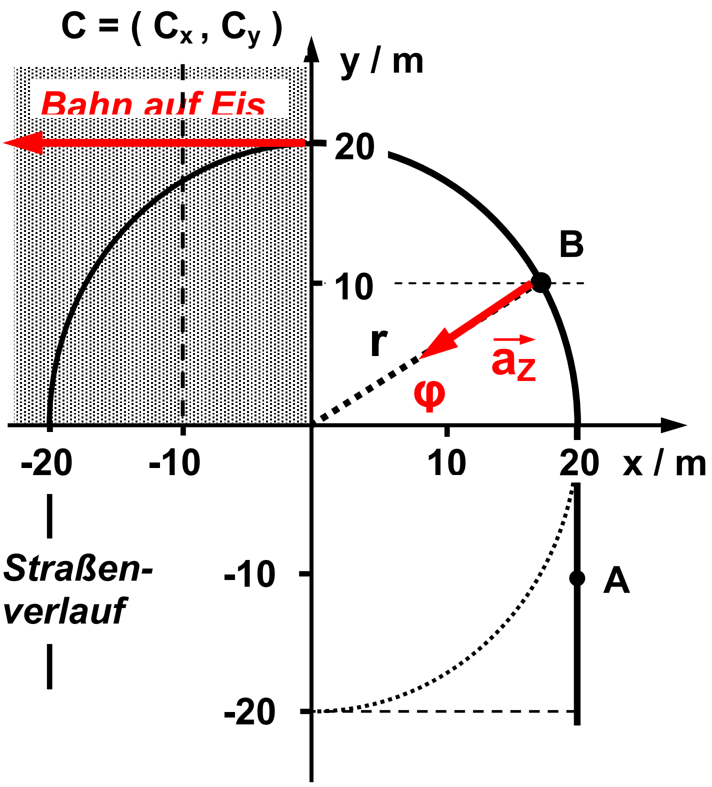
Roll- und Luftreibung werden vernachlässigt. Die Last verteilt sich gleichmäßig auf die vier Räder des Autos.

a) Das mit einer Person besetzte Auto soll aus dem Stand in 10 s konstant auf 120 km/h beschleunigt werden. Welche mittlere und welche maximale Leistung muss der Motor dafür an die Räder abgeben ? Skizzieren Sie den Verlauf der Leistung über der Zeit.

b) Der Antrieb erfolgt über zwei Räder. Welches Drehmoment pro Rad ist erforderlich ?

c) Welchen Mindestwert muss die Haftreibungszahl zwischen Reifen und Straße haben ?

Aufgabe 4 Beschleunigung ***H. Käß***



a) Bahn

Das Auto erreicht den von Glatteis bedeckten Bereich im Punkt (0m, 20m). Von da an bewegt es sich auf **gerader Bahn** in die negative x-Richtung weiter, die **y-Koordinate** bleibt **konstant** bei 20 m.

b) Beschleunigungen

In A und C: **keine Beschleunigung** (die Geschwindigkeit ist konstant)

In B: **Zentripetalbeschleunigung** a_Z für Kreisbewegung mit konstanter Geschwindigkeit v = 45 km /h

Betrag : $a_Z = v^2 / r$

a_Z = $(45000 \text{ m} / 3600 \text{ s})^2 / 20 \text{ m}$
= $(12{,}5 \text{ m/s})^2 / 20 \text{ m}$ = $\mathbf{7{,}81\ m/s^2}$

Richtung : Der Vektor a_Z zeigt zum **Mittelpunkt der Kreisbahn**

Richtung quantitativ:

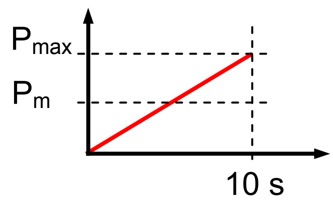
für den Winkel φ gilt *sin φ = 10/20 = 0,5 also* ***φ = 30°***
der Vektor $\mathbf{a_Z}$ *ist damit* $\mathbf{a_Z} = a_Z\,(-\cos\varphi\,;\,-\sin\varphi) = \mathbf{(-6{,}76\,;\,-3{,}90)\ m/s^2}$

Aufgabe 5 Fahrverhalten ***H. Käß***

a) Die mittlere Leistung P_m ist gleich der zugeführten Energie ΔE pro Zeiteinheit Δt :

$\Delta E = ½\, m\, v^2 = ½\,(m_L + m_P)\, v^2 = ½\ 1070 \text{ kg}\ (120000 \text{ m} / 3600 \text{ s})^2 = 594{,}4 \text{ kJ}$
$P_m = \Delta E / \Delta t = 594{,}4 \text{ kJ} / 10 \text{ s} = \mathbf{59{,}44\ kW}$

Die Leistung steigt **linear** mit der Zeit. Zu Beginn (0 s) gibt der Motor die momentane Leistung P_0 = 0 W ab, am Ende (10 s) die momentane Leistung P_{max}. Es ist :



$P_m = ½\,(P_0 + P_{max})$ also $P_{max} = 2\, P_m = \mathbf{118{,}88\ kW}$

b) Die konstante Beschleunigung a beträgt $a = \Delta v / \Delta t = 33{,}33 \text{ m/s} / 10 \text{ s} = 3{,}33 \text{ m/s}^2$
Diese erfordert eine konstante Kraft $F_B = m\,a = 1070 \text{ kg}\ 3{,}33 \text{ m/s}^2 = 3566{,}7 \text{ N}$
Drehmoment M pro Rad also $M = ½\, F_B\, r = 1783 \text{ N}\ 0{,}32 \text{ m} = \mathbf{570{,}7\ Nm}$

c) Ein Rad trägt ein Viertel der gesamten Gewichtskraft F_G des Autos. Die Normalkraft F_N pro Rad ist demnach

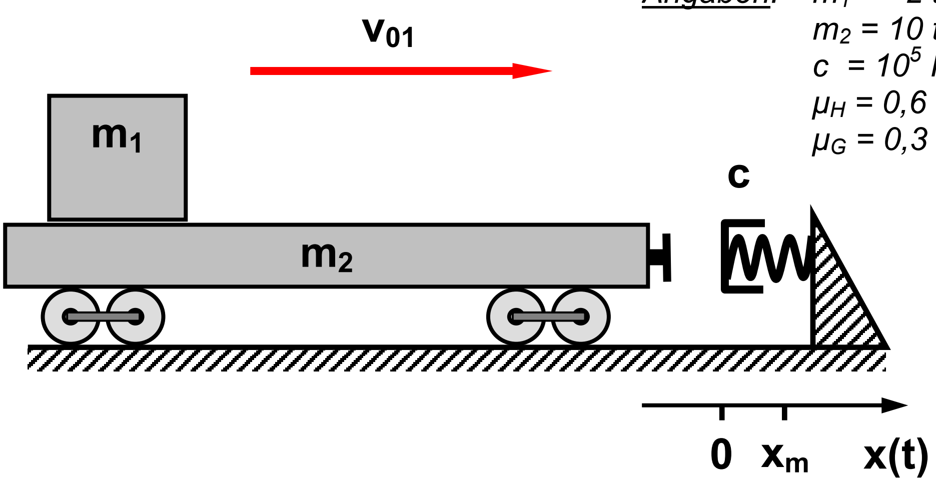
$F_N = ¼\,(m_L + m_P)\, g = ¼\ 1070 \text{ kg}\ 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 2624{,}2 \text{ N}$

Die Haftreibungskraft F_H pro Rad muss mindestens ½ F_B = 1783,33 N betragen.
Aus der Grenzbedingung $F_H = \mu_H F_N$ folgt $\mu_H = F_H / F_N = \mathbf{0{,}68}$

Wintersemester	2007 / 2008	Blatt 3 (von 4)
Studiengang:	FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach:	Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

<u>Aufgabe 6:</u> Güterwagen **(15 Punkte)**

Eine Kiste der Masse m_1 steht auf einem Güterwagen der Masse m_2 . Der Wagen stößt elastisch mit der Geschwindigkeit v_{01} gegen einen Prellbock. Dessen Verhalten während des Stoßvorgangs wird durch ein lineares Federgesetz mit der Konstanten c beschrieben. Die Räder des Wagens bewegen sich reibungsfrei. Die gesamte Anordnung ist horizontal, daher sind nachfolgend nur Kräfte und Bewegungen in x-Richtung zu betrachten.



<u>Angaben</u>:

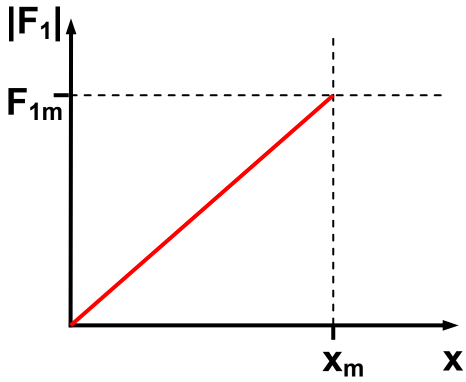
$m_1 = 2\ t$	*Masse Kiste*
$m_2 = 10\ t$	*Masse Wagen*
$c = 10^5$ N/m	*Federkonstante*
$\mu_H = 0{,}6$	*Haftreibungszahl*
$\mu_G = 0{,}3$	*Gleitreibungszahl Kiste / Wagen (Holz/Holz)*

a) Bei dem Stoßvorgang mit der Geschwindigkeit v_{01} kommt die Kiste nicht ins Rutschen. Skizzieren Sie den Verlauf der während des Stoßes auf die Masse m_1 wirkenden Kraft über dem Weg x.

b) Welche Geschwindigkeit v_{01} darf der Wagen vor dem Stoß höchstens haben, damit die Kiste der Masse m_1 nicht verrutscht ?

c) Der Wagen fährt mit der Geschwindigkeit v_{02} = 3 m/s gegen den Prellbock. Während des Stoßvorgangs verrutscht die Kiste um 1,5 m . Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Wagen nach dem Stoß ?

Aufgabe 6 Güterwagen ***H. Käß***



a) Diagramm für den Betrag F_1 der auf die Kiste der Masse m_1 wirkenden Kraft als Funktion der Wegkoordinate x . Die Kraft steigt **linear** mit x (Federgesetz!!) bis zum **Maximalwert F_{1m}** für die Auslenkung x_m.

Die Kraft ist der Auslenkung gerade entgegen gerichtet, in der Skizze also jeweils in die **negative** x-Richtung orientiert.

b) Damit die Kiste nicht verrutscht, darf die Maximalkraft F_{1m} auf sie nicht größer als die maximale Haftreibungskraft F_{Hmax} zwischen Kiste und Wagen werden. Es gilt :

$$F_{1m} \le F_{Hmax} = \mu_H F_N = \mu_H F_G = \mu_H m_1 g \qquad = \mathit{11772\ N}$$

Dies ergibt direkt die maximale Beschleunigung a_{1m}, die auf die Kiste wirken darf :

$$a_{1m} = F_{1m} / m_1 = \mu_H g = 0{,}6\ g \qquad = \mathit{5{,}886\ m/s^2}$$

Die Auslenkung x der Feder durch den Anprall des Wagens ergibt eine auf Wagen und Kiste zusammen einwirkende Kraft F_{ges}, die aus dem Federgesetz folgt :

$$F_{ges}(x) = c\ x$$

F_{ges} beschleunigt die Gesamtmasse aus Kiste (m_1) und Wagen (m_W) mit a_{ges} :

$$F_{ges} = (m_1 + m_W)\ a_{ges}$$

Im Grenzfall maximaler Auslenkung x_m wird $F_{ges}(x_m) = F_{1m} = c\ x_m$ und daher wird

$$a_{ges,m} = F_{1m} / (m_1 + m_W) = c\ x_m / (m_1 + m_W) \qquad (\ \mathit{F_{1m} = 70632\ N}\ )$$

Dieser Maximalwert $a_{ges,m}$ darf nicht größer als a_{1m} werden, im Grenzfall gilt also :

$$a_{1m} = \mu_H g = c\ x_m / (m_1 + m_W) = a_{ges,m}$$
$$x_m = \mu_H (m_1 + m_W)\ g / c = (0{,}6 \cdot 12000\ \text{kg}\ 9{,}81\ \text{m/s}^2\ )/\ 10^5\ \text{N/m} = 0{,}706\ \text{m}$$

Die zugehörige Anfangsgeschwindigkeit v_{01} folgt direkt aus dem Energieerhaltungssatz

$$E_{kin} = ½\ (m_1 + m_W)\ v_{01}^2 = ½\ c\ x_m^2 = E_{elast}$$
$$v_{01}^2 = c\ x_m^2 / (m_1 + m_W)$$
$$v_{01} = \mathbf{2{,}039\ m/s}$$

c) Direkte Rechnung über den Energiesatz. Die Gleitreibungsarbeit W_R beträgt

$$W_R = F_R\ s = \mu_G F_N\ s = \mu_G m_1\ g\ s = 0{,}3 \cdot 2000\ \text{kg}\ 9{,}81\ \text{m/s}^2\ 1{,}5\ \text{m} = 8829\ \text{Nm}$$

Kinetische Energie vor dem Stoß

$$E_{kin,vor} = ½\ (m_1+m_W) v_{02}^2 = ½\ 12000\ \text{kg}\ 9\ \text{m}^2/\text{s}^2 = 54000\ \text{Nm}$$

Kinetische Energie nach dem Stoß somit

$$E_{kin,nach} = E_{kin,vor} - W_R = 45171\ \text{Nm} = ½\ (m_1+m_W)\ v_{end}^2$$

Die Endgeschwindigkeit wird $v_{end}^2 = 2\ E_{kin,nach} / (m_1+m_W)$ $\qquad v_{end} = \mathbf{2{,}74\ m/s}$

Wintersemester 2007 / 2008		Blatt 4 (von 4)
Studiengang:	FZB A&B	Semester 1
Prüfungsfach:	Naturwissenschaftliche Grundlagen	Fachnummer: 1091

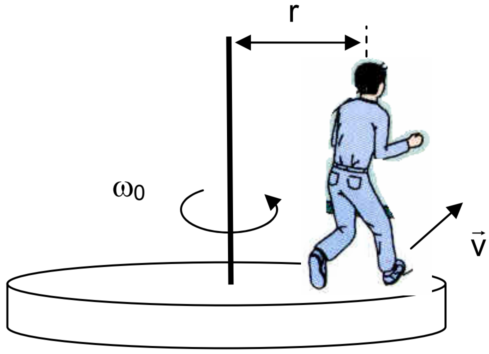
Aufgabe 7: (8 Punkte)

Ein Junge ($m = 40$ kg) steht im Abstand $r = 1.3$ m zur reibungsfrei gelagerten Drehachse auf einem Karussell (Massenträgheitsmoment $J = 250$ kg m^2), das sich in 5s einmal um seine Achse dreht.

a) Wie groß ist die Bahngeschwindigkeit v_0 des Jungen auf dem Karussell?

Der Junge springt nun in tangentialer Richtung vom Karussell herunter (siehe Skizze). Das Karussell dreht sich danach mit $\omega_E = 0.8$ rad/s.

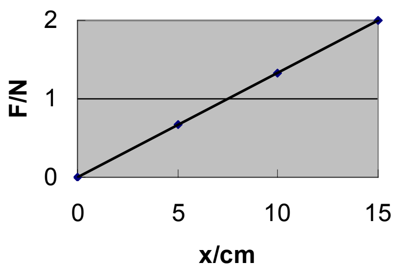
b) Mit welcher Geschwindigkeit v ist der Junge vom Karussell heruntergesprungen?

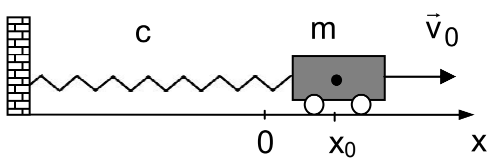


Aufgabe 8: (12 Punkte)

Die Rückstellkraft einer Feder wurde als Funktion der Auslenkung gemessen (siehe linkes Bild). Danach wird ein Wagen mit der Masse $m = 0.2$ kg an der Feder befestigt und in reibungsfreie Schwingungen versetzt (siehe Bild rechts).

Die Anfangsbedingungen lauten $x_0 = 2.1$ cm und $v_0 = 0.48$ m/s.





a) Bestimmen Sie die Federkonstante c.

b) Wie groß ist die mechanische Gesamtenergie am Anfang?

c) Welche Amplitude A hat die Schwingung?

d) Bestimmen Sie Nullphasenwinkel ϕ und Kreisfrequenz ω, wenn die Bewegungsgleichung durch die Funktion $x(t) = A \cos[\omega t + \phi]$ beschrieben wird.

Aufgabe 7 **Lösungsvorschlag *(Autor H Käß)***

a) Bahngeschwindigkeit $v_0 = r\ \omega_0 = r\ 2\ \pi\ /\ T = 2\ \pi\ 1{,}3\ m\ /\ 5\ s =$ **1,634 m/s**

b) Drehimpulserhaltungssatz

Vorher	Karussell	$L_{Kv} = J\ \omega_0 = 250\ kgm^2\ 1{,}257\ rad\ /s = 314{,}16\ Nms$
	Junge	$L_J = m\ r^2\ \omega_0 = 40\ kg\ 1{,}69\ m^2\ 1{,}257\ rad\ /s = 84{,}95\ Nms$
insgesamt also		$L_{vor} = L_{Kv} + L_{Jv} = 399{,}11\ Nms$

Nachher	Karussell	$L_{Kn} = J\ \omega_E = 250\ kgm^2\ 0{,}8\ rad\ /s = 200\ Nms$
	Junge	$L_{Jn} = m\ v_E\ r$ *(v_E = tangentiale Geschwindigkeit)*
insgesamt		$L_{nach} = L_{Kn} + L_{Jn}$

Es ist $L_{vor} = L_{nach}$

also $L_{Jn} = L_{Kv} + L_{Jv} - L_{Kn} = 199{,}11\ Nms$

Daraus folgt sofort $v_E = L_{Jn}\ /(m\ r) = 199{,}11\ Nms\ /\ (40\ kg\ 1{,}3\ m) = 3{,}829\ m/s$

Die Absprunggeschwindigkeit des Jungen **relativ zum Karussell** betrug also

$v = v_E - v_0 =$ **2,195 m/s**

Aufgabe 8 **Lösungsvorschlag *(Autor H Käß)***

a) Die Federkonstante c der Anordnung beträgt

$c = \Delta F\ /\ \Delta x = 2\ N\ /\ 0{,}15\ m =$ **13,33 N/m**

b) Mechanische Anfangsenergie E_{ges}

$E_{ges} = E_{elast} + E_{kin} = ½\ c\ x_0^2 + ½\ m\ v_0^2$

$= ½\ 13{,}33\ N/m\ (0{,}021\ m)^2 + ½\ 0{,}2\ kg\ 0{,}48^2\ m^2\ /\ s^2 =$

$= 0{,}00294\ Nm + 0{,}02304\ Nm =$ **0,0260 Nm**

c) Die Amplitude A folgt aus der Energieerhaltung

$E_{ges} = ½\ c\ A^2$

$A^2 = 2\ E_{ges}\ /c$

A = **0,0624 m**

d) Die Kreisfrequenz ω folgt aus $\omega^2 = c/m = (13{,}33\ N/m\ )\ /\ 0{,}2\ kg = 66{,}66\ rad^2/s^2$

ω = **8,1650 rad/s** *(=1,2995 Hz)*

Die Weg-Zeit-Funktion lautet $x(t) = A\cos(\omega\ t + \Phi)$

Die Geschwindigkeits-Zeit Funktion $v(t) = -\ A\ \omega\ \sin\ (\omega\ t + \Phi)$

Demnach $x(0) = A\cos\ (\Phi) = x_0$

$v(0) = -A\ \omega\ \sin\ (\Phi) = v_0$

Also $\tan\ (\Phi) = -v_0\ /\ (x_0\ \omega) = -2{,}800$

Φ = -70,34°